Cvičení ze STR\_sada 1

1. Nalezněte faktor k pro přibližujícího se pozorovatele a ukažte, že vede ke stejnému Lorentzovu faktoru.
2. Dokažte, že je-li v<c, a zároveň u´<c, potom u<c. Návod: Podle podmínek úlohy je (c-v)(c-u’)>0.
3. Odvoďte klasický vztah pro Dopplerův jev. Uvažujte tyto případy:
4. Zdroj vlnění Z se přibližuje k nehybnému pozorovateli P.
5. Zdroj Z se vzdaluje od nehybného pozorovatele P.
6. Pozorovatel se přibližuje k nehybnému zdroji Z.
7. Pozorovatel se vzdaluje od nehybného zdroje Z.

Nalezněte odpovídající relativistickou formuli pro zdroj světla ve vakuu pro tyto případy a uvažujte i pohyby v obecném směru.

1. Na křižovatce svítí červená. Jakou rychlostí je třeba jet, abychom viděli zelenou? Použijte vlnové délky
2. Odvoďte užitím faktoru k speciální Lorentzovu transformaci. Návod: Chceme najít vztah mezi souřadnicemi (t,x,y,z) a (t´,x´,y´,z´), které popisují tutéž událost U, pozorovanou ve dvou různých inerciálních vztažných soustavách S, S´, pohybujících se navzájem rychlostí v ve směru jejích splývajících os x, x´. Uvažujme pozorovatele A, který je v klidu v soustavě S a pozorovatele B, který je v klidu v S´.  Dejme tomu, že uvažovaná událost U je odraz signálu vyslaného pozorovatelem A v čase t1, který se vrátil v čase t2. Tento signál minul pozorovatele B v čase t1´=k t1 a při návratu v čase t2´=t2/k.
3. Kosmická loď, jejíž klidová délka je 350 m, má rychlost 0,82c vzhledem k jisté vztažné soustavě. Mikrometeorit, který má rovněž rychlost 0,82c v této soustavě, míjí loď v protisměru. Jak dlouho trvá, než ji mine, podle měření vykonaného na lodi?
4. Mějme tyč délky měřenou v jejím klidovém systému S´, která se v systému S pohybuje ve směru osy x rychlostí v. Tyč svírá úhel s osou x´ systému S´. Určete:
5. Délku tyče měřenou v systému S.
6. Úhel θ který svírá tyč s osou x.
7. Atlet nesoucí horizontálně 20 stop dlouhou tyč vběhne rychlostí v takovou, že Lorentzův gama faktor je do místnosti, která má na délku 10 stop a zavře dveře. Vysvětlete, jak je to možné, když z hlediska atletovy klidové soustavy je místnost dlouhá jen 5 stop. (Nápověda: žádný signál ani interakce se nemůže šířit rychleji než světlo). Ukažte, že minimální délka místnosti, se kterou lze toto provést, je stop.
8. Dvě částice se pohybují vysokou rychlostí v urychlovači částic. Pomalejší částice má 5m náskok před rychlejší (vzdálenost je měřena v klidové soustavě pomalejší částice). Rychlost částic je v1 = 0, 8c, v2 = 0, 9c. Rychlost obou částic je měřená ve vztažné soustavě laboratoře. Za jakou dobu vzhledem k pozorovateli v laboratoři rychlejší částice dožene pomalejší?
9. Představme si fotoaparát fotografující vzdálenou kulku. Kulka se vůči fotoaparátu pohybuje rychlostí v. Za kulkou (paralelně k její dráze) je umístěno pravítko. Pravítko je v klidu vzhledem k fotoaparátu. Směr fotoaparátu svírá s dráhou kulky úhel α. Jaká bude zdánlivá délka kulky na fotografii, když délka kulky v klidovém systému je ? (To jest, kolik dílků pravítka bude zakryto?)

Úlohy na transformaci složek rychlosti:

1. Systém S´ se pohybuje rychlostí v vzhledem k systému S. Kulka je v systému S´ vypálena rychlostí u´ do úhlu vzhledem ke směru pohybu systému S´. Jaký je úhel θ měřený v S? Jaký bude tento úhel pro foton?
2. Aberace je jev popisující závislost směru pozorovaného světelného paprsku na rychlosti pozorovatele. Tudíž, jestliže dalekohled pozoruje hvězdu pod inklinačním úhlem θ´ vzhledem k horizontální rovině, ukažte že podle klasické fyziky bude „skutečná“ inklinace θ hvězdy dána vztahem , kde v je rychlost dalekohledu vzhledem ke hvězdě. Dále ukažte, že odpovídající relativistická formule je .