

Cvičení ze STR_sada 1

- Nalezněte faktor k pro přibližujícího se pozorovatele a ukažte, že vede ke stejnému Lorentzovu faktoru.
- Dokažte, že je-li $v < c$, a zároveň $u' < c$, potom $u < c$. Návod: Podle podmínek úlohy je $(c-v)(c-u') > 0$.
- Odvoďte klasický vztah pro Dopplerův jev. Uvažujte tyto případy:
 - Zdroj vlnění Z se přibližuje k nehybnému pozorovateli P .
 - Zdroj Z se vzdaluje od nehybného pozorovatele P .
 - Pozorovatel se přibližuje k nehybnému zdroji Z .
 - Pozorovatel se vzdaluje od nehybného zdroje Z .Nalezněte odpovídající relativistickou formuli pro zdroj světla ve vakuu pro tyto případy a uvažujte i pohyby v obecném směru.
- Na křižovatce svítí červená. Jakou rychlostí je třeba jet, abychom viděli zelenou? Použijte vlnové délky $\lambda_c = 700nm$, $\lambda_z = 500nm$.
- Odvoďte užitím faktoru k speciální Lorentzovu transformaci. Návod: Chceme najít vztah mezi souřadnicemi (t, x, y, z) a (t', x', y', z') , které popisují tutéž událost U , pozorovanou ve dvou různých inerciálních vztažných soustavách S, S' , pohybujících se navzájem rychlostí v ve směru jejich splývajících os x, x' . Uvažujme pozorovatele A , který je v klidu v soustavě S a pozorovatele B , který je v klidu v S' . Dejme tomu, že uvažovaná událost U je odraz signálu vyslaného pozorovatelem A v čase t_1 , který se vrátil v čase t_2 . Tento signál minul pozorovatele B v čase $t_1' = k t_1$ a při návratu v čase $t_2' = t_2/k$.
- Kosmická loď, jejíž klidová délka je 350 m, má rychlost $0,82c$ vzhledem k jisté vztažné soustavě. Mikrometeorit, který má rovněž rychlost $0,82c$ v této soustavě, míjí loď v protisměru. Jak dlouho trvá, než ji mine, podle měření vykonaného na lodi?
- Mějme tyč délky l_0 měřenou v jejím klidovém systému S' , která se v systému S pohybuje ve směru osy x rychlostí v . Tyč svírá úhel θ_0 s osou x' systému S' . Určete:
 - Délku l tyče měřenou v systému S .
 - Úhel θ který svírá tyč s osou x .
- Atlet nesoucí horizontálně 20 stop dlouhou tyč vběhne rychlostí v v takovou, že Lorentzův gama faktor je $\gamma = 2$, do místnosti, která má na délku 10 stop a zavře dveře. Vysvětlete, jak je to možné, když z hlediska atletovy klidové soustavy je místnost dlouhá jen 5 stop. (Nápověda: žádný signál ani interakce se nemůže šířit rychleji než světlo). Ukažte, že minimální délka místnosti, se kterou lze toto provést, je $\frac{20}{\sqrt{3}+2}$ stop.
- Dvě částice se pohybují vysokou rychlostí v urychlovači částic. Pomalejší částice má 5m náskok před rychlejší (vzdálenost je měřena v klidové soustavě pomalejší částice). Rychlost částic je $v_1 = 0,8c$, $v_2 = 0,9c$. Rychlost obou částic je měřená ve vztažné soustavě laboratoře. Za jakou dobu vzhledem k pozorovateli v laboratoři rychlejší částice dožene pomalejší?

10. Představme si fotoaparát fotografující vzdálenou kulku. Kulka se vůči fotoaparátu pohybuje rychlostí v . Za kulkou (paralelně k její dráze) je umístěno pravítko. Pravítko je v klidu vzhledem k fotoaparátu. Směr fotoaparátu svírá s dráhou kulky úhel α . Jaká bude zdánlivá délka kulky na fotografii, když délka kulky v klidovém systému je l_0 ? (To jest, kolik dílků pravítka bude zakryto?)

Úlohy na transformaci složek rychlosti:

11. Systém S' se pohybuje rychlostí v vzhledem k systému S . Kulka je v systému S' vypálena rychlostí u' do úhlu θ_0 vzhledem ke směru pohybu systému S' . Jaký je úhel θ měřený v S ? Jaký bude tento úhel pro foton?
12. Aberace je jev popisující závislost směru pozorovaného světelného paprsku na rychlosti pozorovatele. Tudiž, jestliže dalekohled pozoruje hvězdu pod inklináčním úhlem θ' vzhledem k horizontální rovině, ukažte že podle klasické fyziky bude „skutečná“ inklinace θ hvězdy dána vztahem $\operatorname{tg} \theta' = \frac{\sin \theta}{\cos \theta + v/c}$, kde v je rychlost dalekohledu vzhledem ke hvězdě. Dále ukažte, že odpovídající relativistická formule je $\operatorname{tg} \theta' = \frac{\sin \theta}{\beta(\cos \theta + v/c)}$.