LOGIKA A JEJÍ SPECIFIKA

Pojmenování (termín) **logika:**

- více významů
- v češtině běžně: *myšlenková cesta, která vedla k daným závěrům*.
- formální věda zkoumající uvedený způsob vyvozování závěrů; nikoliv empirická věda o myšlení.
- studuje objektivní podmínky správnosti: tato disciplína studuje tzv. relaci „vyplývání“; nikoliv ale poznání ve zcela obecné rovině (nezaměňovat s filosofickými disciplínami, např. s *epistemologií*: ta zkoumá lidské poznání, jeho vznik, proces, předmět či limity).
- Zařazení: součást filosofických i matematických věd (někdy se rozlišuje *matematická logika* a *filozofická logika*; srov. dále), důležité aplikace najdeme v informatice apod.

Etymologie slova: z řeckého λογική a to od slova λόγος/logos (s násl. významem „slovo, řeč“).

Vývoj:

Za „zakladatele“ této vědy je považován **Aristoteles** (384–322 př. n. l.).

- založil takzvanou sylogistickou logiku

1. princip *sylogismu* (jednoduché univerzální výroky; obd. středověká scholastika: dovedla sylogistiku k dokonalosti; pojmový aparát + precizní jazyková analýza):

- Premisa 1: Každý člověk je smrtelný.
- Premisa 2: Sokrates je člověk.
- Závěr: Sokrates je smrtelný.

2. modality (možnosti) = základ *modální logiky*, následně též logiky *výrokové* (spíše ale na okraji hlavního směru; srov. dále)

3. dílo *Organon* (organon-nástroj, logika je nástroj vědy = upraveno ve středověku)

Základní stavební kameny aristotelské logiky:

- *pojmy, soudy* a *úsudky*
- *metodologie věd*
- rozbory *sofistické argumentace*: analýza argumentačních postupů a stanovení jejich pravidel
- nedostatky systému sylogismu.

(s tím souvisí i nedostatky sylogismu)

Pojem:

- klíčová problematika, *pojmová logika*
- to, co je míněno nějakým smysluplným slovem nebo spojením, které samo o sobě vyjadřuje nějakou skutečnost (ať už hmatatelnou nebo jen pomyslnou, např. „kůň“, „pravda“, „zelený“, „krásný“, „nejvyšší hora“ apod.)
- přesná definice: dodnes předmětem četných diskusí
- deset skupin, tzv. kategorií, podle toho, o čem vypovídají (podstata, kvantita, kvalita, vztah, místo, čas, poloha, vlastnictví, činnost, trpnost).
- samy o sobě pojmy nemohou být ani pravdivé ani nepravdivé

• *obsah* (souhrn všech určení, která tento pojem vymezují, všechny distinktivní rysy, které pojem zahrnuje – v rámci významu, abstraktní, *intenze*… např. vlastnosti, které dělají koně koněm) a *rozsah* (souhrn všeho toho, o čem tento pojem vypovídá, tj. všechny věci, které tímto pojmem označujeme, srov. smysl: *extenze*; např. představa souhrnu všech koní); srov. např. u Fregeho (1892, *O smyslu a významu* /*Über Sinn und Bedeutung*)

Soudy a ***úsudky***: tvořeny pouze na základě vztahů mezi pojmy (na základě skutečnosti, že se ten který pojem o tom či onom vypovídá, respektive nevypovídá).

Stoicko-megarská škola: složité výroky (*jestliže prší, pak je mokro)*

Na **středověkých univerzitách**: na artistických fakultách (též: dialektika): trivium = gramatika, rétorika, logika (neplést se základní školou: zde = čtení, psaní, počítání), quadrivium: aritmetika, geometria, hudba (musica) a astronomie

- středověká *temporální logika* (logika času)…
- např. William Occam (1290–1349) usiloval o oddělení filosofie od teologie…
- apod.

Novověká logika

V novověku spíše odmítání (dokonce zatracování) Aristotela: kritické připomínky (nedostatky a omezení, přesnější metody práce se sylogismy: především v rámci matematiky).

Přesto *sylogistika* dominovala: ***logika Port-Royal*** (základní logický spis této doby): vrcholem vývoje sylogistiky a tradiční logiky, ale také její konzervací.

Především 17. století: představy o univerzální vědě (mathesis universalis): jednotná matematická metoda, jednotný jazyk a nová (lepší, přesnější) logika?

V poslední fázi (na konci 18. a počátku 19. století): vliv psychologizujících směrů (nauka o myšlení, pojmy se ztotožňovaly s představami… sklon k subjektivismu)

- opět nové metody přístupu k logice především v rámci matematiky…

Moderní logika ve 20. století

První pokusy o algebraizaci logiky + logizaci matematiky (Bertrand Russell) aj.

Od počátku 20. století:

- vedle ***klasické logiky*** (hranice možností) se začínají objevovat i teorie logiky ***neklasické***: *intuicionistická logika*, kterou ve 20. letech vystřídala (co do popularity) *logika vícehodnotová*
- rozvoj po druhé světové válce: teorie *logiky modální* (dominující směr mi dnes; těžiště výzkumu).
- žádný *syntaktický systém* však není úplný

Symboly:

· … „a“, sloučení nebo „násobení“, „posílení“: *x · y /x.y*

^ … „a“, sloučení: *x ^ y*

∩… obv. průnik: *x* ∩ *y*

&… sloučení, připojení, „a“; *x & y*

+… plus, sloučení, součet: *x + y*

∨… OR … nebo, výběr: *x* ∨ *y* … x *OR y*

|… nebo (svislá čára)

x' … jednoduchá nabídka v rámci negace, variantnost apod.

x … protiklad, negace: *A x B*

¬… „prostá“ negace, logická negace: ¬x

! … důraz na negaci: !x … !¬x

⊕… „plus v kroužku“, exkluzivnost (případ výhradní, mimořádný, výjimečný, výlučný; např. ve výběru): *x* ⊕ *y*

~… vlnovka, jiný typ negace: ~ *x*

⇒… naznačuje implikaci („vyplývání“): A ⇒ B; popř. zahrnutí; skutečnost nebo výpověď A implikuje nějaké B, pokud z A nutně vyplývá B, případně pokud je B v A už zahrnuto čili ***implikováno*** (např. „Nebude-li pršet, nezmoknem.“)…

⇔… ekvivalence, vzájemná implikace (platí… „pokud a jen tehdy… potom…“…), také lze: ↔

∀… platnost („platí“) pro všechny případy

∃… „existuje“ (výrok o existenci)

∄… „neeexistuje“ (výrok o neexistenci)

∴ … proto, důsledek

∵ … protože / protože, příčina

Σ…součet

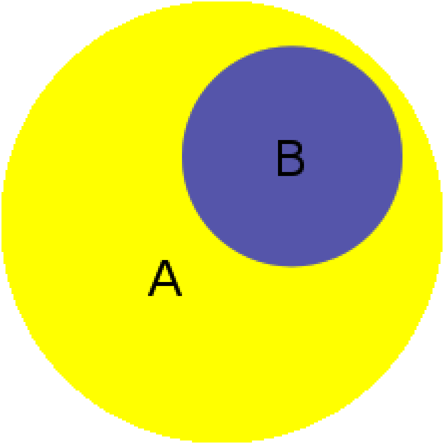
E… zahrnuje

Podrobněji viz ***matematické symboly a značky***: https://cs.wikipedia.org/wiki/Matematick%C3%A9_symboly_a_zna%C4%8Dky

Vennovy diuagramy:

1. Možnosti:

1.1 typy množinových vztahů, např.:



… a dále: …

1.2 podmnožiny univerzální množiny (množiny všech prvků, které jsou relevantní v rámci daného kontextu/ domény/ problému; označována jako)

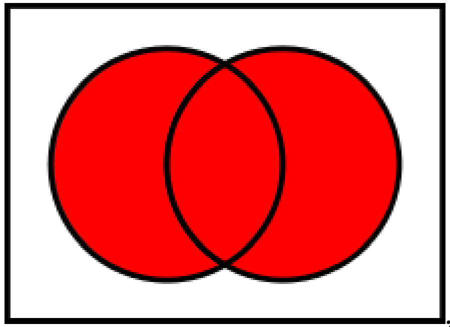
2. Konkrétně podle Vennových diagramů:

https://www.czechency.org/slovnik/VENNOVY%20DIAGRAMY

(John Venn, 1834-1923; angl. matematik a logik)

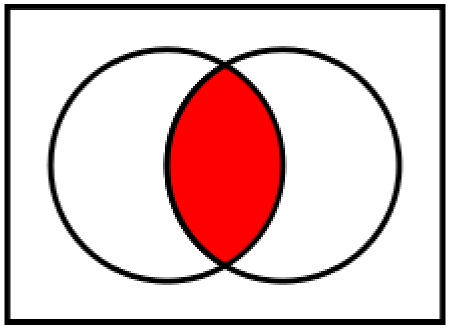
Schematické znázornění všech možných vztahů:

Sjednocení:

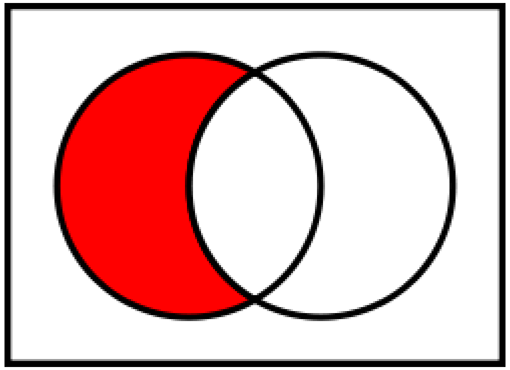
,

- **Konjunkce x disjunkce:**
- odloučení, rozdělení, odloučené oblasti, sloučení oblastí, logický součet výroků, množinových prvků zařazených do jedné skupiny celku
- **v logice:** logický součet; výroky jsou spojeny symbolem *OR* nebo ∨, t.j. binárním operátorem (binární logické operace)
- ve výrokové logice, predikátové logice či kybernetice
- ve výrokové logice může nabýt logický součet dvou výroků pravdivostní hodnoty true= *pravda*, označované 1, když alespoň jeden z obou vstupních výroků je *pravda*, anebo false="nepravda", označované 0, pokud jsou oba výroky nepravdivé (pro vstupy/ množiny A a B).
- Ve verbální logice: označení pro „nebo“; např. „Vojta plave nebo Lucka plave“

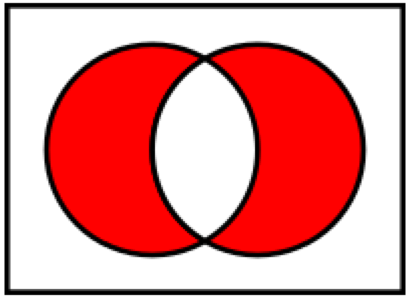
Průnik:



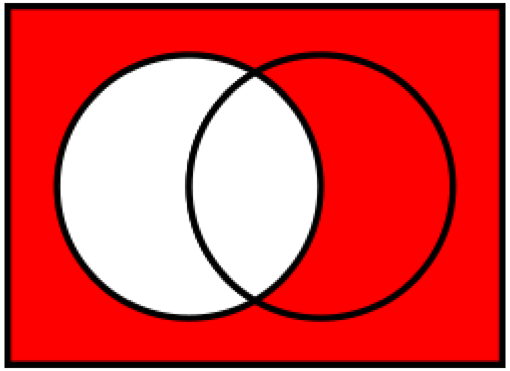
Rozdíl:



Symetrická diference:



Doplněk:



- ***komplement*** (doplněk množiny – při vzáj. vztahu)
- ***suplement*** (doplněk, „příloha“ – bez ohledu na vzáj. vztah, dodatek)

<u>Logika formální a neformální</u>

1. Neformální logika

Studium přirozeného jazyka na základě argumentů:

- důležité: studium omylů je důležitým odvětvím neformální logiky
- mnoho neformálních argumentů nemá deduktivní charakter (u některých koncepcí logiky neformální logika vůbec není logika)

2. Formální logika

Studium odvození s čistě formálním obsahem:

- závěr: *čistě formální a explicitní obsah* (tj. lze jej vyjádřit jako konkrétní aplikaci zcela abstraktního pravidla: netýká se žádné konkrétní věci nebo majetku).
- v mnoha definicích: logický důsledek = závěr s čistě formálním obsahem.

Příklady formální logiky: tradiční sylogistická logika, moderní symbolická logika (studium symbolických abstrakcí, které zachycují formální rysy logické inference; často: výroková logika a predikátová logika).

Logický systém:

1. v podstatě způsob mechanického výpisu všech logických pravd určité části logiky pomocí použití rekurzivních pravidel – tj. pravidel, která lze opakovaně použít na jejich vlastní výstup (využívajících části vlastní vnitřní struktury, kdy je určitý objekt v nějakém smyslu součástí sebe samotného, např. definice pojmu používá tohoto pojmu samého, určitá procedura nebo funkce je znovu vyvolána dříve, než je dokončeno její předchozí vyvolání apod.)
2. děje se tak určením čistě formálních kritérií určitých axiomů a určitých čistě formálních pravidel odvození, z nichž věty lze odvodit z axiomů (z tvrzení, která se předem pokládají za platná, za daná a priori, tudíž se nedokazují) společně s dřívějšími větami.
3. skládá se z abecedy, jazyka nad abecedou pro konstrukci vět a pravidla pro odvozování vět.
4. vlastnosti:

- ***Konzistence***: žádná věta vyřčená o systému není v rozporu s větou jinou.
- ***Platnost*** (validita): pravidla dokazování systému nikdy neumožňují falešný závěr ze skutečných premís.
- ***Úplnost***: pokud je vzorec pravdivý, lze jej dokázat, tj. je to *teorém* systému (v dané axiomatické soustavě dokázané, pravdivé, platné tvrzení)
- ***Ucelenost***: pokud je jakýkoli vzorec teorémem systému, je to pravda (dochází k obrácení komplexního přístupu: při zřetelném filozofickém použití termínu je argument průkazný, když je platný a jeho předpoklady jsou pravdivé.)
- ***Expresivita***: jaké koncepty (pojmy), jaká pojetí lze v systému vyjádřit.

Poznámky:

- ***Formální systém*****:** systém organizace termínů použitých pro analýzu
- ne všechny logické systémy mají všechny uvedené vlastnosti.

Matematická logika

Exaktní vědní disciplína nacházející se na rozhraní mezi logikou a matematikou. Zabývá se zkoumáním, formalizováním a matematizováním zejména těch oblastí logiky, na jejichž základech je postavena matematika. V centru jejího zájmu jsou pojmy jako *důkaz, teorie, axiomatizace* (také dokázání), *model* (seskupení objektů, na němž jsou definovány nějaké vztahy a funkce jako realizace formální teorie*,* popis struktury a vztahů… apod.), *bezespornost, úplnost, rozhodnutelnost*.

Exaktnost:

- jak formální (matematické) objekty, tak i operace nad nimi jsou exaktně vytyčeny (tj. s nulovou vnitřní vágností významu)
- každý ve formální logice (v dané exaktní vědě) vzdělaný člověk naprosto přesně (bez jakýchkoli pochyb) ví, co znamenají
- jinak chápaná exaktnost: u použitých metod a jimi získaných výsledků
- jazyk logiky je ***formální*** a může reprezentovat (vypovídat o čem, popisovat co) pouze entity exaktního světa
- nelze tedy např. ve formální logice za proměnnou považovat konstrukt přirozeného jazyka (slovo, větu), neboť má inherentně vágní, subjektivní a emocionální interpretaci (konotaci), což je v rozporu s požadavkem příslušnosti do exaktního světa

Současná matematická logika*:*

Teorie důkazu: vytváření a zkoumání různých formálních deduktivních systémů jakožto základů pro pojem formálního důkazu. Používá čistě finitní metody nejčastěji aplikované na konečné posloupnosti znaků či slov.

Teorie modelů**:** zkoumání obecného pojmu matematické struktury a platnosti nějakého tvrzení v této struktuře. Zejména se zajímá o pojmy jako jsou homomorfismus struktur, definovatelnost, axiomatizovatelnost, saturovanost (nasycenost, naplněnost), elementární vnoření (např. zapojení,

implikace ze struktury A do struktury B). Zcela běžně používá infinitní metody teorie množin a výsledky, kterých lze v teorii modelů dosáhnout, jsou často závislé na přijetí či odmítnutí nějakého dodatečného množinového axiomu (axiom výběru, zobecněná hypotéza kontinua).
***Teorie aritmetiky*:** zkoumání formálních aritmetických systémů a struktury v nich definovatelných množin přirozených čísel. Úzce souvisí s teoretickou informatikou zejména s teorií rekurze a teorií složitosti. Zajímá se také o možnosti „aritmetizace logiky“, tj. vyjádření některých logických pojmů, postupů a tvrzení v řeči přirozených čísel, a o to, jaké důsledky tato aritmetizace přináší.

Výroková logika

Formální odvozovací systém, ve kterém atomické formule tvoří výrokové proměnné (na rozdíl od predikátové logiky, srov. dále); také podobor matematické logiky.
Složky:
1. pravidla:
- syntaktická: určují, kdy je formule správně utvořená
- odvozovací: určují, jak z jedněch formulí správně odvozovat další stále validní důsledkové formule
- sémantická: mnohdy chápána jako sekundární…

2. Množina podkladů (nejvýše spočetná: … ***spočetná množina***: lze vzájemně jednoznačně zobrazit na některou podmnožinu množiny přirozených čísel: její prvky lze spočítat): množina axiomů a axiomatických schémat.

Úplnost:
Výroková logika je úplná a konzistentní v tom smyslu, že dokazatelné formule jsou právě ty, které jsou pravdivé v každém ohodnocení.

Predikátová logika

Formální odvozovací systém používaný k popisu (také matematických) teorií a vět, rozšiřující prostředky *výrokové logiky* (má bohatší vyjadřovací schopnost):

- ➢ všímá si struktury vět
- ➢ v každé větě rozlišuje individua, o kterých se něco predikuje
- ➢ predikát: chápán jako vlastnost nebo vztah.
- ➢ vztahy výrokové logiky platí i v rámci predikátové logiky
- ➢ do výrokové logiky navíc:
- kvantifikátory (symboly používané v matematice a logice; viz přehled logických symbolů výše)
- vztah predikát (relace na nějaké množině, univerzu) – individuum (prvek z nějaké množiny, univerza)
- bezesporná (z toho plyne její obecná nerozhodnutelnost)

Predikátová logika prvního řádu: obsahuje pouze jeden druh proměnných pro individua. Mohou jimi být přirozená čísla, množiny, prvky, atd. Jako zvláštní případ logiky prvního řádu existuje také predikátová logika prvního řádu s více druhy proměnných pro individua, jimiž jsou body, přímky, roviny atd. Má dokazovací systémy, které jsou korektní a zároveň úplné (pro logiky vyšších řádů to neplatí; *korektní*: každá formule dokazatelná z axiomů, předpokladů, je tautologií = *úplné*: každá tautologie je dokazatelná z axiomů).
Tautologie: složený výrok**,** který je pravdivý vždy, bez ohledu na pravdivostní hodnotu jeho jednotlivých částí (např.: „*Buď bude zítra pršet, nebo zítra pršet nebude.*“)…

Predikátová logika druhého řádu: dva druhy *proměnných*:

- jedny pro individua
- druhé pro množiny individuí, predikáty a funkce.

Odkazy k dalšímu vývoji (např.): Charles Sanders Peirce (ikon, index, symbol), Charles Morris (sémantika, syntaktika, pragamatika) aj.

Fuzzy logika (česky též ***mlhavá logika***)

Podobor matematické logiky odvozený od teorie fuzzy množin, v němž se logické výroky ohodnocují mírou pravdivosti. Liší se tak od klasické výrokové logiky, která používá pouze dvě logické hodnoty – pravdu a nepravdu, obvykle zapisované jako 1 a 0. Fuzzy logika může operovat se všemi hodnotami z intervalu <0; 1>, kterých je nekonečně mnoho. Fuzzy logika náleží mezi vícehodnotové logiky.

Fuzzy logika může být pro řadu reálných rozhodovacích úloh vhodnější než klasická logika, protože usnadňuje návrh složitých řídicích systémů. Název vychází z anglického slova *fuzzy* (nejasný, mlhavý, neostrý, popř. neurčitý, nepřesný, zmatený/neuspořádaný = konfúzní).

Motivace vzniku

(1965 Lotfim Zadeh, Kalifornská univerzita v Berkeley: z teorie fuzzy množin)

Stupeň příslušnosti, funkce příslušnosti ve fuzzy logice: příslušnost k množinám v rozmezí od 0 do 1, včetně obou hraničních hodnot. Fuzzy logika tak umožňuje matematicky vyjádřit pojmy jako „trochu“, „dost“ nebo „hodně“ apod. Přesněji, umožňuje vyjádřit částečnou příslušnost k množině. Fuzzy logika používá stupeň příslušnosti (míru pravdivosti) jako matematický model *vágnosti*, zatímco pravděpodobnost je matematický model *neznalosti*. Je nutno říci, že fuzzy logika může modelovat pouze sdělitelnou *vnější vágnost*, na rozdíl od *vnitřní vágnosti* vyskytující se v konotaci (vágní, subjektivní a emocionálně zabarvené interpretaci) jazykové konstrukce. Fuzzy logika, jako každý formální systém, přísně vyžaduje exaktní interpretaci všech použitých jazykových konstrukcí systému, tedy nulovou vnitřní vágnost, jinak tedy nulový sémantický diferenciál této interpretace.

Vágní: nejasný, nejednoznačný, neurčitý, nepřesný

Sémantický diferenciál: rozdíl v konotaci (vágní, tj. mlhavé, subjektivní a emocionálně zabarvené interpretaci), přiřazující význam dané jazykové konstrukci, různými lidskými individui. Každé z individuí konotaci provádí na základě svého subjektivního, inherentně vágního vnitropsychického kognitivního modelu.

- nezaměňovat s pravděpodobností! (… ani nejde o možnosti, které mohou nastat – nebo o možnosti, které nastanou).
- např.: máme 30 ml vody ve stomililitrové sklenici spolu se dvěma fuzzy množinami: *Plná* a *Prázdná*. Naše částečně naplněná sklenice pak přísluší z 0,7 k *Prázdné* a z 0,3 k *Plné*.

Volná logika

Logický systém, který na rozdíl od klasické logiky připouští jako model určité teorie i prázdnou množinu a připouští, aby jmenný symbol neoznačoval žádné individuum.
Množina dokazatelných formulí ve volné logice je podmnožinou dokazatelných formulí v klasické logice. Tedy ve volné logice nemůžeme dokázat vše, co v klasické logice.

Intuicionistická logika

Nepoužívá ***princip vyloučeného třetího***.

Zákon o vyloučení třetího (latinsky *principium tertii exclusi*, či **tertium non datur** – třetí není dán) je logický princip, který říká, že každý výrok je buď pravdivý, nebo je nepravdivý; neexistuje třetí možnost.

Pro každé tvrzení *P* proto platí, že výraz (*P* nebo *non P*) je pravdivý.

Například jestliže *P* je výrok „*Kaktus je zvíře.*“, pak následující složený výrok (disjunkce) „*Kaktus je zvíře, nebo kaktus není zvíře.*“ je vždy pravdivý (bez ohledu na pravdivost výroku *P*).

Tento zákon je jedním ze základních axiomů platných v mnoha klasických dvouhodnotových logikách. V některých logických systémech však tento princip neplatí (např. v systému intuicionistické logiky nebo vícehodnotové logiky, kam se řadí i fuzzy logika).

Pravdivostní hodnoty 0 a 1 v systému intuicionistické logiky: „není možno zkonstruovat“ / „je možno zkonstruovat“

- na rozdíl od běžné (například aristotelské) logiky neplatí princip negace negace; např. implikace typu „*Něco nemůže neexistovat ⇒ musí to existovat*“ v intuicionistické logice obecně neplatí…

Intuicionistická logika úzce souvisí s teorií vyčíslitelnosti (vědního oboru na pomezí matematiky a informatiky, který zkoumá otázky algoritmické řešitelnosti problémů. Vytváří teoretický základ a zkoumá možnosti a hranice využití algoritmicky pracujících postupů, což se v praxi uplatňuje především na počítačové programy. Pod pojmem algoritmu se běžně rozumí mechanizovaný postup, který lze realizovat).

Pravdivost v intuicionistické logice lze ztotožnit s algoritmickou řešitelností.

Algoritmus = přesný návod či postup, kterým lze vyřešit daný typ úlohy (zadání, úkolu, problému)…

Transparentní intenzionální logika (**TIL**):

- některé rysy společné s logikou (v 70. letech 20. století s podobnou teorií: americký logik Richard Montague)
- v některých důležitých ohledech hranice logických postupů překročila
- u nás: český logik Pavel Tichý: poprvé v systematické podobě (*Smysl a procedura* (Filosofický časopis 16, 1968, 222–232; *The foundations of Frege's Logic,* de Gruyter 1988)
- podstata teorie:

1. intence (záměry) nezávisí jen na světech (možných světech), ale také na časech; obd. rozšiřuje vztahy
2. záměrů a rozšíření nově uvažuje i o výstavbě konstrukcí

Dále: https://www.czechency.org/slovnik/TRANSPARENTN%C3%8D%20INTENZION%C3%81LN%C3%8D%20LOGIKA

Filozofická logika

Při zkoumání filozofických problémů, např. v analytické filozofii

- je rovněž zaměřena na analýzu přirozeného jazyka
- oblast filozofie; soubor metod používaných k řešení filozofických problémů + základní nástroj pro rozvoj metafilosofie (filozofie o filozofii; souboru filozofických a mimofilozofických úvah o filozofii, kam patří např. filozofie filozofie, metagnozeologie, dějiny filozofie, metodologie filozofie, sociologie filozofie apod).

Modální logika

Soubor formálních systémů byl původně vyvinut (od doby Aristotelových; stále široce používaná) k reprezentaci prohlášení o nutnosti a možnosti. Např. modální vzorec $P \Leftrightarrow R$ lze číst jako „pokud je P nutné, pak je také možné R“. Tento vzorec je široce považován za platný, když je nutnost a možnost chápána jako reflexe poznání.

V rámci ***relační sémantiky*** jsou vzorcům přiřazeny hodnoty pravdy vzhledem k teorii *možných světů*. Pravdivostní hodnota vzorce v jednom možném světě může záviset na hodnotách pravdy jiných vzorců v jiném přístupném *možném světě*. ***Možnost*** se konkrétně rovná pravdě v *nějakém* dostupným možném světě, zatímco ***nutnost*** se rovná pravdě v *každém* přístupném možném světě.

Modální logika se často označuje jako „logika nutnosti a možnosti“ a tyto aplikace hrají i nadále hlavní roli ve filozofii jazyka, epistemologii, metafyzice i ve formální sémantice. Matematický aparát modální logiky se však osvědčil v mnoha dalších oblastech včetně herní teorie, teorie množin apod.