

<b>Slezská univerzita v Opavě – Filosoficko-přírodovědecká fakulta</b>			
<b>Fyzikální praktikum I – Mechanika a molekulová fyzika</b>			
<b>Jméno:</b>	<b>Ročník, obor:</b> První,	<b>Vyučující:</b>	<b>Datum měření:</b>
<b>Akademický rok:</b>	<b>Název úlohy:</b> <b>Pohyb po nakloněné rovině</b>		<b>Datum odevzdání:</b>
<b>Číslo úlohy:</b> 2			<b>Hodnocení:</b>

## 1 Pracovní úkoly:

Vyšetřete dynamiku a kinematiku pohybu po nakloněné rovině užitím vzduchové dráhy a měřicího systému ISES. Z naměřených hodnot rozhodněte, zda tření na vzduchové dráze můžeme zanedbat. Pokud ne, určete koeficient tření .

## 2 Teoretický úvod:

V kinematice popisujeme dráhu rovnoměrně zrychleného pohybu vztahem (2.1),

$$s = \frac{1}{2} a_1 t^2 \quad (2.1)$$

Derivací rovnice (2.1) získáváme vztah (2.2), který popisuje rychlost tělesa při rovnoměrně zrychleném pohybu.

$$v = \frac{ds}{dt} \quad (2.2)$$

Pokud analyzujeme dynamiku pohybu po nakloněné rovině (obr.1) vidíme, že při zanedbání třecí síly, urychluje těleso pouze složka gravitační síly ve směru jeho pohybu , tedy celkovou sílu F můžeme vypočítat jako (2.3)

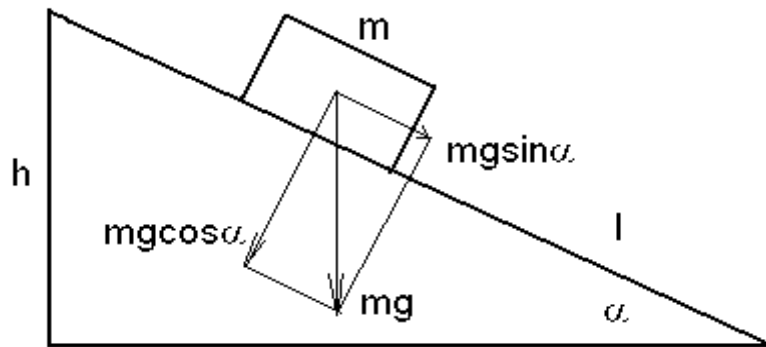
$$F = ma_2 = m.g.\sin(\alpha) \quad (2.3)$$

Pokud považujeme koeficient smykového tření za zanedbatelný, musíme výslednou sílu opravit o člen zohledňující tření, dostáváme tak (2.4)

$$F = m.a_3 = mg.(\sin(\alpha) - \mu \cos(\alpha)) \quad (2.4)$$

Vyjádríme-li zrychlení z rovnic (2.1), (2.3) a (2.4) získáme vztahy (2.5)

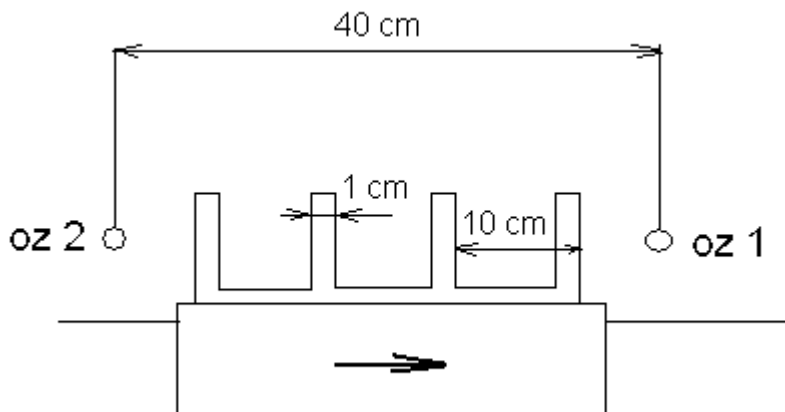
$$a_1 = \frac{2s}{t^2} \quad a_2 = g.\sin(\alpha) \quad a_3 = g(\sin(\alpha) - \mu \cos(\alpha)) \quad (2.5)$$



**Obr. 1 – Rozbor sil působících na těleso na nakloněné rovině**

V této úloze máme za úkol analyzovat takovýto pohyb a stanovit, zda je koeficient smykového tření na vzduchové dráze skutečně zanedbatelný, tedy  $a_1 \approx a_2$  nebo  $a_1 \neq a_2$  a v tom případě musíme se smykovým třením počítat a stanovit ho z rovnice pro  $a_3$ .

Pro měření jednotlivých veličin použijeme vzduchovou dráhu se dvěma optickými závorami a dále vozíček se čtyřmi rovnoměrně rozmístěnými značkami (Obr. 2)



**Obr. 2 – Schéma experimentu**

Princip stanovení vlastností pohybu je zřejmý už z obrázku. Na vozíčku jsou umístěny 4 značky, široké 1 cm, ve vzdálenostech po 10ti cm. Při průchodu značky optickou závorou oz, bude přerušen světelný paprsek, což bude detekováno počítačem. Při použití dvou opt. závor vozíček celkem urazí dráhu 0,7 m a každých 10 cm budou detekovány hodnoty času  $t$  a  $\Delta t$ . Ze znalosti  $\Delta t$  můžeme snadno vypočítat aktuální rychlost vozíčku v čase  $t$ , dle vztahu (2.2), kde  $\Delta s$  je šířka značky, tedy 1 cm.

Naměřené závislosti budou graficky zpracovány.

### **3 Použité měřicí přístroje a pomůcky**

- Vzduchová dráha
- Pravitko
- PC stanice se softwarem ISES a dvěma opt. závory

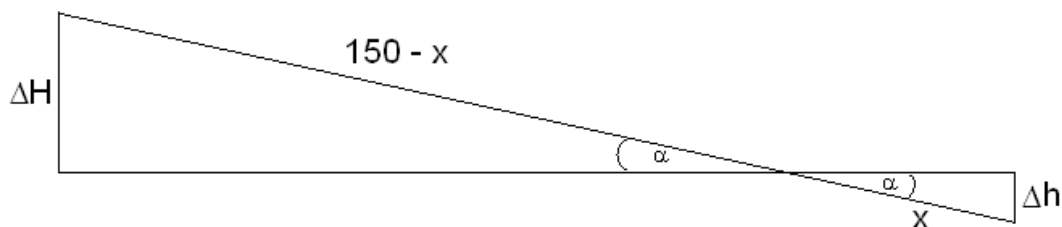
### **4 Postup měření**

- 1) Nejprve skloníme vzduchovou dráhu o úhel  $\alpha$ . Stanovíme jej z hodnot  $l$  a  $h$ .
- 2) Poté nastavíme optické závory do stanovených vzdáleností podle obr.2
- 3) Provedeme měření pomocí programu ISES, kde odečítáme hodnoty  $t$  a  $\Delta t$ .
- 4) Sestrojíme grafy závislosti dráhy na čase a rychlosti na čase.
- 5) Vypočteme zrychlení, určíme chybu a provedeme srovnání s teorií. /Úvod /.

### **5 Naměřené a vypočtené hodnoty**

## 5.1 Určení jednotlivých úhlů náklonu

Délka vzduchové dráhy je 1,5 m. Počáteční výška vzduchové dráhy nad stolem v koncových bodech je  $H_0 = 5,05$  cm a  $h_0 = 4,65$  cm. Považujme vzduchovou dráhu za vyváženou tak, že je kolmá k tížnici. Jednotlivé úhly  $\alpha$  nastavíme nakloněním vzduchové dráhy dle Obr. 3, kde rozdíly  $\Delta H$  a  $\Delta h$  určíme jako  $H_1 - H_0$  a  $h_1 - h_0$ .



Obr. 3 – Stanovení úhlu  $\alpha$

$$\sin(\alpha) = \frac{\Delta H}{150 - x}, \sin(\alpha) = \frac{\Delta h}{x}$$

$$\frac{\Delta H}{150 - x} = \frac{\Delta h}{x}$$

$$\Delta H x = 150 \Delta h - x \Delta h$$

$$x = \frac{150 \Delta h}{\Delta H + \Delta h}$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{\Delta h}{x}\right)$$

Tedy pro jednotlivá měření máme:

$$\Delta h_1 = 0,69 \text{ cm}, \Delta H_1 = 4,7 \text{ cm} \Rightarrow \alpha_1 = 2^\circ 03' 33''$$

$$\Delta h_2 = 1,05 \text{ cm}, \Delta H_2 = 7,59 \text{ cm} \Rightarrow \alpha_2 = 3^\circ 18' 07''$$

$$\Delta h_3 = 2,05 \text{ cm}, \Delta H_3 = 14,85 \text{ cm} \Rightarrow \alpha_3 = 6^\circ 58' 02''$$

## 5.2 Naměřené a vypočtené hodnoty pro úhel $\alpha_1$

Hodnoty  $v$  v následujících tabulkách byly vypočteny jako  $v = \Delta s / \Delta t$ , kde  $\Delta s = 1$  cm.

**Tab. 1 Naměřené a vypočtené hodnoty**

$\alpha_1$	s (m)	t (s)	$\Delta t$ (s)	v (m.s <sup>-2</sup> )
	0,3	1,235	0,022	0,454545
	0,4	1,441	0,019	0,526316
	0,5	1,623	0,016	0,625
	0,6	1,785	0,014	0,714286
	0,7	1,937	0,013	0,769231
	0,8	2,078	0,011	0,909091

Hodnoty zrychlení  $a_1$  získané výpočtem z rovnice (2.5) jsou uvedeny v následující tabulce

**Tab. 2 Vypočtené hodnoty zrychlení  $a_1$**

$i$	$a_i$ (ms <sup>-2</sup> )	$a_i - a$ (ms <sup>-2</sup> )	$(a_i - a)^2$ (m <sup>2</sup> s <sup>-4</sup> )
1	0,39338458	0,013621706	0,000185551
2	0,38526719	0,005504314	3,02975E-05
3	0,37963213	-0,000130748	1,70949E-08
4	0,37662124	-0,00314164	9,8699E-06
5	0,37313741	-0,006625465	4,38968E-05
6	0,37053471	-0,009228167	8,51591E-05
S	2,27857726	0	0,000354791
Průměr a	0,37976288		

$$u_A = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2}$$

$$u_A = \sqrt{\frac{1}{6 \cdot (6-1)} \cdot 0,000355}$$

$$\underline{\underline{u_A = 0,0034 \text{ ms}^{-2}}}$$

Hodnota zrychlení  $a_1$  získaná kinematickým rozbořem pohybu po nakloněné rovině vyšla jako:  $\mathbf{a_1 = 0,3798 \pm 0,0034 \text{ ms}^{-2}}$

Hodnotu zrychlení  $a_2$  vypočteme dosazením do rovnice (2.5) dostaneme:

$$a_2 = g \cdot \sin(\alpha) = 9,81 \cdot \sin(\alpha_1) = 0,3524 \text{ ms}^{-2}$$

### 5.3 Naměřené a vypočtené hodnoty pro úhel $\alpha_2$

**Tab. 3** Naměřené a vypočtené hodnoty

$\alpha_2$	s (m)	t (s)	$\Delta t$ (s)	v (m.s <sup>-2</sup> )
	0,3	1,03	0,016	0,625
	0,4	1,189	0,015	0,666667
	0,5	1,33	0,012	0,833333
	0,6	1,452	0,011	0,909091
	0,7	1,569	0,011	0,909091
	0,8	1,679	0,009	1,111111

**Tab. 4** Vypočtené hodnoty zrychlení  $a_1$

$i$	$a_i$ (ms <sup>-2</sup> )	$a_i - a$ (ms <sup>-2</sup> )	$(a_i - a)^2$ (m <sup>2</sup> s <sup>-4</sup> )
1	0,56555755	-0,001477207	2,18214E-06
2	0,56588252	-0,001152233	1,32764E-06
3	0,56532308	-0,001711167	2,92981E-06
4	0,56917788	0,002143127	4,593E-06
5	0,56869859	0,001663834	2,76834E-06
6	0,5675689	0,000534148	2,85314E-07
S	3,40220851	0	1,40862E-05
Průměr a	0,56703475		

$$u_A = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2}$$

$$u_A = \sqrt{\frac{1}{6 \cdot (6-1)} \cdot 0,0000141}$$

$$\underline{\underline{u_A = 0,0007 \text{ ms}^{-2}}}$$

Hodnota zrychlení  $a_1$  pro úhel náklonu  $\alpha_2$  vychází jako  $\mathbf{a_1 = 0,5670 \pm 0,0007 \text{ ms}^{-2}}$

$$a_2 = g \cdot \sin(\alpha) = 9,81 \cdot \sin(\alpha_2) = 0,56504 \text{ ms}^{-2}$$

## 5.4 Naměřené a vypočtené hodnoty pro úhel $\alpha_3$

**Tab. 5** Naměřené a vypočtené hodnoty

$\alpha_3$	s (m)	t (s)	$\Delta t$ (s)	v (m.s <sup>-2</sup> )
	0,3	0,729	0,012	0,833333
	0,4	0,844	0,011	0,909091
	0,5	0,946	0,009	1,111111
	0,6	1,031	0,008	1,25
	0,7	1,116	0,007	1,428571
	0,8	1,195	0,007	1,428571

**Tab. 6** Vypočtené hodnoty zrychlení  $a_1$

$i$	$a_i$ (ms <sup>-2</sup> )	$a_i - a$ (ms <sup>-2</sup> )	$(a_i - a)^2$ (m <sup>2</sup> s <sup>-4</sup> )
1	1,12900585	0,005183942	2,68733E-05
2	1,12306552	-0,000756392	5,7213E-07
3	1,11742331	-0,006398601	4,09421E-05
4	1,12892195	0,005100033	2,60103E-05
5	1,12408628	0,000264366	6,98896E-08
6	1,12042856	-0,003393348	1,15148E-05
S	6,74293147	0	0,000105983
Průměr			
a	1,12382191		

$$u_A = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2}$$

$$u_A = \sqrt{\frac{1}{6 \cdot (6-1)} \cdot 0,000106}$$

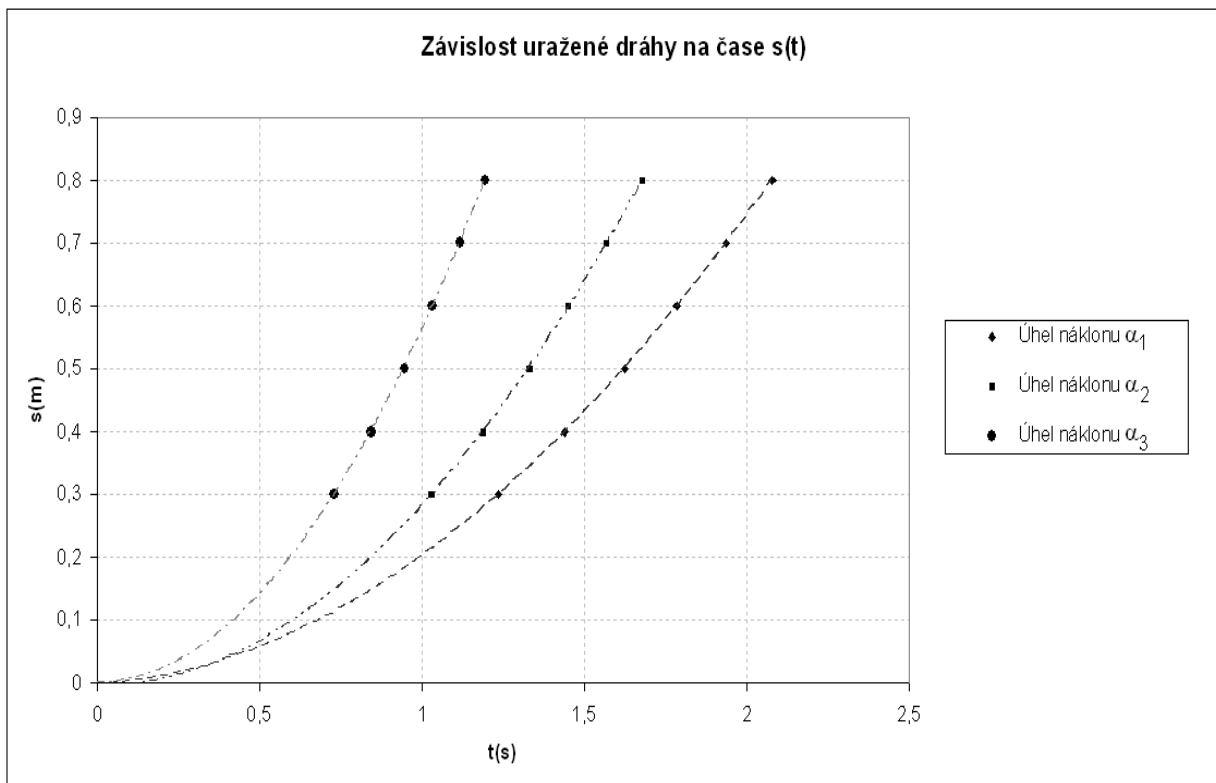
$$\underline{\underline{u_A = 0,0019 \text{ ms}^{-2}}}$$

Hodnota zrychlení  $a_1$  pro úhel náklonu  $\alpha_3$  vychází jako  $\mathbf{a_1 = 1,1238 \pm 0,0019 \text{ ms}^{-2}}$

$$a_2 = g \cdot \sin(\alpha) = 9,81 \cdot \sin(\alpha_2) = 1,18997 \text{ ms}^{-2}$$

## 6 Grafické zpracování

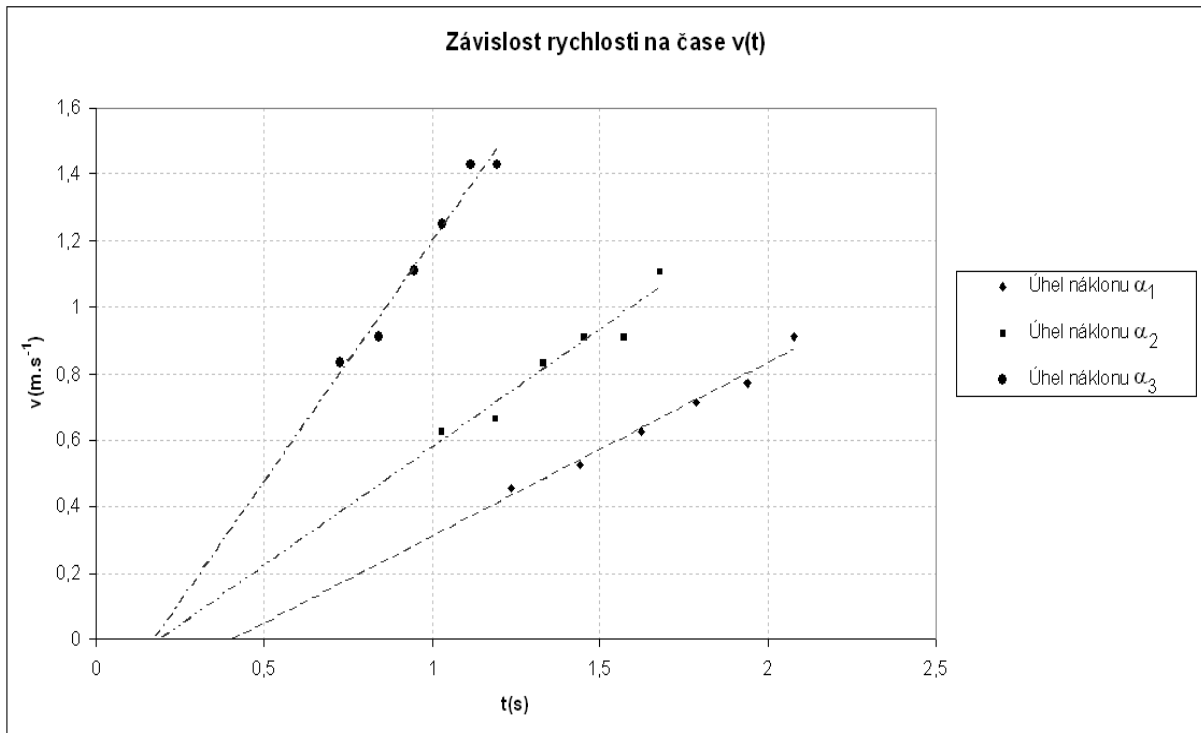
Na Obr. 4 je vynesena závislost uražené dráhy na čase. Po proložení naměřených hodnot metodou nejmenších čtverců vidíme, že se závislost  $s(t)$  je parabolická přesně jak ukazuje teorie (vztah (2.1)).



Obr. 4 – Závislost uražené dráhy na čase

Na Obr. 5 je vynesena závislost okamžité rychlosti na čase. Tato závislost byla vzhledem k očekávání teorie proložena přímkou. Přímková závislost by měla procházet počátkem, pokud by tomu tak bylo, hledané zrychlení  $a$  by bylo směrnici této přímky. Jak je však vidět regresní přímka výrazně minula počátek souřadnic, což může být způsobeno rozdílnými okamžiky puštění vozíčku a záznamu v počítači, ze stejného důvodu jsou zřejmě i trochu posunuty regresní křivky v závislosti  $s(t)$  na Obr. 4. Další příčinou nepřesnosti může být to, že značky na vozíčku neměly všechny šířku přesně 1 cm.





**Obr. 5 – Závislost rychlosti na čase**

## 7 Závěr:

V této úloze jsem měl za úkol provést kinematický a dynamický rozbor pohybu tělesa po nakloněné rovině. Při zpracování jsem zjistil, že hodnoty zrychlení získané z kinematických vztahů, se od těch dynamických příliš neliší i při zanedbání vlivu tření. Dokonce pro úhly  $\alpha_1$  a  $\alpha_2$  jsou hodnoty  $a_2$  se zanedbaným třením nižší, než kinematické hodnoty  $a_1$ , tedy při započtení vlivu tření bychom dostali ještě větší rozdíl. Z grafického zpracování je vidět, že závislost  $s(t)$  je parabolická jak předpovídá teorie a závislost  $v(t)$  je přímková. Příčiny odchylky závislosti  $v(t)$  od závislosti teoretické je rozebrány výše.