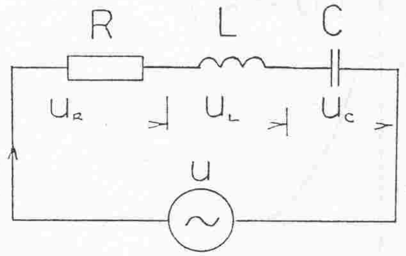
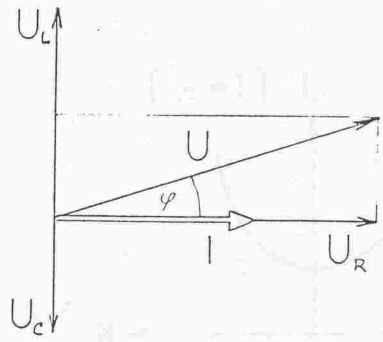
E 10 Rezonance v sériovém a paralelním obvodu. Rezonanční křivka.

Složený obvod střídavého proudu vznikne spojením několika obvodových prvků s *R*, *L*, *C*. Řešení těchto obvodů spočívá v určení celkové impedance obvodu a fázového rozdílu mezi napětím a proudem.

Obvod s *RLC* v sérii



Obr. 1.



Obr. 2

Jestliže obvod připojíme ke zdroji střídavého napětí, prochází všemi prvky stejný proud *I*. Celkové napětí na obvodu je dáno vektorovým součtem U_R, U_L, U_C.

Velikost

$$U = \sqrt{U_R^2 + \left(U_L + U_C\right)^2} \tag{1}$$

Velikost impedance pak je

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + \left(x_L - x_C\right)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \tag{2}$$

Fázový diagram obvodu je na obr. 2.

Ze vztahu pro impedanci je zřejmé, že se hodnota této veličiny mění s frekvencí. Minimální je při rezonanci, která nastane, když $U_L = U_C$ (rezonance napětí).

Pak platí

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0 \tag{3}$$

a rezonanční úhlová frekvence ω_0 odpovídá úhlové frekvenci vlastního kmitání obvodu (Thomsonův vztah)

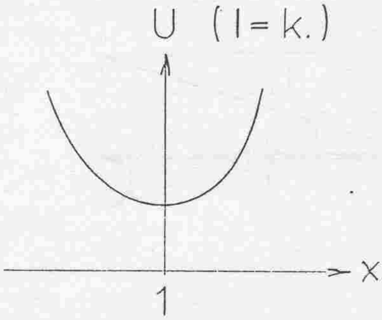
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{4}$$

Pro fázový rozdíl φ napětí a proudu platí

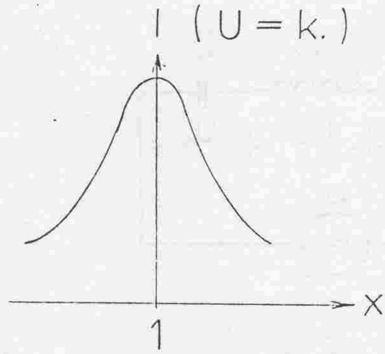
$$tg\,\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \tag{5}$$

φ leží v intervalu $-\dfrac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \dfrac{\pi}{2}$.

Mezní případy nastávají při $R = 0$. Při rezonanci $\varphi = 0$ obvod má vlastnosti rezistoru. Podle rovnice 2 můžeme sledovat v blízkém okolí rezonance buď průběh napětí U jako funkci ω za předpokladu, že I udržujeme konstantní nebo naopak. I jako funkci ω za předpokladu, že udržujeme U konstantní. Zavedeme-li pro $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$, pak průběh závislosti U na I (I na U) jsou na obrázcích 3, 4.



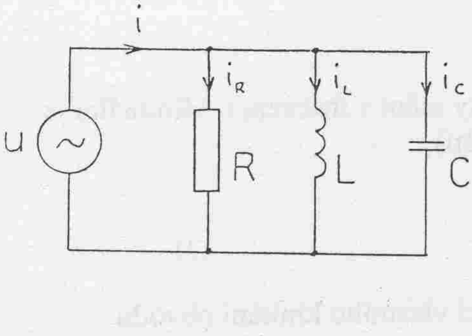
Obr. 3



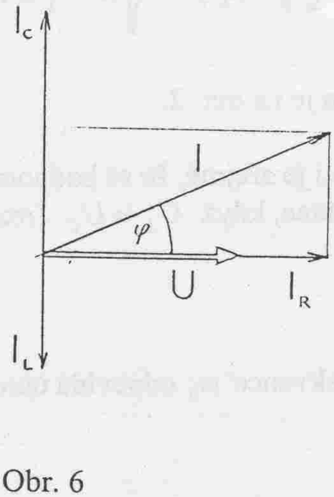
Obr. 4

Při U = konst dostáváme křivku, která představuje I jako funkci ω a která má maximum při rezonanci, tj. v bodě $x = 1$ resp. $\omega = \omega_0$. Říká se jí rezonanční křivka.

<u>Obvod s *RLC* paralelně</u>



Obr. 5



Obr. 6

Při paralelním spojení je na všech prvcích stejné napětí U a pro celkový proud I (sčítá se vektorově) v nerozvětvené části obvodu platí

$$I = \sqrt{I_R^2 + \left(I_C - I_L\right)^2} \tag{6}$$

Odtud vyplývá

$$\frac{1}{Z} = \frac{U}{I} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{x_C} - \frac{1}{x_L}\right)^2} \,,$$

takže

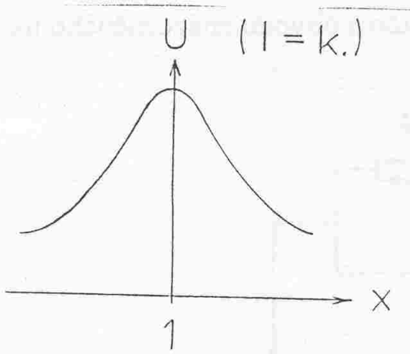
$$Z = \frac{R}{\sqrt{1 + R^2\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}} \qquad (7)$$

Při rezonanci $I_C = I_L$ (rezonance proudu) a impedance obvodu má maximální hodnotu. Fázový diagram je na obr. 6.

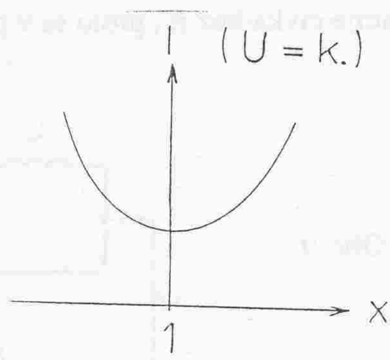
Pro fázový rozdíl napětí a proudu platí

$$tg\varphi = R\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) \qquad (8)$$

Při rezonanci je $\varphi = 0$. V případě, že $R \to \infty$, jde o ideální oscilační obvod, jehož impedance $Z \to \infty$ a rezonanční napětí na obvodu $U \to \infty$. Rezonanční kmitočet je dán stejným vztahem (4). Podobně jako u sériové rezonance můžeme sestrojit rezonanční křivku pro paralelní rezonanci.



Obr. 7



Obr. 8

Necháme-li I konstantní a měníme-li frekvenci $f = \frac{\omega}{2\pi}$, dostaneme pro napětí U křivku s maximem při rezonanci.

Z tvaru rezonanční křivky můžeme stanovit kvalitu cívky, která určuje kvalitu celého obvodu, neboť ztráty v kondenzátoru bývají malé.

$$Q = \frac{\omega L}{R}, \qquad \text{kde } R \text{ je odpor vinutí cívky.}$$

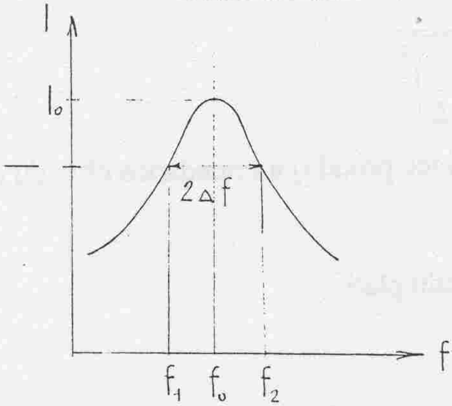
Upravíme-li vztah (2) a označíme rezonanční kmitočet $f_0 = 2\pi\,\omega_0$, $\Delta\omega = \omega - \omega_0$, pak můžeme Q vyjádřit:

$$Q = \frac{\omega_0}{2\Delta\omega}\sqrt{\left(\frac{I_0}{I}\right)^2 - 1} \,.$$

Zvláštní případ nastane pro pokles proudu o 3 dB, tj. na hodnotu $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$. Pak

$$Q = \frac{\omega_0}{2\Delta\omega} = \frac{f_0}{2\Delta f}$$

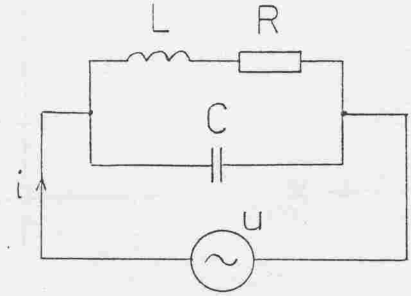
Je to vztah mezi kvalitou obvodu a šířkou rezonanční křivky (obr. 10).



Obr. 10

Pro vysokou kvalitu obvodu je šířka rezonanční křivky malá a proud při rezonanci při stálé hodnotě vstupního napětí dosahuje vyšší hodnoty, než u obvodu s nízkou kvalitou. Jeho rezonanční křivka je široká..

Ve skutečnosti neexistuje cívka bez R , proto se v praxi užívá obvodu znázorněného na obr. 9.



Obr. 9

+

v němž je kondenzátor o kapacitě C připojen paralelně k cívce, mající indukčnost L a ohmický odpor R.

Platí

$$U_C = U_{LR} = U$$

$$I = \frac{U}{Z} = U\left(\frac{1}{R + \omega L} + \omega C\right) \tag{9}$$

$$Z = \frac{1}{\frac{1}{R + \omega L} + \omega C} \tag{10}$$

Rezonance nastane, když $\varphi = 0$, což vede k podmínce

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}} \tag{11}$$

Zanedbáme-li R, dostaneme stejný vztah jako (4).

Úkoly:

1) Sestavte sériový *RLC* obvod. (*R* je tvořen odporem vinutí cívky). Určete rezonanční kmitočet a sestrojte rezonanční křivku. Sestrojte rovněž průběh napětí U_L a U_C v okolí ω_0. Určete Q.

2) Sestavte paralelní *RLC* obvod (obr. 9). Určete f_0, sestrojte rezonanční křivku. Porovnejte s rezonanční křivkou pro sériový *RLC* obvod.

Postup pro měření se soupravou ISES.

Nastavení pro úkol 1 a 2 je v konfiguračním souboru REZON.CFG.

Úkol 1. Zapojení podle obr. 1 ($R = R_L$). Celkové napětí měříme voltmetrem (kanál A, rozsah 1 *V* s nulou dole ~~uprostřed~~), proud ampérmetrem (kanál B, rozsah 10 *mA* s nulou ~~uprostřed~~). dole
Generátor střídavého signálu tvoří kanál E: rozmítač $f_1 = 0\,Hz$, $f_2 = 1500\,Hz$, hladina $0V$, amplituda $0{,}5V$. Celkový čas měření $1s$, vzorkování 10 *kHz*, zobrazení: kanál A, B.
Volte kombinace: *L* cívka 2400z bez jádra a s jádrem,
$C = 1\mu F,\ 2{,}2\mu F$
Pro průběh U_L a U_C přepněte voltmetr na nulu dole.

Úkol 2. Zapojení podle obr. 9 ($R = R_L$). Nastavení stejné jako v úkolu 1.