

Matematika a/pro přírodní vědy

Lukáš Richterek

Katedra experimentální fyziky PF UP, 17. listopadu 1192/12, 771 46 Olomouc
lukas.richterek@upol.cz

Podklad k předmětům:
Filozofické problémy přírodních věd (UPOL)
Fyzika, filozofie, umění (SLU)



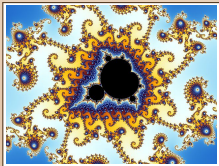
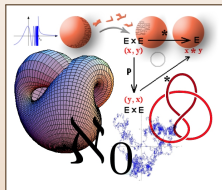
Přírodovědecká
fakulta



SLEZSKÁ
UNIVERZITA

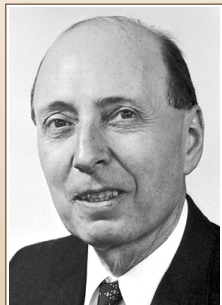
Pokud je geometrie jasná, neříká nic o skutečném světě, a pokud o našich zkušenostech něco říká, pak je nejasná. (A. Einstein)

- μαθηματικός (mathematikós) – milující poznání; μάθημα (máthema) – věda, vědění, poznání
- kvantita, struktura, prostor, změna
- nejvyšší míra abstrakce a přesnosti („královna“)
- matematický důkaz: spolehlivý (logika)
- aplikace často s odstupem (grupy, Einstein)
- Gödelova věta 1929: existují výroky, jež nelze dokázat



Matematika je dar (Wigner)

- Eugene Paul Wigner (Jenő Pál): teoretický fyzik, NC 1963 („for his contributions to the theory of the atomic nucleus and the elementary particles, particularly through the discovery and application of fundamental symmetry principles“)
- sestra manželkou P. Diraca
- ***The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences***. Richard Courant lecture in mathematical sciences, New York University, May 11, 1959. Communications on Pure and Applied Mathematics 13: 1–14.
doi:10.1002/cpa.3160130102
- uzpůsobenost k popisu dějů a zákonů ⇒ báječný dar, kterému nerozumíme a nezasloužíme si ho (Newton, Galileo: součást Božího plánu)

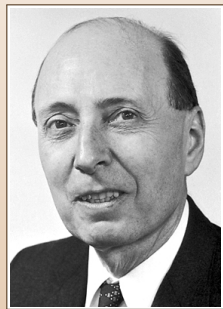


1902–1995

Matematika je dar (Wigner) – pokračování

Zázrak vhodnosti jazyka matematiky pro formulaci fyzikálních zákonů je úžasný dar, kterému nerozumíme ani si ho nezasloužíme. Měli bychom za něj být vděční a doufat, že zůstane platný i v budoucím výzkumu a že se v dobrém i zlém rozšíří k našemu potěšení, i když možná také k našemu zmatení, do co nejvíce oborů.

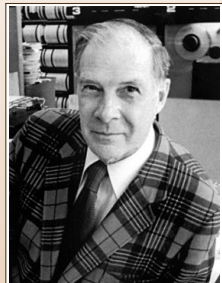
Těžko se ubránit dojmu, že zde stojíme před zázrakem, který je svou povahou zcela srovnatelný se zázrakem, že lidská mysl dokáže dát dohromady tisíc argumentů, aniž by se dostala do protikladů, nebo se dvěma zázraky zákonů přírody a schopnosti lidské mysli je chápat.



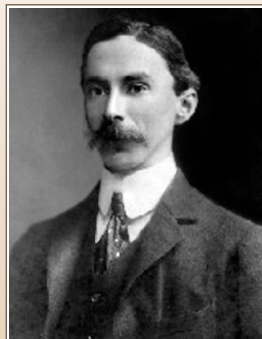
1902–1995

Matematika je dar (po Wignerovi)

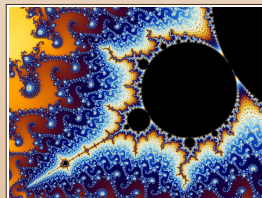
- Richard Wesley Hamming (1915–1998), americký matematik
 - Humans see what they look for
 - Humans create and select the mathematics that fit a situation
 - Mathematics addresses only a part of human experience
 - Evolution has primed humans to think mathematically
- Max Erik Tegmark (*1967): fyzika je tak úspěšně popsána matematikou, protože fyzický svět je zcela matematický, izomorfní s matematickou strukturou, kterou jednoduše kousek po kousku odkrýváme
- Israel Moiseevich Gelfand (1913–2009): Je jen jedna věc, která je nerozumnější než neuvěřitelná účinnost matematiky ve fyzice, a to je neuvěřitelná neúčinnost matematiky v biologii.
- Peter Norvig (*1956): Měli bychom se přestat chovat, jako by naším cílem bylo vytvářet extrémně elegantní teorie, a místo toho přijmout složitost a využít toho nejlepšího spojence, kterého máme: „unreasonable“ efektivitu dat.



- Elegance je věcí krejčího a obuvníka (Blaise Pascal)
- Bertrand Arthur William Russell: Fyzika je matematická ne proto, že toho o fyzickém světě víme tolik, ale proto, že toho víme tak málo; můžeme objevit pouze jeho matematické vlastnosti.
- Co tvoří VŠ matematiku?
- symetrie (Buridanův osel, 1300–1358), částicová fyzika, zákony zachování
- Fraktál (Benoît Mandelbrot, 1975): fractus=rozbitý; soběpodobný, složitý tvar opakováním jednoduchých pravidel
- Stephen Wolfram (*1959): *A New Kind of Science* (2002),
<https://www.wolframscience.com/nks/>
celulární automaty



Bertrand Russell 1872–1970



Zlatý řez

- Luca Pacioli (1445–1517): *Divina Proportione* (1509) Bez matematiky není umění
- zlatý řez: 1,618:1 (resp. 1:0,618); přesně $(1 + \sqrt{5})/2$, $\varphi^2 - \varphi - 1 = 0$

$$\varphi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}}$$

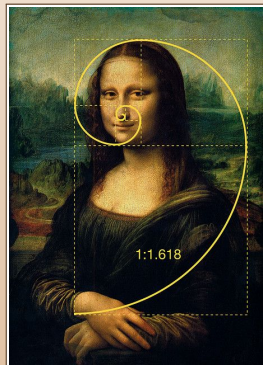
- Fibonacciho posloupnost: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...
- Kepler:

$$F(n) = \frac{\varphi^n}{\sqrt{5}} - \frac{(1 - \varphi)^n}{\sqrt{5}} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F(n+1)}{F(n)} \rightarrow \varphi$$

- logaritmická spirála $r = ae^{b\theta}$



Hlavonožec Nautilus



V hudbě

The image displays a musical score for Fryderyk Chopin's Prelude No. 1 in C major, Op. 28. The score is presented in four systems, each with a treble and bass clef. The first system (measures 1-6) is marked 'Agitato' and features a 'p' dynamic. An annotation points to measure 8, identifying it as 'the lowest tone G₁'. The second system (measures 7-12) includes markings for 'rit.' and 'simile'. An annotation points to measure 13, indicating a 'modulation to D minor'. The third system (measures 13-18) is marked 'stretto' and 'cresc.' with a hairpin. An annotation points to measure 21, identifying it as 'the highest tone d³'. The fourth system (measures 19-24) is marked 'ff' and '(dim.)'. An annotation points to measure 21, identifying it as the 'climax of prelude'. The final system (measures 25-34) is marked 'pp'. An annotation points to the final measure (34), indicating the 'total 34 measures'. Arrows connect the annotations to the specific notes or measures in the score.

m. 8: the lowest tone G_1

m. 13: modulation to D minor

m. 21: the highest tone d^3

chromatic ascension from $c\text{-sharp}^2$ to c^3

m. 21: climax of prelude

total 34 measures

Fryderyk Franciszek Chopin (1810–1849) Prelude No. 1 C major, Op. 28

(https://youtu.be/QpEit_L1l0k)

From Musica Fibonacciana: Aesthetic and Practical Approach by Rima Povilionienė, 2017.



Svatopetrské náměstí (italsky Piazza San Pietro), kapacita asi 400 000 lidí, Gian Lorenzo Bernini (Giovanni Lorenzo Bernini) (1598–1680)

Plán londýnského metra



Henry Charles Beck
(Harry Beck)
(1902 –1974)

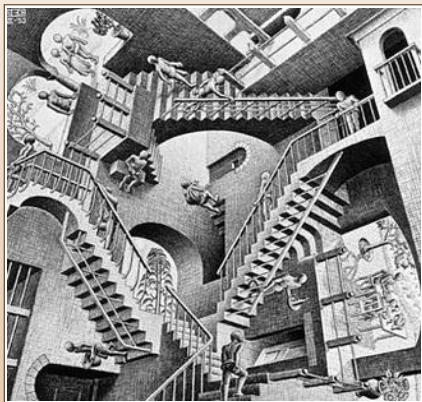
Topologická mapa
v letech 1931–1933
⇒ vzdálenosti
nejso podstatné

Barrow, J. D. *Vesmírná galerie*. Praha: Argo/Dokořán, 2011.

Maurits Cornelis Escher (1898–1972)



Circle Limit III (1959)

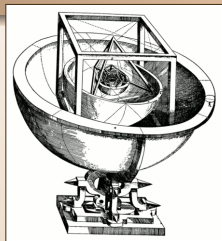


Relativity (1953)

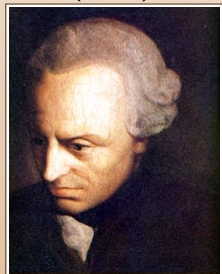
Matematika

- řada problémů komplexních (nejsou algoritmy)
- některé rovnice nelze systematicky řešit (chaos)
- Pythagorejci: odmítají iracionální č., planety po kružnicích (Kepler pl. tělesa), numerologie
- Titiovo–Bodeovo pravidlo (1766, Ceres, Piazzini 1801): $a = 0,4 + 0,3 \times 2^n$ ($n = -\infty, 0, 1, 2, \dots$)
- pojem pole (Faraday), Einstein a Minkowski
- lokalita (\Rightarrow relativní jednoduchost)






V každé přírodovědě je tolik skutečné vědy, kolik je v ní matematiky. (I. Kant)



Mysterium
Cosmographicum
(1600)

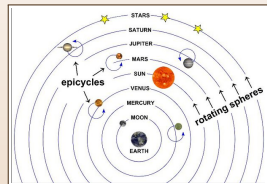


1724–1804

Čtyřstěn	Krychle (nebo Pravidelný Šestistěn)	Osmistěn	Dvanáctistěn	Dvacetistěn
				

Je Hospodin hospodárný?

- Aristotelovsko-ptolemaiovský systém: je příkladem racionální konstrukce: nebeská tělesa se musí pohybovat po dokonalých křivkách, tj. kružnicích (kružnice – i určité „ekonomické hledisko“); **Bohrův model** (1913, NC 1921)
- Didonina úloha: pověst o vzniku Kartága; královna Didó (= Elissa, Elissar), která utekla z Tyru (Libanon), vychytralý vládce odpověděl, že za nabízené šperky jí prodá jen takový kus půdy, který dokáže ohraničit kůží z vola \Rightarrow izoperimetrické úlohy (perimetr = obvod)
- Rotunda a plynojem – největší prostor při nejmenší spotřebě materiálu
- Volně padající vodní kapka ve vakuu kulová – povrchová energie minimální



Matthäus Merian the Elder, 1630



sv. Jiří

Tempori parce! (ušetřit čas)

- Hero (Hérón z Alexandrie) (10–75 n. l.): vysvětlení přímého šíření paprsků (paprsek se šíří vždy podél nejmenší vzdálenosti)
- Fermatův princip (1662): Demonstratio nostra unico nititur postulate: naturam operari per modos et vias faciliores et expeditiores; Huygensův princip

$$\delta T = \delta \int_A^B \frac{ds}{v_r} = 0$$

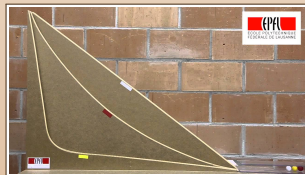
$$S = \int_A^B dS = \int_A^B \frac{c}{v_r} ds = \int_A^B n_r ds$$

- Brachistochrona: Johann Bernoulli 1696, Acta Eruditorum

$$\delta T = \delta \int_0^{x_B} \sqrt{\frac{1 + y'^2}{2g(y_A - y)}} dx$$



Pierre de Fermat (1601–1665)



Hamiltonův princip

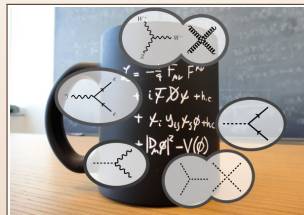
- William Rowan Hamilton (1805–1865)

$$\mathcal{S}[\mathbf{q}(t)] = \int_{t_1}^{t_2} L[\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t), t] dt$$

- Eulerovy-Lagrangeovy rovnice

$$J = \int_a^b F(x, y(x), y'(x)) dx$$

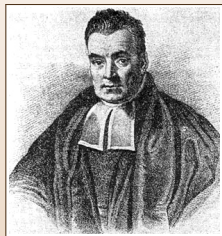
$$\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx} \frac{\partial F}{\partial y'} = 0$$



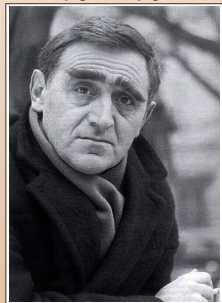
- nahodilost – statistické zpracování (podmíněná pravděpodobnost – Thomas Bayes, pátrání po letadle)
- Černá labuť (Taleb, N. N. *Černá labuť*. Praha a Litomyšl: Paseka, 2011): platonismus a ideální struktury
- neslezená hora – cíl je dán (\times obchod, ekonomie)

Jana Skácel (Oříšky pro černého papouška z výboru *Naděje s bukovými křídly*, Praha: Mladá fronta, 1983; Dudley R. Herschbach, NC za chemii 1986, reakční dynamika):

*básníci básně neskládají
báseň je bez nás někde za
a je tu dávno a je tu od pradávna
a básník báseň nalézá*



1701–1761



1922–1989