

Zkoušková písemka - Algebra I

1. Vyřešte soustavu rovnic s reálným parametrem a .

$$\begin{aligned}x_1 - 2x_2 - x_3 &= -18 - 3a \\ -x_1 + 2x_2 &= 18 + 2a \\ 2x_1 - 3x_3 &= -7a\end{aligned}$$

2. Dokažte, že platí $\det \begin{pmatrix} x & 0 & 0 & y \\ 0 & x & y & 0 \\ 0 & y & x & 0 \\ y & 0 & 0 & x \end{pmatrix} = (x^2 - y^2)^2$.

3. Najděte inverzní matici k matici $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ a proveďte zkoušku.

4. Je zadaná množina $G = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ a binární operace \star zadaná předpisem $x \star y = |x \cdot y|$. O jakou nejvyšší algebraickou strukturu se jedná?

5. Nalezněte největšího společného dělitele polynomů $f(x) = 2x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 14x - 12$ a $g(x) = 2x^3 - 4x^2 - x + 2$.