

Cvičení 17.3.

1. Užitím faktoru k nalezněte vztah pro relativistické skládání rychlostí v jednom směru.
Návod: Uvažujte světelný signál vyslaný pozorovatelem v jeho klidové soustavě S v čase t_1 .
Pozorovatel V je v klidu v soustavě S' , která se pohybuje rychlostí v ve směru osy x' splývající s osou x soustavy S , a zaregistruje tento signál v čase $t_2' = k(v)t_1$. Podobně pozorovatel U je v klidu v soustavě S'' , která se pohybuje ve směru osy x'' splývající s x , x' rychlostí u vzhledem k soustavě S , a rychlostí u' vzhledem k soustavě S' . Tento pozorovatel zaregistruje signál v čase $t_3'' = k(u)t_1 = k(u')t_2'$.
2. Dokažte, že je-li $v < c$, a zároveň $u' < c$, potom $u < c$. Návod: Podle podmínek úlohy je $(c-v)(c-u') > 0$.
3. Kosmická loď, jejíž klidová délka je 350 m, má rychlost $0,82c$ vzhledem k jisté vztažené soustavě. Mikrometeorit, který má rovněž rychlost $0,82c$ v této soustavě, mívá loď v protisměru. Jak dlouho trvá, než ji mine, podle měření vykonaného na lodi?
4. Dvě částice se pohybují vysokou rychlostí v urychlovači částic. Pomalejší částice má 5m náskok před rychlejší (vzdálenost je měřena v klidové soustavě pomalejší částice). Rychlost částic je $v_1 = 0,8c$, $v_2 = 0,9c$. Rychlost obou částic je měřena ve vztažené soustavě laboratoře. Za jakou dobu vzhledem k pozorovateli v laboratoři rychlejší částice dožene pomalejší?
5. Představme si fotoaparát fotografující vzdálenou kulku. Kulka se vůči fotoaparátu pohybuje rychlostí v . Za kulkou (paralelně k její dráze) je umístěno pravítko. Pravítko je v klidu vzhledem k fotoaparátu. Směr fotoaparátu svírá s dráhou kulky úhel α . Jaká bude zdánlivá délka kulky na fotografii, když délka kulky v klidovém systému je l_0 ? (To jest, kolik dílků pravítka bude zakryto?)
6. Odvoďte užitím faktoru k speciální Lorentzovu transformaci. Návod: Chceme najít vztah mezi souřadnicemi (t, x, y, z) a (t', x', y', z') , které popisují tutéž událost U , pozorovanou ve dvou různých inerciálních vztažných soustavách S, S' , pohybujících se navzájem rychlostí v ve směru jejich splývajících os x, x' . Uvažujme pozorovatele A , který je v klidu v soustavě S a pozorovatele B , který je v klidu v S' . Dejme tomu, že uvažovaná událost U je odraz signálu vyslaného pozorovatelem A v čase t_1 , který se vrátil v čase t_2 . Tento signál minul pozorovatele B v čase $t_1' = k t_1$ a při návratu v čase $t_2' = t_2/k$.

Úlohy na transformaci složek rychlosti:

7. Systém S' se pohybuje rychlostí v vzhledem k systému S . Kulka je v systému S' vypálena rychlostí u' do úhlu θ_0 vzhledem ke směru pohybu systému S' . Jaký je úhel θ měřený v S ? Jaký bude tento úhel pro foton?
8. Úloha z minula: Aberace je jev popisující závislost směru pozorovaného světelného paprsku na rychlosti pozorovatele. Tudíž, jestliže dalekohled pozoruje hvězdu pod inklináčním úhlem θ' vzhledem k horizontální rovině, ukažte že podle klasické fyziky bude „skutečná“ inklinace θ

hvězdy dána vztahem $\operatorname{tg} \theta' = \frac{\sin \theta}{\cos \theta + v/c}$, kde v je rychlost dalekohledu vzhledem ke hvězdě.

Dále ukažte, že odpovídající relativistická formule je $\operatorname{tg} \theta' = \frac{\sin \theta}{\beta(\cos \theta + v/c)}$.