Parametrické a obecná rovnice přímky a roviny

Přímka je dokonalé rovná, neomezená (nekonečná) křivka.
Vektor $\vec{v} = B - A$ se nazývá směrový vektor přímky AB
Parametrické vyjádření přímky: $\vec{X} = A + t\vec{v}$, kde A je (libovolný) bod na přímce p, $\vec{v}$ je směrový vektor přímky p a $t \in \Re$ je parametr.
Parametrické vyjádření roviny: $\vec{X} = A + t\vec{v} + s\vec{u}$, kde A je (libovolný) bod na rovině r, $\vec{v}$ a $\vec{u}$ jsou směrové vektory roviny r a $t \in \Re$ a $s \in \Re$ jsou parametry.

1 Příklady

1. Zjistěte zda směrový vektor $\vec{v_{..}}$ je směrovým vektorem přímky AB a zakreslete

   A. $A[1, 3]$, $B[-1, 5]$, $\vec{v_1} = (1, 2)$, $\vec{v_2} = (-2, 2)$

   B. $A[2, -3]$, $B[1, -6]$, $\vec{v_1} = (-3, 9)$, $\vec{v_2} = (-2, 2)$

2. Zvolte parametr s tak, aby vektor $\vec{v}$ byl směrovým vektorem přímky AB

   A. $A[1, 3]$, $B[1, -2]$, $\vec{v} = (3, s)$

   B. $A[-1, 1]$, $B[2, 3]$, $\vec{v} = (1 + s, 2 - s)$

3. Zjistěte zda bod C leží na přímce AB

   A. $A[1, 2]$, $B[1, -3]$, $C[5, 0]$

   B. $A[3, 1]$, $B[1, 5]$, $C[-1, 2]$

4. Zjistěte zda bod $X[-1, -1, 3]$ leží v rovině dané body $A[1, 2, -1]$ $B[3, 1, 1]$ $C[-1, 1, 0]$.

5. Napište parametrické vyjadření roviny $A[1, 0, 1]$ $B[1, 2, 3]$ $C[2, 3, -1]$.

Normálový vektor je vektor kolmý ke směrovému vektoru přímky.
Obecná rovnice přímky: $ax + by + c = 0$. Kde a, b, c jsou nenulová čísla a x, y jsou souřadnice bodů na dané přímce.
Obecná rovnice roviny: $ax + by + cz + d = 0$. Kde a, b, c, d jsou nenulová čísla a x, y, z jsou souřadnice bodů v dané rovině.

2 Příklady

1. Napište obecné vyjadření přímky $A[1, 1, 4]$ $B[-1, 2, 1]$ $C[0, -1, 0]$.

2. Napište rovnici přímky danou bodem $R[2, 3]$ a rovnoběžnou s přímkou $x - 3y + 2 = 0$.

3. Napište obecné vyjadření roviny $A[1, 1, 4]$ $B[-1, 2, 1]$ $C[0, -1, 0]$.

Vzdálenost bodu od přímky a roviny, vzájemná poloha přímek a rovin, úhel dvou přímek a rovin

Vzdálenost d **bodu** X **od přímky** p **v rovině**, kde $B[x_1, x_2]$ a $p : ax + by + c = 0$ vypočteme tímto vozorcem:

$$d = \frac{|ax_1 + bx_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Vzdálenost d **bodu** X **od přímky** p **v prostoru:** určím kolmou spojnici přímky s bodem, jeho patu P na přímce p a pak délku úsečky $|XP|$
Vzájemná poloha přímek:

1. Rovnoběžné (speciální případ totožné): shodný (rovnoběžný) směrový vektor
2. Kolmé: vzájemně kolmé směrové vektory
3. Různoběžné: směrové vektory svírají libovolný úhel, které není $z*90°$, kde $z \in Z$

Vzájemnou polohu dvou příme určíme z úhlu α svírající směrové vektory obou přímek ($\cos\alpha = \frac{|\vec{x}\cdot\vec{y}|}{|x||y|}$)

3 Příklady

1. Určete průsečík přímek:

$$\begin{aligned} p: \quad & x = 3 - 2t \\ & y = -1 + t \\ q: \quad & 4x - y + 5 = 0 \end{aligned} \tag{1}$$

2. Určete vzdálenost d bodu $A[-3, 1]$ a přímky $p : 2x + y - 2 = 0$

Opakování

1. Proč existují různé soustavy souřadnic?
2. Je-li transformace mezi kartezskou a sférickou soustavou souřadnic dána vztahy

$$\begin{aligned} x &= r\cos\phi \\ y &= r\sin\phi \end{aligned} \tag{2}$$

, určete koordináty těchto bodů v kartézské soustavě souřadnic:

A. $A = [2, 0]$

B. $B = [3, \pi/3]$

3. Vypočtěte vzádlenost bodů A a B (délku úsečky AB)

A. $A[2, 0]$, $B[0, 3]$

B. $A[-1, 3]$, $B = [1, 3]$

4. Vytvořte vektor $\vec{u}$ lineární kombinaci $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$

A. $\vec{a} = (2, 0)$, $\vec{b} = (0, 3)$

B. $\vec{a} = (11, 10)$, $\vec{b} = (2, -2)$

Domácí úkol

1. Napište obecnou rovnici přímky p:

$$\begin{aligned} x &= 1 - t \\ y &= 2 + 3t \end{aligned}$$

2. Určete průsečík přímek p,q:

$$\begin{aligned} p &: \quad 3x + 5y - 11 = 0 \\ q &: \quad -2x + 3 + 1 = 0 \end{aligned}$$

3. Vypočtěte odchylku přímek p,q:

$$\begin{aligned} p &: \quad x = 1 + t \quad y = 2 + 3t \\ q &: \quad 2x + y - 1 = 0 \end{aligned}$$