Slezská univerzita v Opavě – Filosoficko-přírodovědecká fakulta			
Fyzikální praktikum I – Mechanika a molekulová fyzika			
Jméno:	**Ročník, obor:** První	**Vyučující:**	**Datum měření:**
Akademický rok:	**Název úlohy:** **Modul pružnosti v tahu**		**Datum odevzdání:**
Číslo úlohy: 6			**Hodnocení:**

1 Pracovní úkoly:

Určete modul pružnosti v tahu oceli a dřeva statickou a dynamickou metodou.

2 Teoretický úvod:

Působí – li na těleso síla a je – li zajištěno, že se pohybový stav tělesa nemění, nastává deformace tělesa. Tato deformace je buďto elastická neboli pružná (taková deformace je vratná), nebo plastická (obecně nevratná). V našem případě budeme uvažovat výhradně pružnou deformaci.

Napětí v tahu ν, které při působení síly v tělese vzniká, je definováno jako poměr kolmé složky síly ΔF k velikosti plochy ΔS, na níž síla působí:

$$\nu = \frac{\Delta F}{\Delta S}. \tag{1}$$

Jednotkou napětí je pascal [Pa]. Relativní deformace tělesa ε, k níž působením síly dojde, je

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}, \tag{2}$$

kde l je příslušný lineární rozměr tělesa a Δl prodloužení.

Souvislost napětí ν a relativní deformace ε vyjadřuje tzv. pracovní diagram, v němž je vynesena závislost

$$\nu = \nu(\varepsilon). \tag{3}$$

Křivka znázorňující tuto závislost vychází z počátku souřadných os. Pro ocel a $\nu < 100$ Mpa přechází funkce $\nu(\varepsilon)$ v přímou úměrnost:

$$\nu = E\varepsilon, \qquad \varepsilon = \frac{1}{E}\cdot\nu, \tag{4}$$

což je tzv. Hookův zákon. Veličina E se nazývá modul pružnosti v tahu (též Youngův modul). Jeho jednotkou je pascal. Číselné hodnoty E většiny technických materiálů jsou v rozmezí $10^9 \div 10^{12}$ Pa. Pro ocel je přibližná číselná hodnota $E = 2 \cdot 10^{11}$ Pa.

2.1 Metody měření

2.1.1 Statická metoda

K měření modulu pružnosti E použijeme tyč obdélníkového průřezu $a \times b$. Představme si tuto tyč volně položenou na dva břity, kolmé na délku tyče. Vzdálenost břitů je l. Zatížíme – li tyč uprostřed mezi oběma břity silou F, kolmou na stranu b průřezu, tyč se prohne, o vzdálenost y. Lze odvodit, že průhyb tyče y je

$$y = \frac{1}{4} \cdot \frac{l^3 F}{a^3 b E}, \tag{5}$$

z čehož plyne

$$E = \frac{1}{4} \cdot \frac{l^3 F}{a^3 b y}. \tag{6}$$

Tuto rovnici dosazením $F = mg$ upravíme na tvar

$$E = \frac{1}{4} \cdot \frac{l^3 mg}{a^3 b y}, \tag{7}$$

kde m je hmotnost použitého závaží.

Změřením příčných rozměrů tyče a a b, vzdálenosti břitů l a průhybu tyče y při známé síle F můžeme tedy určit modul pružnosti E. Průhyb měříme hodinkovým indikátorem. Při posunutí měřícího kolíčku hodinkového indikátoru o 1 mm opíše jeho ručička úhel 360°.Kruhová stupnice je rozdělena na 100 dílků, proto posunutí ručičky o 1 dílek odpovídá posunu kolíku o 10^{-2} mm. Indikátorové hodinky upevníme tak, že při nezatížené tyči ukazují počáteční výchylku n_0. Při zatěžování tyče se údaj hodinek mění na hodnotu n. Pro průhyb tyče pak platí $y = n - n_0$.

2.1.2 Dynamická metoda

Upevníme – li jeden konec tyče a druhý ponecháme volný, může tento volný konec vykonávat harmonické kmity. Pro dobu kmitu lze odvodit vztah

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l_1^3 m_r}{3EJ}}. \tag{8}$$

V tomto vztahu E značí modul pružnosti v tahu materiálu, ze kterého je vetknutá tyč zhotovena, m_r značí redukovanou hmotnost volné části vetknuté tyče (hmotnost tyče redukovaná na její volný konec), l_1 značí celkovou délku tyče od místa vetknutí až k jejímu volnému konci, J značí kvadratický moment průřezu (moment setrvačnosti průřezu), pro který vzhledem k tvaru zkoumané tyče platí

$$J = \frac{1}{12} \cdot a^3 b, \qquad \textbf{(9)}$$

kde a je rozměr tyče ve směru kmitů.

Redukovanou hmotnost tyče m_r nelze přímo měřit a proto ji ze vztahu **(8)** vyloučíme následujícím způsobem: na volný konec tyče připevníme pomocné těleso známé hmotnosti m_p tak, aby jeho těžiště připadalo na volný konec tyče. Doba kmitu se v důsledku změřené hmotnosti prodlouží na T_1, pro kterou platí

$$T_1 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l_1^3 \cdot \left(m_r + m_p\right)}{3EJ}}. \qquad \textbf{(10)}$$

Obě rovnice **(8)** a **(10)** umocníme a výsledky vzájemně odečteme. Jednoduchou úpravou pak obdržíme pro hledanou hodnotu modulu pružnosti v tahu E výraz

$$E = \frac{4\pi^2 m_p l_1^3}{3J \cdot \left(T_1^2 - T^2\right)}. \qquad \textbf{(11)}$$

Rovnici **(11)** převedeme s využitím rovnice **(9)** na výraz

$$E = \frac{16\pi^2 l_1^3 m_p}{a^3 b \cdot \left(T_1^2 - T^2\right)}. \qquad \textbf{(12)}$$

Stanovením jednotlivých parametrů na pravé straně rovnice **(12)** lze modul pružnosti v tahu vypočítat.

3 Použité měřící přístroje a pomůcky

- Hodinový indikátor
- Stolní váhy
- Posuvné měřítko
- Stopky
- Svinovací metr

4 Postup měření

1) Nejprve jsem posuvným měřítkem změřil oba rozměry (a,b) ocelové tyče.
2) Dále jsem změřil svinovacím metrem vzdálenost l_1 pro statickou metodu.
3) Poté jsem určil hmotnosti obou závaží m_1 a m_2.
4) Provedl jsem měření průhybu tyče pro zatížení závažími m_1 a m_2.

5) Potom tyč upevnil do zařízení na stěně a změřil délku tyče l_2 pro dynamickou metodu.
6) Změřil jsem dobu kmitu pro dynamickou metodou bez připevněného závaží a s připevněným závažím ($m_1 + m_2$).
7) Statickou a dynamickou metodou jsem vypočítal E pro ocelovou tyč.
8) Statickou metodou jsem obdobně vypočítal E pro dřevěnou tyč.

5 Naměřené a vypočtené hodnoty