

E 6 Prvky R, L, C v obvodu střídavého proudu

Proměnné napětí s harmonickým průběhem označujeme názvem střídavé napětí.

Elektrickým obvodem obsahujícím toto napětí prochází střídavý proud, který má rovněž harmonický průběh.

Okamžitá hodnota napětí

$$u = U_m \sin \omega t$$

(U_m je amplituda napětí a ω úhlová frekvence).

Obvodový prvek (v nejjednodušším případě rezistor, cívka nebo kondenzátor) svými vlastnostmi ovlivňuje nejen proud v obvodu, ale i jeho fázi. Mezi napětím a proudem v obvodu vzniká fázový rozdíl, neboli fázový posun φ . Okamžitá hodnota i proudu je dána

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$$

Ohmův zákon má tvar

$$Z = \frac{U_m}{I_m}$$

Veličina Z charakterizuje obvod střídavého proudu jako celek a nazývá se impedance.

Jednotkou je ohm (Ω).

Obvod střídavého proudu s odporem R

Obvodem prochází proud
$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \sin \omega t$$

Amplituda $I_m = \frac{U}{R}$ nezávisí na frekvenci. Elektrická energie se v obvodu mění jen ve vnitřní energii rezistoru (rezistor se zahřívá). V obvodu nevzniká fázový posuv napětí a proudu a obě veličiny jsou ve fázi. Odpor R se nazývá rezistance.

Obvod s indukčností L

Příkladem obvodu s L je obvod s cívkou, jejíž odpor R můžeme zanedbat. Prochází-li cívkou střídavý proud, mění se magnetické pole kolem cívky. V cívce se indukuje napětí, které podle Lenzova zákona působí svými účinky proti střídavému napětí zdroje. Následkem toho proud v obvodu nabývá největší hodnoty později než napětí. Proud se za napětím

zpožďuje a vzniká záporný fázový rozdíl $\varphi = -\frac{\pi}{2}$.

$$i = I_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

veličina $X_L = \frac{U_M}{I_M}$ se nazývá indukance a závisí na úhlové frekvenci

$$X_L = \omega L$$

Nemůžeme-li ohmický odpor R cívky zanedbat, musíme ji považovat jako sériové zapojení R a L .

Obvod s kapacitou C

Kondenzátor o kapacitě C se střídavým napětím nabíjí a opět vybíjí. V obvodu vzniká proud, který je největší v okamžiku, kdy je kondenzátor nenabíjí a jeho napětí je nulové. Proud v obvodu s C předbíhá napětí a vzniká kladný fázový rozdíl

$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$i = I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

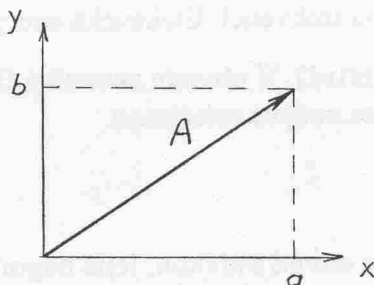
Veličina $X_C = \frac{U_m}{I_m}$ se nazývá kapacitance a závisí na úhlové frekvenci:

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

Symbolické vyjádření veličin střídavého proudu

K popisu dějů ve složitějších obvodech střídavého proudu se používá symbolické vyjádření veličin střídavého proudu pomocí komplexních čísel.

Daná veličina je znázorněna v Gaussově rovině komplexních čísel. Poněvadž nejde o vektor, ale o symbolické vyjádření veličiny, používáme v této souvislosti termín fázor. Grafické znázornění veličin tvoří fázový diagram (obr.1)



Obr. 1

Pro fázor A platí: $A = a + jb$

Modul fázoru: $|A| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Při řešení obvodů střídavého proudu symbolickou metodou představuje reálná část komplexního čísla napětí na části obvodu odporu R nebo proud, který touto částí obvodu prochází. Imaginární část komplexního čísla má význam napětí, popř. proudu, který odpovídá indukanci X_L a kapacitanci X_C obvodu. Tyto veličiny tvoří *reaktanci* X obvodu.

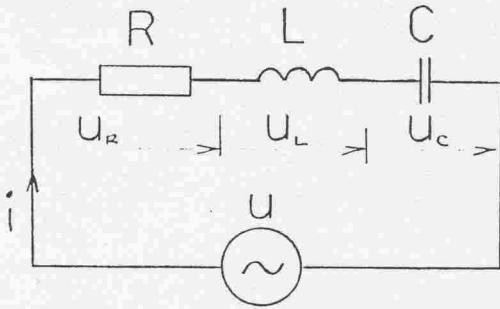
Pomocí symbolické metody vyjádříme impedanci obvodu jako fázor

$$Z = \frac{U}{I} = R + jX$$

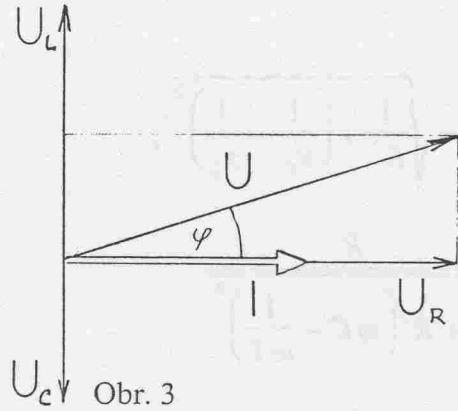
U a I jsou fázory střídavého napětí a proudu v obvodu.

Složený obvod střídavého proudu vznikne spojením několika obvodových prvků s R , L , C . Řešení těchto obvodů spočívá v určení celkové impedance obvodu a fázového rozdílu mezi napětím a proudem.

Obvod s RLC v sérii



Obr. 2.



Obr. 3

Jestliže obvod připojíme ke zdroji střídavého napětí, prochází všemi prvky stejný proud I . Celkové napětí na obvodu je dáno vektorovým součtem U_R, U_L, U_C .

Velikost

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$$

Velikost impedance pak je

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

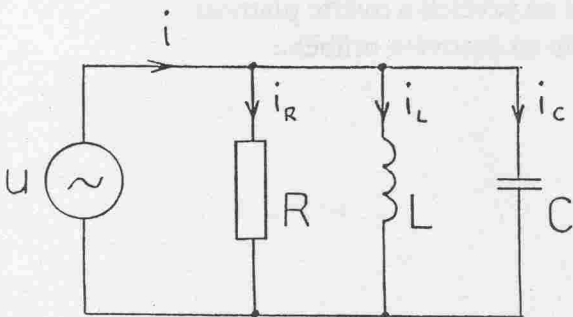
Fázový diagram obvodu je na obr. 3.

Fázor proudu I má směr kladné reálné osy. Napětí na obvodových prvcích znázorníme fázory U_R, U_L, U_C .

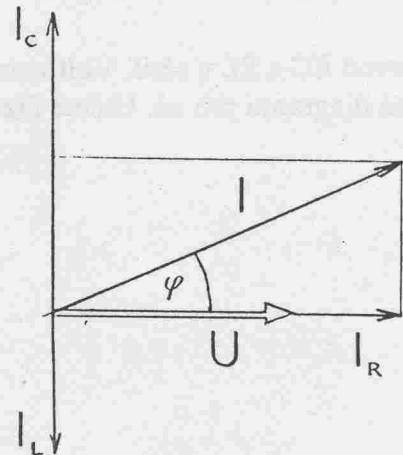
Ze vztahu pro impedanci je zřejmé, že se hodnota této veličiny mění s frekvencí. Minimální je při **rezonanci**, která nastane, když $U_L = U_C$ (rezonance napětí).

Rezonance je předmětem samostatné úlohy.

Obvod s RLC paralelně



Obr. 4



Obr. 5

Při paralelním spojení je na všech prvcích stejné napětí U a pro celkový proud I (sčítá se vektorově) v nerozvětvené části obvodu platí

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2}$$

Odtud vyplývá

$$\frac{1}{Z} = \frac{U}{I} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{x_C} - \frac{1}{x_L}\right)^2},$$

takže

$$Z = \frac{R}{\sqrt{1 + R^2 \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}}$$

Při rezonanci $L_C = I_L$ (rezonance proudu) a impedance obvodu má maximální hodnotu.

Fázový diagram je na obr. 5.

Fázor napětí U stejný pro všechny prvky má směr reálné osy. Proudů v jednotlivých prvcích znázorníme fázory I_R, I_L, I_C .

Pro fázový rozdíl napětí a proudu platí

$$\operatorname{tg} \varphi = R \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)$$

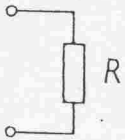
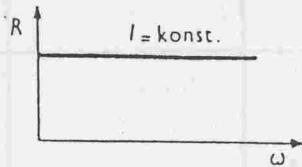
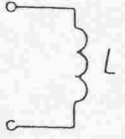
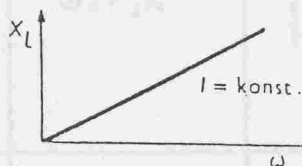
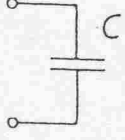
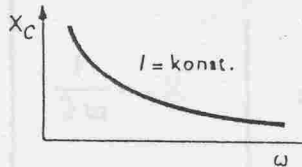
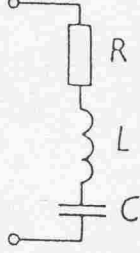
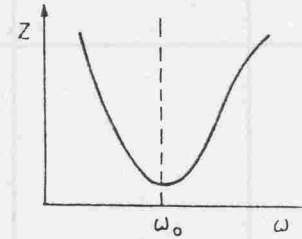
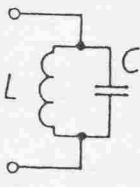
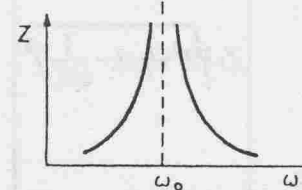
Řešení obvodu s RLC v sérii nebo paralelně využijeme i při řešení obvodu s RL, popř. RC.

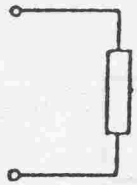
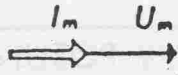
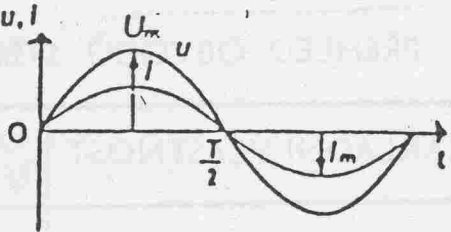
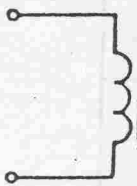
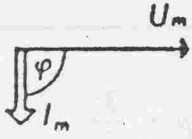
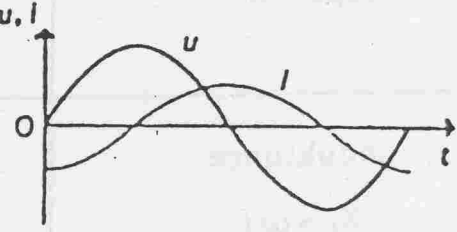
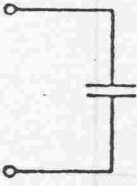
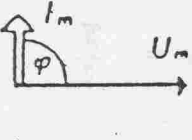
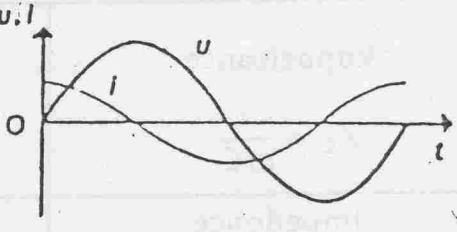
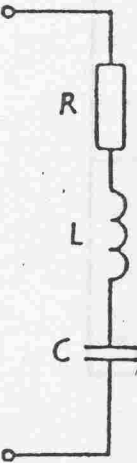
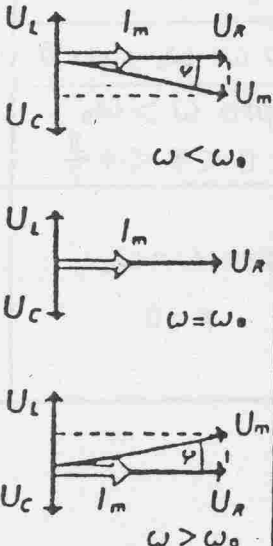
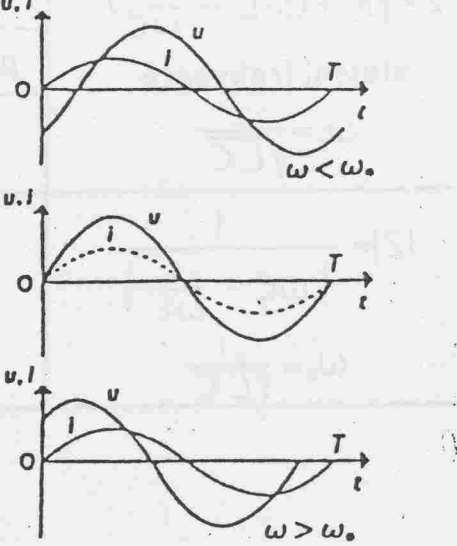
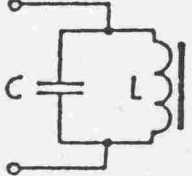
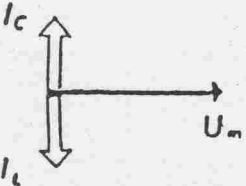
Vztahy se zjednoduší, protože vypadne jeden z prvků.

Úkoly:

1. Změřte (můstkem RLC) hodnoty prvků R, L, C .
2. Sestavte jednoduchý obvod střídavého proudu postupně s R, L, C . Na dvoukanálovém osciloskopu ověřte časové diagramy závislosti u na i . Pozn.: experimentálně můžeme měřit proud jako úbytek napětí na speciálně vinutém odporu (bez vlastní indukčnosti a kapacity) malé hodnoty. Jako zdroj střídavého napětí použijte generátor a změřte pro jednotlivé obvody frekvenční závislost $Z = f(\omega)$. Pro několik hodnot ověřte platnost vztahu pro X_L a X_C .
3. Sestavte obvod RC a RL v sérii. Voltmetrem změřte napětí na prvcích a ověřte platnost vektorového diagramu pro ně. Určete fázový posuv a ověřte na časovém průběhu.

PŘEHLED OBVODŮ STŘÍDAVÉHO PROUDU

OBVOD	ZÁKLADNÍ VLASTNOST	FÁZOVÝ POSUN U VZHLEDKEM K I	$Z = f(\omega)$
	odpor R	$\varphi = 0$	
	indukance $X_L = \omega L$	$\varphi = \frac{\pi}{2}$	
	kapacitance $X_C = \frac{1}{\omega C}$	$\varphi = -\frac{\pi}{2}$	
	impedance $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ vlastní frekvence $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$	pro $\omega < \omega_0$ $-\frac{\pi}{2} < \varphi < 0$ pro $\omega = \omega_0$ $\varphi = 0$ pro $\omega > \omega_0$ $0 < \varphi < +\frac{\pi}{2}$	
	$ Z = \frac{1}{\left \omega C - \frac{1}{\omega L}\right }$ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$	pro $\omega = \omega_0$ $\varphi = 0$	

	R	 $\varphi = 0$	
	$X_L = L\omega$	 $\varphi = -\frac{\pi}{2}$	
	$X_C = \frac{1}{\omega C}$	 $\varphi = +\frac{\pi}{2}$	
	$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$		
	$Z = \frac{1}{ \omega C - \frac{1}{\omega L} }$	 $\omega = \omega_0$	