

6 MEZIPLANETÁRNÍ LETY

Průzkumné lety na jiná nebeská tělesa a meziplanetární lety se již staly trvalou součástí našeho života. Cílem těchto letů je poznání blízkého i vzdáleného kosmického prostoru, jehož součástí je i naše civilizace. Vedle mnoha výzkumných automatických sond, které jsou vysílány k planetám naší Sluneční soustavy, jsou již součástí kosmických misí také lety s lidskou posádkou. Doposud to byly lety k našemu nejbližšímu nebeskému souputníku Měsíci a v brzké době se očekává první meziplanetární let k planetě Mars.

Meziplanetární lety jsou důležitou součástí mechaniky kosmického letu, a je jim věnována značná pozornost v souvislosti s novými plánovanými průzkumnými lety do kosmického prostoru. Cílem je, kromě jiného, hledání časově i ekonomicky optimálních trajektorií k planetám a jiným kosmickým tělesům jako jsou asteroidy, planety a komety.

V následující části se budeme zabývat jen vybranými problémy meziplanetárních letů, mezi něž jsou zařazeny otázky stanovení sféry vlivu nebeských těles, lety k planetám po Hohmannových trajektoriích. Dále to budou problémy stanovování odletových a příletových trajektorií metodou navazování kuželoseček a gravitační manévry. Postup řešení je zpracován na základě metod uvedených v literatuře [23] za určitých zjednodušujících předpokladů uvedených níže.

6.1 Sféry vlivu nebeských těles

Doposud jsme rozebírali pohyb kosmických těles za předpokladu gravitačního působení pouze jednoho centrálního tělesa metodami vyplývajícími z problému dvou těles. Při meziplanetárních letech v naší Sluneční soustavě se kosmické letadlo pohybuje pod gravitačními účinky Slunce, Země a dalších přirozených nebeských těles. V soustavě Slunce-Země je kosmické letadlo třetím tělesem a tudíž metody odvozené pro pohyb dvou těles pro naše účely již přesně neplatí. Nicméně, meziplanetární let můžeme rozdělit na určité části, v nichž dominuje gravitační vliv jen jednoho tělesa, v jehož sféře vlivu se právě pohybujeme. Tím pádem můžeme použít dříve odvozené metody pohybu kosmických těles platné pro dvě tělesa. Vzniká otázka, kam až sahá sféra gravitačního vlivu daného dominujícího tělesa. Proto se zabývejme nejdříve problémem stanovení sféry vlivu.

Uvažujme nyní soustavu tří těles sestávající ze Slunce o hmotnosti m_s , planety o hmotnosti m_p a kosmického letadla o hmotnosti m_L , která je uvedena na obr. 6-1. Z obr. 6-1 pro polohový vektor kosmického letadla vůči Slunci platí

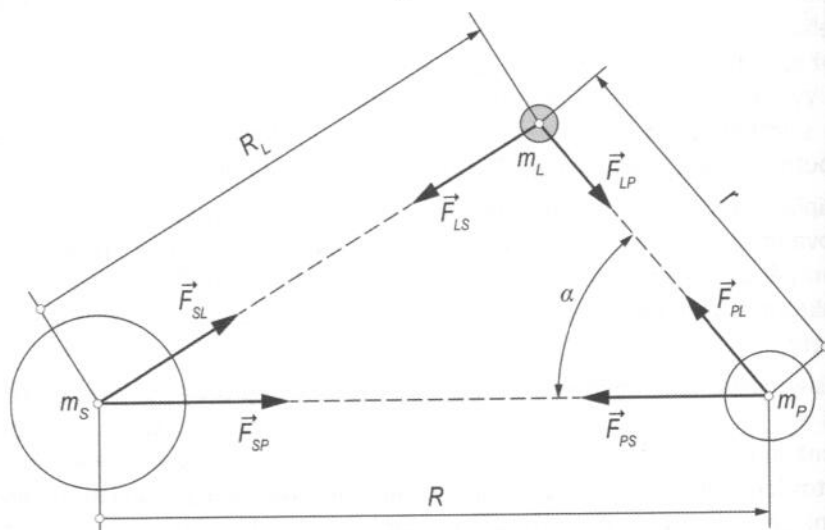
$$\vec{R}_L = \vec{R} + \vec{r}. \quad (6.1)$$

Modul tohoto vektoru stanovíme pomocí kosinové věty

$$R_L = \sqrt{R^2 + r^2 - 2Rr \cos \alpha} = R \sqrt{1 - 2 \left(\frac{r}{R}\right) \cos \alpha + \left(\frac{r}{R}\right)^2}. \quad (6.2)$$

V kosmickém měřítku můžeme považovat vzdálenost planety i kosmického letadla od Slunce přibližně za stejnou, což vyplývá i ze vztahu (6.2), kde poměr $r/R \ll 1$ a lze jej zanedbat a dále uvažovat, že

$$R_L \doteq R. \quad (6.3)$$



Obr. 6-1 Definice polohových vektorů a působících sil na soustavě tří těles.

Pohybovou rovnici pro kosmické letadlo vzhledem ke Slunci, to jest v heliocentrické inerciální souřadnicové soustavě, zapíšeme následovně

$$m_L \vec{R}_L = \vec{F}_{LS} + \vec{F}_{LP}, \quad (6.4)$$

kam v souladu s Newtonovým gravitačním zákonem (2.5) dosadíme za gravitační síly

$$\vec{F}_{LS} = -\kappa \frac{m_L m_S}{R_L^3} \vec{R}_L, \quad (6.5)$$

$$\vec{F}_{LP} = -\kappa \frac{m_L m_P}{r^3} \vec{r}. \quad (6.6)$$

Poznámka k indexování. U dvojitého indexování první index značí těleso, které je předmětem působení a druhý index označuje působící těleso. Význam indexů: „S“ – Slunce, „P“ – planeta, „L“ – kosmické letadlo.

Po dosazení vztahů (6.5) a (6.6) do pohybové rovnice (6.4) dostáváme výraz vyjadřující zrychlení kosmického letadla

$$\vec{R}_L = -\frac{\kappa m_S}{R_L^3} \vec{R}_L - \frac{\kappa m_P}{r^3} \vec{r}, \quad (6.7)$$

což ve zkrácené formě zapíšeme takto

$$\vec{R}_L = \vec{a}_{LS} + \vec{p}_{LP}. \quad (6.8)$$

Rovnice (6.8) vyjadřuje výsledné zrychlení kosmického letadla, kde první člen

$$\vec{a}_{LS} = -\frac{\kappa m_S}{R_L^3} \vec{R}_L \quad (6.9)$$

je primární gravitační zrychlení, které kosmickému letadlu uděluje Slunce a druhý člen v rov. (6.8)

$$\vec{p}_{LP} = -\frac{\kappa m_P}{r^3} \vec{r} \quad (6.10)$$

je druhotné zrychlení, které kosmickému letadlu uděluje planeta. Na toto zrychlení pohlížíme jako na poruchové zrychlení vyvolané planetou.

Podobně jako jsme sestavili rov. (6.4) sestavíme pohybovou rovnici planety vzhledem ke Slunci, tj. v heliocentrické inerciální souřadnicové soustavě

$$m_P \vec{R} = \vec{F}_{PL} + \vec{F}_{PS}, \quad (6.11)$$

kam opět v souladu s Newtonovým gravitačním zákonem dosadíme za odpovídající gravitační sílu $\vec{F}_{PL} = -\vec{F}_{LP}$ dle rov. (6.6) a za gravitační účinek Slunce na planetu vztah

$$\vec{F}_{PS} = -\kappa \frac{m_P m_S}{R^3} \vec{R}. \quad (6.12)$$

Po dosazení a úpravě obdržíme rovnici pro zrychlení planety

$$\vec{R} = \frac{\kappa m_L}{r^3} \vec{r} - \frac{\kappa m_S}{R^3} \vec{R}. \quad (6.13)$$

Odečtením výrazu pro zrychlení dle rov. (6.13) od zrychlení daného výrazem (6.7) a úpravě obdržíme rozdíl zrychlení

$$\vec{R}_L - \vec{R} = -\frac{\kappa m_P}{r^3} \vec{r} \left(1 + \frac{m_L}{m_P}\right) - \frac{\kappa m_S}{R_L^3} \left[\vec{R}_L - \left(\frac{R_L}{R}\right)^3 \vec{R}\right]. \quad (6.14)$$

Dosazením za vektor \vec{R}_L dle rov. (6.1) je možno rovnici (6.14) upravit na následující tvar

$$\vec{r} = -\frac{\kappa m_P}{r^3} \vec{r} \left(1 + \frac{m_L}{m_P}\right) - \frac{\kappa m_S}{R_L^3} \left\{ \vec{R} \left[1 - \left(\frac{R_L}{R}\right)^3\right] + \vec{r} \right\}. \quad (6.15)$$

Touto úpravou jsme získali rovnici pro zrychlení kosmického letadla vzhledem k planetě. Uplatníme-li výše uvedené zjednodušení vyjádřené rov. (6.3) a skutečnost, že $m_L \ll m_P$ lze rov. (6.15) přepsat na konečný tvar

$$\vec{r} = \vec{a}_{LP} + \vec{p}_{LS}, \quad (6.16)$$

kde první člen \vec{a}_{LP} nyní vyjadřuje primární gravitační zrychlení kosmického letadla, které mu uděluje planeta a po zjednodušení nabývá tvar

$$\vec{a}_{LP} = -\frac{\kappa m_P}{r^3} \vec{r}. \quad (6.17)$$

Druhý člen v rov. (6.16) \vec{p}_{LS} v tomto případě vyjadřuje poruchové zrychlení kosmického letadla způsobené Sluncem. Po zjednodušení má tvar

$$\vec{p}_{LS} = -\frac{\kappa m_S}{R^3} \vec{r}. \quad (6.18)$$

Sestavíme poměry modulů poruchových zrychlení a primárních gravitačních zrychlení pro oba výše uvedené případy. Nejprve poměr poruchového zrychlení kosmického letadla od Slunce a primárního gravitačního zrychlení od planety

$$\frac{p_{LS}}{a_{LP}} = \frac{\frac{\kappa m_S}{R^3}}{\frac{\kappa m_P}{r^3}} = \frac{m_S}{m_P} \left(\frac{r}{R}\right)^3. \quad (6.19)$$

6. Meziplanetární lety

Poměr modulu poruchového zrychlení kosmického letadla od planety a primárního gravitačního zrychlení kosmického letadla od Slunce s uvažováním rov. (6.3) je roven

$$\frac{p_{LP}}{a_{LS}} = \frac{\frac{\kappa m_P}{r^2}}{\frac{\kappa m_S}{R^2}} = \frac{m_P}{m_S} \left(\frac{R}{r}\right)^2. \quad (6.20)$$

Hodnota poměru p_{LS}/a_{LS} vyjadřuje míru vlivu Slunce, které způsobuje odchylku oběžné dráhy kosmického letadla od keplerovské oběžné dráhy, která by byla dána pouze vlivem samotné planety. Bez vlivu Slunce by poměr p_{LS}/a_{LP} byl roven nule. Podobně poměr p_{LP}/a_{LS} je měřítkem míry rušivého vlivu planety na oběžnou dráhu kosmického letadla vzhledem k vlivu samotného Slunce na kosmické letadlo.

Pokud $(p_{LS}/a_{LP}) < p_{LP}/a_{LS}$, pak to znamená, že rušivý vliv Slunce na oběžnou dráhu kosmického letadla kolem planety je menší než rušivý vliv planety na oběžnou dráhu kosmického letadla kolem Slunce.

Po dosažení do výše zmíněné nerovnosti obdržíme

$$\frac{m_S}{m_P} \left(\frac{r}{R}\right)^3 < \frac{m_P}{m_S} \left(\frac{R}{r}\right)^2,$$

což přepíšeme do vhodnější formy nerovnosti, která vyjadřuje relace mezi poměry hmotností a poměry vzdáleností

$$\frac{r}{R} < \left(\frac{m_P}{m_S}\right)^{2/5}$$

Nahradíme-li znaménko nerovnosti rovnítkem, obdržíme hraniční výraz pro poloměr, který můžeme přibližně považovat za vzdálenost vyznačující sféru vlivu dané planety, která se nachází ve vzdálenosti R od Slunce

$$r_{SV} = R \left(\frac{m_P}{m_S}\right)^{2/5}. \quad (6.21)$$

Uvnitř této oblasti převažuje gravitační účinek planety. Pohyb kosmického letadla je řízen pohybovou rovnicí vzhledem k planetě. Mimo tuto oblast dominuje přitažlivost Slunce. Oběžná dráha kosmického letadla je určována pohybovou rovnicí vzhledem ke Slunci. Přibližné hodnoty poloměrů sféry vlivu pro některá nebeská tělesa jsou uvedeny v tab. 6-1, [28].

Tab. 6-1

Kosmické těleso	r_{SV} [km]	Kosmické těleso	r_{SV} [km]
Merkur	112 400	Jupiter	48 210 000
Venuše	616 200	Saturn	54 560 000
Země	924 700	Uran	51 720 000
Měsíc Země	66 200	Neptun	86 810 000
Mars	577 200	Pluto	3 359 000

6.2 Hohmannovy heliocentrické trajektorie letů k planetám

V 5. kapitole jsme se seznámili s Hohmannovými přechodovými dráhami mezi dvěma oběžnými dráhami kolem Země. Uvedené metody můžeme jednoduše aplikovat i pro lety ze Země k planetám naší Sluneční soustavy. V tomto případě se bude jednat o heliocentrické přechodové dráhy. Jak jsme již poznali, Hohmannovy dráhy jsou energeticky nejvýhodnější, byť časově náročnější. Pro jejich použití je však třeba splnit určité podmínky. Hohmannova přechodová dráha vyžaduje koplanárnost výchozí a cílové dráhy. Společné tečné body Hohmannovy dráhy s výchozí a cílovou dráhou musí ležet na přímkce apsid (eliptické oběžné dráhy), respektive na jedné spojnici procházející středem v případě kruhových oběžných drah. První podmínku můžeme u planet naší Sluneční soustavy s přijatelnou přibližností považovat za splněnou. S výjimkou Merkuru ($i = 7^\circ$), všechny ostatní planety leží téměř v jedné rovině, kterou je rovina ekliptiky. Druhou nutnou podmínkou je, aby se v době přiletu cílová planeta nacházela na správném místě. Cílová planeta musí ležet ve společném tečném bodě Hohmannovy eliptické dráhy a cílové dráhy. Určitým bonusem pro plánování a výpočet Hohmannových trajektorií je i ta skutečnost, že s výjimkou Merkuru ($e = 0,2056$) jsou excentricity oběžných drah téměř nulové. Proto v dalším považujeme oběžné dráhy planet naší Sluneční soustavy za kruhové.

Jak již vyplývá z výše uvedených podmínek pro přelet po Hohmannově přechodové trajektorii je nutné, aby se cílová planeta v době přiletu nacházela v koncovém bodě Hohmannovy trajektorie. To vyžaduje správné načasování odletu kosmického letadla z výchozí oběžné dráhy. Je třeba stanovit správnou vzájemnou polohu cílové planety vzhledem k poloze výchozí planety tak, aby se mohlo uskutečnit setkání s cílovou planetou. Setkáním se rozumí, buď dopad nebo přistání např. průzkumné sondy na povrch planety nebo gravitační zachycení kosmického objektu cílovou planetou a převedení na její oběžnou dráhu.

Stanovme nejdříve vzájemnou úhlovou polohu planet (P_1) a (P_2), které se pohybují na kruhových oběžných dráhách. Oba případy vzájemných poloh planet jsou uvedeny na obr. 6-2.

Časovou změnu pravé anomálie obou planet můžeme vyjádřit vztahy

$$\Theta_1 = \Theta_{10} + n_1 t, \quad (6.22)$$

$$\Theta_2 = \Theta_{20} + n_2 t, \quad (6.23)$$

kde Θ_{10} a Θ_{20} jsou pravé anomálie planet v čase $t = 0$. Symboly n_1 a n_2 jsou označeny střední pohyby (úhlové rychlosti) obou planet. Označíme-li fázový úhel mezi polohovým vektorem planety (P_2) a polohovým vektorem planety (P_1)

$$\varphi = \Theta_2 - \Theta_1,$$

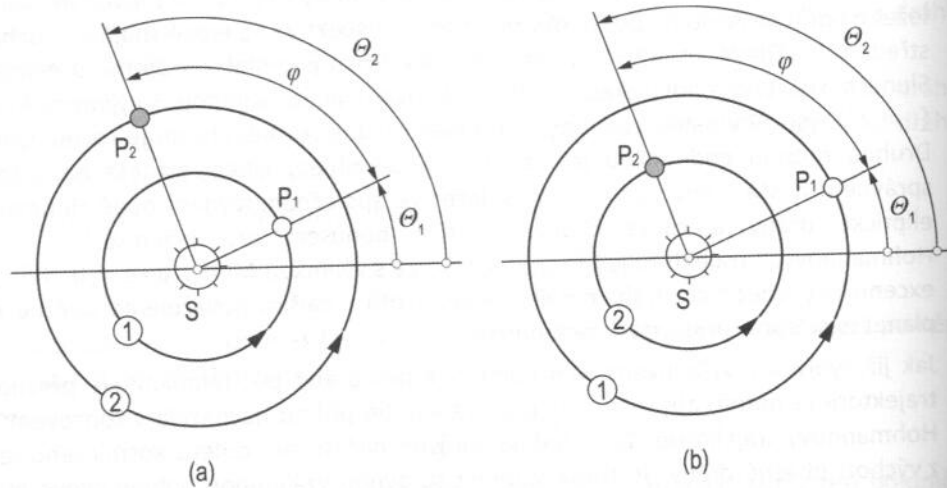
můžeme po dosazení za pravé anomálie dle rov. (6.22) a (6.23) stanovit výraz vyjadřující závislost fázového úhlu na čase takto

$$\varphi = (\Theta_{20} - \Theta_{10}) + (n_2 - n_1)t = \varphi_0 + (n_2 - n_1)t, \quad (6.24)$$

kde φ_0 je fázový úhel v čase $t = 0$. Rozdíl $(n_2 - n_1)$ ve druhém členu vyjadřuje úhlovou rychlost pohybu planety (P_2) vůči planetě (P_1). Opět je třeba rozlišovat, zda se jedná o let z vnitřní planety na vnější, či naopak. Mohou nastat dva odlišné případy:

6. Meziplanetární lety

- a) Cílová planeta (P_2) se nachází vně oběžné dráhy planety (P_1), (obr. 6-2a), pak střední pohyb $n_2 < n_1$ a relativní úhlová rychlost $(n_2 - n_1) < 0$. To znamená, že se cílová planeta (P_2) pohybuje ve směru hodinových ručiček vzhledem k planetě (P_1).
- b) Cílová planeta (P_2) se nachází uvnitř oběžné dráhy planety (P_1), (obr. 6-2b), pak střední pohyb $n_2 > n_1$ a relativní úhlová rychlost $(n_2 - n_1) > 0$. To znamená, že se cílová planeta (P_2) pohybuje proti směru hodinových ručiček vzhledem k planetě (P_1).



Obr. 6-2 Vzájemná poloha planet pohybujících se po kruhových dráhách kolem Slunce.

Položme si nyní otázku, kdy se bude opět opakovat stejná vzájemná poloha planet definovaná fázovým úhlem φ_0 v čase $t = 0$. Předpokládáme-li, že fázový úhel definovaný rov. (6.24) se mění s časem lineárně, pak to nastane po pootočení polohového vektoru planety (P_2) o úhel 360° , resp. 2π vůči planetě (P_1). Odpovídající čas představuje periodu, která se nazývá synodická perioda T_s . Za tuto periodu se fázový úhel φ změní z hodnoty φ_0 na hodnotu $(\varphi_0 + 2\pi)$ pro případ $n_2 > n_1$ (obr. 6-2b). Změnu fázového úhlu během jedné synodické periody můžeme v souladu s rov. (6.24) zapsat následovně

$$\varphi_0 + (n_2 - n_1)T_s = \varphi_0 + 2\pi,$$

odkud lze pro $n_2 > n_1$ získat výraz pro synodickou periodu

$$T_s = \frac{2\pi}{n_2 - n_1}.$$

Podobně pro případ $n_2 < n_1$ znázorněný na obr. 6-2a bychom dostali alternativní vztah

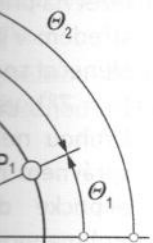
$$T_s = \frac{2\pi}{n_1 - n_2}.$$

Oba případy můžeme vyjádřit jedním vztahem pro absolutní hodnotu relativní úhlové rychlosti

$$T_s = \frac{2\pi}{|n_1 - n_2|}. \quad (6.25)$$

2a), pak střední
ná, že se cílová
etě (P₁).

obr. 6-2b), pak
znamená, že se
edem k planetě



kolem Slunce.

poloha planet
e fázový úhel
po potočení
po potočení
(1). Odpovídající
to periodu se
2 > n₁ (obr. 6-
souladu s rov.

ernativní vztah

relativní úhlové

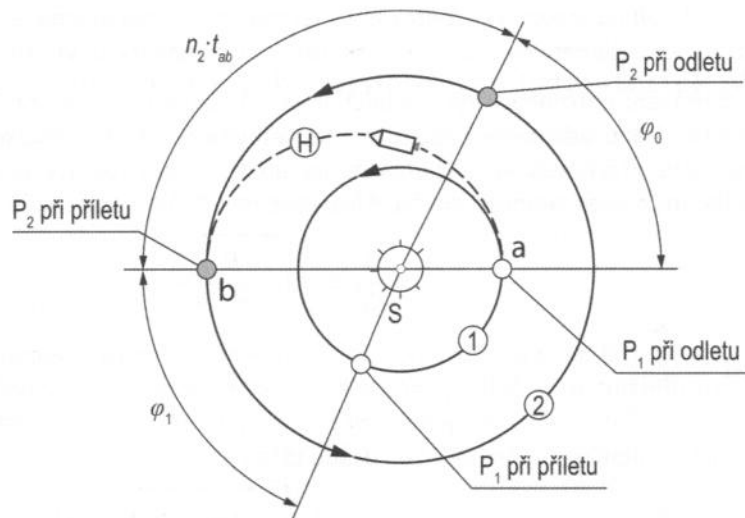
(6.25)

Vyjádríme-li střední pohyb planet známými výrazy $n_1 = 2\pi/T_1$ a $n_2 = 2\pi/T_2$, můžeme synodickou periodu planety (P₂) vůči planetě (P₁) stanovit také pomocí oběžných dob jednotlivých planet následovně

$$T_s = \frac{T_1 T_2}{|T_1 - T_2|} \quad (6.26)$$

Na obr. 6-3 je schéma přeletu po heliocentrické Hohmannově eliptické trajektorii z vnitřní planety na vnější planetu. Hledejme nyní fázový úhel φ_0 definující polohu cílové planety (P₂) v čase odletu kosmického letadla z planety (P₁), tj. v čase $t = 0$. Doba letu po heliocentrické Hohmannově dráze z bodu „a“ do bodu „b“ stanovíme opět využitím III. Keplerova zákona dle rov. (3.86), do níž za hlavní poloosu dosadíme nyní výraz $a = (R_1 + R_2)/2$. Doba letu je dána poloviční hodnotou periody oběžné doby Hohmannovy elipsy, což zapíšeme takto

$$t_{ab} = \frac{\pi}{\sqrt{\mu}} \left(\frac{R_1 + R_2}{2} \right)^{3/2} \quad (6.27)$$

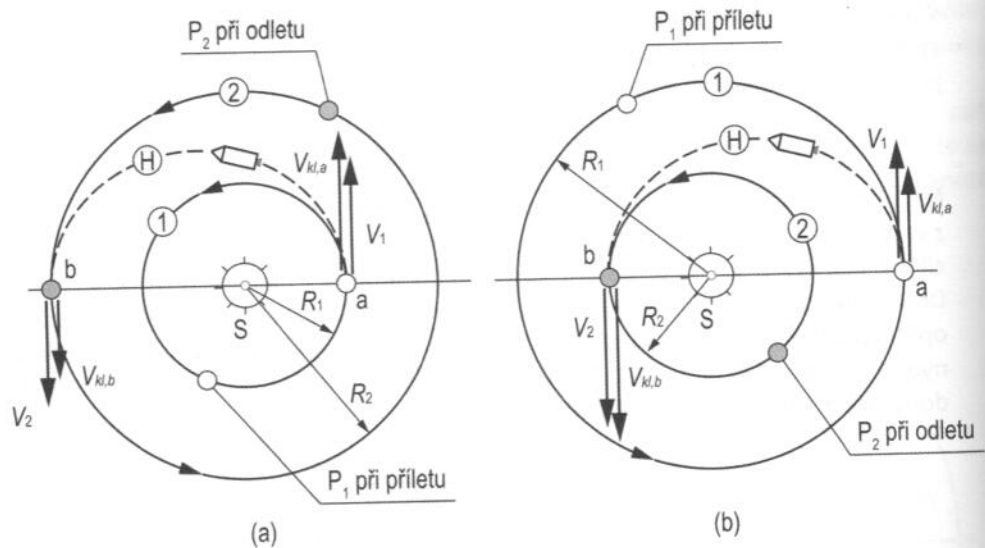


Obr. 6-3 Definice fázového úhlu nutného pro setkání s cílovou planetou.

Pravá anomálie kosmického letadla v okamžiku přiletu na planetu (P₂) se rovná π . Zatímco se kosmické letadlo pohybuje po heliocentrické Hohmannově elipse, cílová planeta (P₂), která se pohybuje úhlovou rychlostí n_2 , urazí ze své okamžité polohy v okamžiku odletu kosmického letadla do bodu setkání „b“ úhlovou vzdálenost $n_2 t_{ab}$. Pak počáteční fázový úhel je v souladu s obr. 6-3 dán následujícím rozdílem úhlových vzdáleností

$$\varphi_0 = \pi - n_2 t_{ab} \quad (6.28)$$

Proberme si nejprve použití Hohmannovy trajektorie pro přelet s vnitřní planety (P₁) pohybující se na dráze o menším poloměru na vnější planetu (P₂) na dráze o větším poloměru ($R_2 > R_1$), obr. 6-4a. Bod odletu „a“ z vnitřní planety (P₁) je v periheliu a bod přiletu „b“ k vnější planetě (P₂) je v afelu Hohmannovy heliocentrické eliptické dráhy.



Obr. 6-4 Hohmannova heliocentrická trajektorie pro přelet kosmického letadla:
 (a) z vnitřní planety na vnější planetu, (b) z vnější planety na vnitřní planetu.

Metody stanovení potřebných rychlostních impulsů jsou stejné jako ty, které byly pro Hohmannovu dráhu odvozeny v kapitole 5. Odletovou rychlost kosmického letadla na heliocentrickou přechodovou dráhu můžeme určit pomocí rovnice (3.93) s využitím specifického momentu hybnosti dle modifikované rov. (5.58) následovně

$$V_{kl,a} = \frac{h}{R_1} = \sqrt{2\mu_S \frac{R_2/R_1}{R_1 + R_2}}. \quad (6.29)$$

Jak je nám již známo z kapitoly 5, pro uskutečnění odletu z výchozí planety na Hohmannovu přechodovou dráhu je třeba kosmickému letadlu udělit rychlostní impuls $\Delta V_{kl,a}$ v bodě odletu „a“. Použijeme opět rovnici (5.38), kterou modifikujeme pro heliocentrickou eliptickou přechodovou dráhu takto

$$\Delta V_{kl,a} = V_{kl,a} - V_1 = V_1 \left[\sqrt{\frac{2(R_2/R_1)}{1 + (R_2/R_1)}} - 1 \right]. \quad (6.30)$$

Analogicky pro výpočet potřebného impulsu $\Delta V_{kl,b}$ v bodě přiletu „b“ na cílovou planetu použijeme modifikaci rovnice (5.39) ve tvaru

$$\Delta V_{kl,b} = V_2 - V_{kl,b} = V_2 \left[1 - \sqrt{\frac{2}{1 + (R_2/R_1)}} \right]. \quad (6.31)$$

Jiné jsou jen symboly a výrazy pro první kosmické rychlosti planet obíhajících kolem Slunce. Pro odlišení od kruhových rychlostí kosmických objektů obíhajících kolem Země budeme označovat heliocentrické kruhové rychlosti planet následovně. První kosmická rychlost výchozí planety (P_1) na oběžné dráze kolem Slunce je dána výrazem

$$V_1 = \sqrt{\mu_S/R_1} \quad (6.32)$$

a první kosmická rychlost cílové planety (P_2) na oběžné dráze kolem Slunce je dána analogicky výrazem

$$V_2 = \sqrt{\mu_S/R_2}, \quad (6.33)$$

kde μ_S je gravitační parametr Slunce. Takže vždy jde o první kosmickou rychlost, index označuje planetu.

Případ přeletu po Hohmannově přechodové trajektorii z vnější výchozí planety (P_1) na vnitřní planetu (P_2) je znázorněn na obr. 6-4b. Bod odletu „a“ z vnější planety (P_1) je nyní v afelu Hohmannovy heliocentrické přechodové dráhy a bod příletu „b“ k vnitřní planetě (P_2) je v perihelu Hohmannovy eliptické přechodové dráhy. Pro přechod z výchozí kruhové oběžné dráhy (1) o větším poloměru ($R_1 > R_2$) na Hohmannovu eliptickou dráhu (H) lze použít pro rychlostní impuls $\Delta V_{kl,a}$ v bodě odletu „a“ stejný výpočetní vztah (6.30). Nyní je však $R_2/R_1 < 1$.

Podobně pro přechod z Hohmannovy eliptické přechodové dráhy (H) na nižší kruhovou oběžnou dráhu (2) použijeme pro výpočet potřebného impulsu $\Delta V_{kl,b}$ v bodě příletu „b“ vztah (6.31). V obou bodech, jak v odletovém „a“, tak v příletovém „b“ obdržíme záporné rychlostní impulsy.

6.3 Stanovení odletových a příletových trajektorií k planetám

V předchozí kapitole jsme řešili meziplanetární let jako problém heliocentrického letu mezi planetami, které jsme mlčky předpokládali jako bodová tělesa. Neuvažovali jsme sféry vlivu výchozích ani cílových planet. Uvažovali jsme čistě keplerovské dráhy bez jakýchkoliv poruch v gravitačním poli Slunce. Avšak při podrobnějším rozboru přeletu mezi planetami je třeba uvážit skutečnost, že část trajektorie se nachází jak ve sféře vlivu výchozí planety (P_1), tak ve sféře vlivu cílové planety (P_2), byť se jejich sféry vlivu v kosmickém měřítku jeví jako body. Vzhledem k planetě je však sféra vlivu natolik velká, že ji nemůžeme zanedbat, protože pohyb kosmického letadla ve sféře vlivu je určován pouze gravitačním účinkem planety, nikoliv Slunce. Vzdálenost hranice sféry vlivu vzhledem k planetě (!) lze v podstatě uvažovat, že leží v „nekonečnu“.

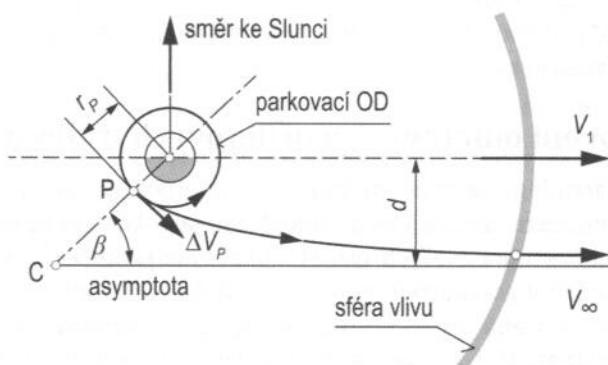
Meziplanetární let mezi dvěma planetami tedy sestává ze tří částí: heliocentrické trajektorie, která je určována gravitačním účinkem Slunce a trajektoriemi ve sférách vlivu výchozí planety a cílové planety, kde je rozhodující gravitační účinek zmíněných planet. Proto se celá trajektorie řeší tak zvanou metodou navazování kuželoseček. Ta spočívá v tom, že se nejprve řeší heliocentrická Hohmannova eliptická přechodová dráha mezi oběma planetami. Poté se ve sféře vlivu výchozí planety řeší navazující odletová hyperbolická dráha. Nakonec se podobně ve sféře vlivu cílové planety řeší navazující příletová hyperbolická dráha.

6.3.1 Odlet z parkovací oběžné dráhy kolem planety

Odlet kosmického letadla z výchozí planety je možný v případě, že kosmickému letadlu udělíme rychlost, která musí být na hranici sféry vlivu rovna tzv. hyperbolickému přebytku rychlosti V_∞ , který je větší jak nula. Na obr. 6-4a bylo uvedeno schéma přeletu kosmického letadla po heliocentrické dráze z vnitřní planety na vnější planetu naší Sluneční soustavy. Nyní místo planet, doposud uvažovaných jako bod, zavedeme jejich

sféry vlivu. Na obr. 6-5 je znázorněna odletová hyperbolická trajektorie z parkovací kruhové dráhy kolem výchozí planety (P_1) v rámci její sféry vlivu. Na hranici sféry vlivu výchozí planety musí být heliocentrická rychlost kosmického letadla rovnoběžná s rychlostí pohybu planety (P_1) kolem Slunce V_1 , a pochopitelně mít i stejný smysl. Rychlost planety V_1 je rovnoběžná s asymptotou odletové hyperboly (obr. 6-5). Původní rychlostní impuls $\Delta V_{kl,a}$, nutný pro přechod na heliocentrickou Hohmannovu trajektorii, je nyní nahrazen hyperbolickým přebytkem V_∞ na čelní straně sféry vlivu. Ve skutečnosti se zde již o žádný impuls nejedná. Hyperbolický přebytek rychlosti musí být větší jak rychlost planety. Jeho velikost vůči výchozí planetě (!) můžeme zapsat dle rovnice (6.30) s přihlédnutím k rovnici (6.32) ve tvaru

$$V_\infty = V_{kl,a} - V_1 = \sqrt{\frac{\mu_S}{R_1} \left[\sqrt{\frac{2(R_2/R_1)}{1 + (R_2/R_1)}} - 1 \right]}. \quad (6.34)$$



Obr. 6-5 Hyperbolická odletová dráha kosmického letadla z pericentra parkovací kruhové oběžné dráhy vnitřní planety na vnější planetu.

Jak již bylo řečeno, obvykle se odlétá z kruhové parkovací dráhy, jejíž poloměr je roven vzdálenosti pericentra odletové hyperbolické dráhy. Tento poloměr je dán rov. (3.44), v níž dosadíme za $\theta = 0$

$$r_p = \frac{h^2}{\mu_1} \frac{1}{1 + e}, \quad (6.35)$$

kde μ_1 je gravitační parametr výchozí planety (P_1), e je excentricita hyperboly a h je specifický moment hybnosti pro hyperbolu. Výraz pro specifický moment hybnosti h můžeme získat následujícím postupem. Jelikož pro $\theta = \theta_\infty$, tj. pro $r \rightarrow \infty$ (obr. 3-8) je transverzální rychlost na hyperbolické dráze nulová, můžeme pro další řešení použít vztah (3.138), kam současně dosadíme za parametr p dle rov. (3.38)

$$V_r(\theta_\infty) = V_\infty = \frac{\mu_1}{h} e \sin \theta_\infty. \quad (6.36)$$

Pomocí goniometrické relace mezi funkcemi $\sin \theta_\infty = \sqrt{1 - \cos^2 \theta_\infty}$ a dosazením dle rov. (3.68) za $\cos \theta_\infty = -1/e$ obdržíme výraz

$$\sin \theta_{\infty} = \frac{\sqrt{e^2 - 1}}{e}. \quad (6.37)$$

Po dosazením tohoto výrazu do rov. (6.36) a úpravou obdržíme pro specifický moment hybnosti vztah

$$h = \frac{\mu_1}{V_{\infty}} \sqrt{e^2 - 1}. \quad (6.38)$$

Nyní výraz pro specifický moment hybnosti dosadíme do výrazu pro vzdálenost pericentra (6.35), odkud stanovíme excentricitu hyperboly

$$e = 1 + \frac{r_p V_{\infty}^2}{\mu_1}, \quad (6.39)$$

kteřou dosadíme do rov. (6.38), čímž získáváme konečný výraz pro specifický moment hybnosti ve tvaru

$$h = r_p \sqrt{V_{\infty}^2 + \frac{2\mu_1}{r_p}}. \quad (6.40)$$

Pomocí specifického momentu hybnosti můžeme nyní stanovit rychlost v pericentru dle vztahu

$$V_p = \frac{h}{r_p} = \sqrt{V_{\infty}^2 + \frac{2\mu_1}{r_p}}. \quad (6.41)$$

Vzhledem k tomu že odlet je realizován z kruhové parkovací oběžné dráhy o poloměru $r = r_p$ kolem výchozí planety (P_1) je rychlost V_p shodná s první kosmickou rychlostí na zvolené výchozí dráze $V_p = V_{I_1}$. Z rovnosti těchto rychlostí a pomocí výrazu pro první kosmickou rychlost $V_{I_1} = \sqrt{\mu_1/r_p}$ vyloučíme vzdálenost pericentra z rovnice (6.41). Po úpravě získáváme rychlost v pericentru

$$V_p = V_{I_1} \sqrt{2 + \left(\frac{V_{\infty}}{V_{I_1}}\right)^2}. \quad (6.42)$$

Konečně pomocí uvedeného vztahu můžeme určit potřebný rychlostní impuls, který musíme udělit kosmickému letadlu, aby byl v pericentru uveden na hyperbolickou odletovou dráhu

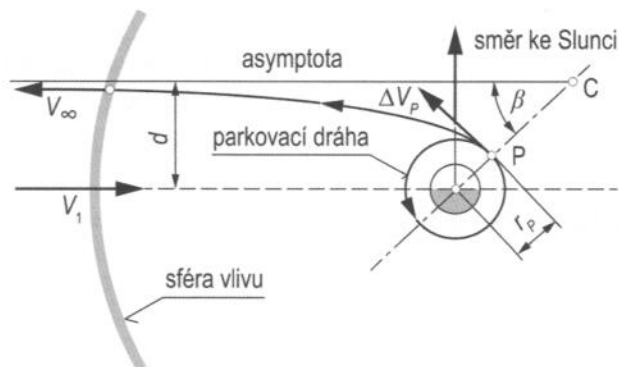
$$\Delta V_p = V_p - V_{I_1} = V_{I_1} \left[\sqrt{2 + \left(\frac{V_{\infty}}{V_{I_1}}\right)^2} - 1 \right], \quad (6.43)$$

kde požadovaný hyperbolický přebytek rychlosti V_{∞} je dán rovnicí (6.34). Požadovaný směr letu rovnoběžný s rychlostí pohybu výchozí planety je dán úhlem β , který stanovíme z rov. (6.39) a pomocí rov. (6.39) upravíme na tvar

$$\beta = \arccos\left(\frac{1}{e}\right) = \arccos\left[\frac{\mu_1}{\mu_1 + r_p V_{\infty}^2}\right]. \quad (6.44)$$

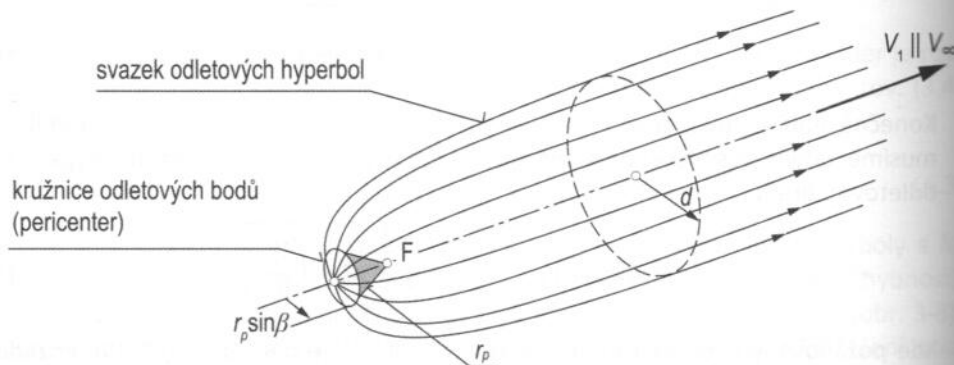
Úhel β je úhel mezi asymptotou a přímkou apsid hyperboly (obr. 6-5). Tento úhel zároveň definuje pericentrum hyperboly, což je současně bod odletu kosmického letadla z kruhové parkovací dráhy výchozí planety na hyperbolickou odletovou dráhu.

Podobně bychom řešili případ hyperbolického odletu z vnější kruhové parkovací dráhy na vnitřní planetu. Vzhledem k tomu, že v tomto případě je třeba rychlost kosmického letadla snížit, směřuje hyperbolický přebytek $V_\infty = |V_{kl,a} - V_1|$ na zadní straně hranice sféry vlivu v opačném smyslu než rychlost výchozí planety V_1 . Odletová hyperbolická trajektorie je znázorněna na obr. 6-6.



Obr. 6-6 Hyperbolická odletová dráha kosmického letadla z pericentra parkovací kruhové oběžné dráhy vnější planety na vnitřní planetu.

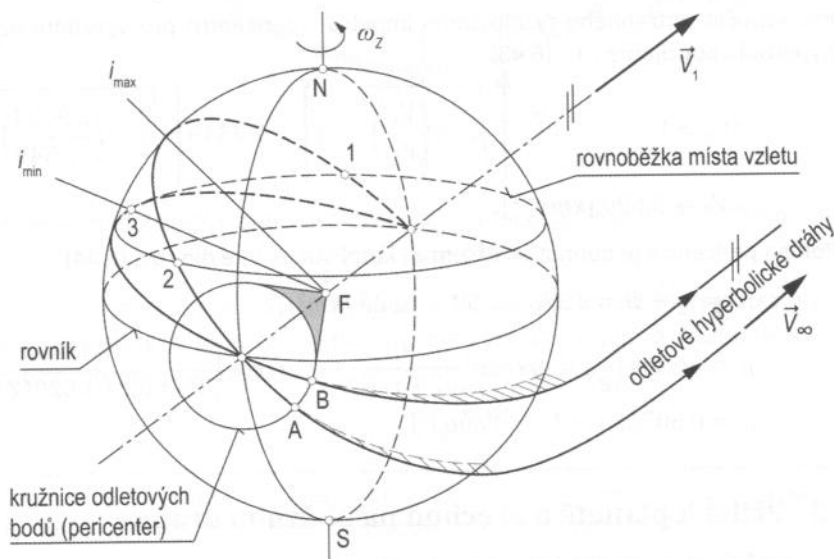
Rovina odletové hyperboly je definována vektorem \vec{V}_∞ a středem výchozí planety. Z toho vyplývá, že roviny odletových hyperbol mohou teoreticky ležet v různých rovinách obsahujících vždy střed planety. Roviny hyperbolických trajektorií můžeme pootáčet kolem osy procházející fokusem, takže hyperbolické odletové trajektorie vytváří svazek možných trajektorií znázorněných na obr. 6-7. Odletové body (pericentra hyperbol) vytváří kružnici o poloměru $r_p \cos \beta$, která je vlastně základnou vnitřního kužele s vrcholem ve středu planety (na obr. 6-7 znázorněn tmavě). Vrchol kužele je totožný s fokusem hyperboly a středem kruhové parkovací dráhy.



Obr. 6-7 Svazek možných hyperbolických trajektorií pro odlety z bodů na kružnici pericenter.

Věnujme se nyní dalšímu důležitému aspektu, a tím je poloha místa vypuštění a azimut vzletu na parkovací dráhu. Rovina parkovací dráhy, která je totožná s rovinou odletové hyperboly musí totiž současně zahrnovat místo vzletu v okamžiku vypuštění a nositelku vektoru rychlosti \vec{V}_1 , rovnoběžnou s vektorem \vec{V}_∞ . Z provozních a bezpečnostních

důvodů má každý kosmodrom stanoveny maximální a minimální azimuty vypouštění nosných raket. Na základě zeměpisné šířky polohy kosmodromu a rozsahu přípustných azimutů lze dle rov. (4.164) stanovit odpovídající rozsah možných sklonů kruhových parkovacích oběžných drah, na něž lze přímo vypouštět kosmické objekty. Minimální sklon dráhy (i_{min}) je dán přímo zeměpisnou šířkou, na níž se kosmodrom nachází. Maximální sklon dráhy (i_{max}) je dán rovnicí (4.164), avšak pro přímé (prográdní) dráhy je vždy menší jak 90° . Na obr. 6-8 je uveden příklad, jak rozsah možných sklonů dráhy limituje polohy pericenter, z nichž jsou možné odlety na hyperbolické dráhy. Pokud jsou známy minimální a maximální sklon dráhy, pak odletové body z parkovací dráhy na hyperbolické dráhy mohou ležet pouze mezi body A a B na kružnici pericenter. Díky rotaci planety nastává příležitost pro odlet na parkovací dráhu s maximálním sklonem dvakrát za den. Jednou v bodě „1“ a podruhé po potočení místa vzletu do bodu „2“. Maximálním sklonem parkovací dráhy je definován hyperbolický odletový bod A. Čím menší bude i_{max} , tím bude menší úhlová vzdálenost mezi body A a B na kružnici pericenter. Kosmické těleso vyvedené v bodě „3“ azimutem $\chi = 90^\circ$ na kruhovou parkovací dráhu s minimálním sklonem dráhy i_{min} definuje jediný možný bod odletu na hyperbolickou dráhu, bod B.



Obr. 6-8 Limitní sklon parkovacích kruhových drah rozhodují o přípustných rovinách hyperbolických odletových trajektorií.

Příklad 6.1

Zadání:

Stanovte rychlostní impuls potřebný pro uvedení kosmického letadla z kruhové parkovací oběžné dráhy Země v zadané výšce na heliocentrickou trajektorii k Marsu. Dále stanovte polohu pericentra pro odletovou hyperbolickou dráhu.

Potřebná data:

Výška kruhové parkovací dráhy u Země $H = 250$ [km],

6. Meziplanetární lety

Poloměr Země	$r_Z = 6378 \text{ [km]},$
Vzdálenost Země od Slunce	$R_Z = R_1 = 1,496 \cdot 10^8 \text{ [km]},$
Vzdálenost Marsu od Slunce	$R_M = R_2 = 2,279 \cdot 10^8 \text{ [km]},$
Gravitační parametr Země	$\mu_Z = \mu_1 = 398600 \text{ [km}^3\text{s}^{-2}\text{]},$
Gravitační parametr Slunce	$\mu_S = 1,327 \cdot 10^{11} \text{ [km}^3\text{s}^{-2}\text{]}.$

Řešení:

- a) Výpočet první kosmické rychlosti pro parkovací dráhu kolem výchozí planety (Země)

$$V_{I_1} = \sqrt{\frac{\mu_1}{r_Z + H}} = \sqrt{\frac{398600}{6378 + 250}} = 7,7549 \text{ [kms}^{-1}\text{]}.$$

- b) Výpočet hyperbolického přebytku rychlosti pro odlet provedeme dle rov. (6.34). Rovnici přepíšeme na následující tvar

$$V_\infty = \sqrt{\frac{\mu_S}{R_1} \left[\sqrt{\frac{2R_2}{R_1 + R_2}} - 1 \right]} = \sqrt{\frac{1,327 \cdot 10^{11}}{1,496 \cdot 10^8} \left[\sqrt{\frac{2(2,279 \cdot 10^8)}{1,496 \cdot 10^8 + 2,279 \cdot 10^8}} - 1 \right]},$$

$$V_\infty = 2,9433 \text{ [km s}^{-1}\text{]}.$$

- c) Pro výpočet potřebného rychlostního impulsu v pericentru pro vyvedení na odletovou hyperbolu použijeme rov. (6.43)

$$\Delta V_P = V_P - V_{I_1} = V_{I_1} \left[\sqrt{2 + \left(\frac{V_\infty}{V_{I_1}}\right)^2} - 1 \right] = 7,7549 \left[\sqrt{2 + \left(\frac{2,9433}{7,7549}\right)^2} - 1 \right],$$

$$\Delta V_P = 3,600 \text{ [kms}^{-1}\text{]}.$$

- d) Poloha pericentra je definován úhlem β , který stanovíme dle rov. (6.44)

$$r_p = r_Z + H = 6378 + 250 = 6628 \text{ [km]},$$

$$\beta = \arccos\left(\frac{1}{e}\right) = \arccos\left(\frac{\mu_1}{\mu_1 + r_p V_\infty^2}\right) = \arccos\left[\frac{398600}{398600 + 6628(2,9433^2)}\right],$$

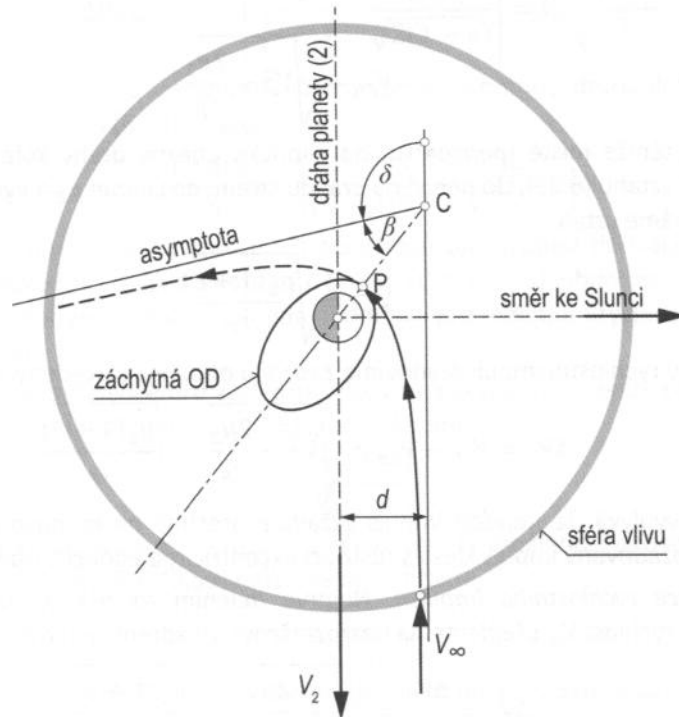
$$\beta = 0,50725 \text{ [rad]} = 29,06 \text{ [}^\circ\text{]}.$$

6.3.2 Přílet k planetě a přechod na oběžnou dráhu

Pokud není úkolem kosmického letadla cílovou planetu zasáhnout nebo obletět, ale umístit kosmické letadlo na oběžnou dráhu u cílové planety, pak musí být splněny určité podmínky. Asymptota příletové hyperbolické dráhy musí být zvolena v takové vzdálenosti d od středu planety, aby bylo dosaženo pericentrum hyperboly r_p ve správné výšce pro zavedení brzdícího rychlostního impulsu ΔV_P .

Probereme nejdříve přelet s vnitřní planety na vnější planetu dle obr. 6-4a. Kosmické letadlo přilétá na hranici sféry vlivu po heliocentrické eliptické dráze rychlostí $V_{kl,b}$, která je menší než heliocentrická rychlost cílové planety V_2 . Proto kosmické letadlo vstupuje do sféry vlivu cílové planety na její čelní hranici s hyperbolickým přebytkem rychlosti V_∞ vůči cílové planetě, tak jak je uvedeno na obr. 6-9. Obě rychlosti jsou u Hohmannovy heliocentrické přechodové dráhy paralelní, takže hyperbolický přebytek rychlosti V_∞ na hranici sféry vlivu je vůči cílové planetě (!) dán vztahem

$$V_{\infty} = |V_{kl,b} - V_2|. \quad (6.45)$$



Obr. 6-9 Přílet z vnitřní planety a přechod kosmického letadla na oběžnou dráhu u vnější cílové planety.

Pro daný hyperbolický přebytek rychlosti V_{∞} a vzdálenost pericentra r_p můžeme dopočítat excentricitu příletové hyperboly dle výše odvozeného vztahu (6.39), kde však nyní bude vystupovat gravitační parametr cílové planety μ_2

$$e = 1 + \frac{r_p V_{\infty}^2}{\mu_2}. \quad (6.46)$$

Pokud nebude kosmické letadlo zachyceno na zamýšlené oběžné dráze u cílové planety, následuje buď jeho tvrdý dopad na povrch planety, nebo bude pokračovat po příslušné (nesprávné) hyperbolické dráze v letu kolem cílové planety. Po obletu pericentra se dostává na odletovou část hyperbolické dráhy a na hranici sféry vlivu odlétá stejnou rychlostí V_{∞} jako při příletu. Jedinou změnou, která bude způsobena planetou, je změna směru odletu od planety. Úhel definující změnu směru asymptoty je dán jen velikostí excentricity dle vztahu (3.70). Dosadíme-li do zmíněného vztahu bezprostředně za excentricitu e dle výše uvedeného výrazu (6.46) obdržíme

$$\delta = 2 \arcsin\left(\frac{1}{e}\right) = 2 \arcsin\left(\frac{\mu_2}{\mu_2 + r_p V_{\infty}^2}\right). \quad (6.47)$$

Pro stanovení potřebného rychlostního impulsu ΔV_p , kterým převedeme kosmické letadlo na oběžnou dráhu u cílové planety, je třeba nejprve stanovit ve společném pericentru rychlosti. Rychlost v pericentru hyperbolické trajektorie u cílové planety

6. Meziplanetární lety

vyjádříme jednoduchým vztahem $V_{Ph} = h/r_p$, do něhož za h dosadíme dle rov. (6.40) pro μ_2

$$V_{Ph} = \sqrt{V_\infty^2 + \frac{2\mu_2}{r_p}}. \quad (6.48)$$

Rychlost v témže místě (pericentru) na eliptické oběžné dráhy kolem cílové planety určíme dle vztahu (6.35), do něhož na pravou stranu dosadíme μ_2 a výraz $h = r_p V_{Pe}$. Po úpravě získáme vztah

$$V_{Pe} = \sqrt{\frac{\mu_2(1+e)}{r_p}}. \quad (6.49)$$

Požadovaný rychlostní impuls stanovíme z rozdílu obou výše uvedených rychlostí

$$\Delta V_P = V_{Ph} - V_{Pe} = \sqrt{V_\infty^2 + \frac{2\mu_2}{r_p}} - \sqrt{\frac{\mu_2(1+e)}{r_p}}. \quad (6.50)$$

Ze vztahu vyplývá, že největší impuls vyžaduje přechod na kruhovou oběžnou dráhu ($e = 0$). Požadovaný impuls klesá s rostoucí excentricitou eliptické oběžné dráhy.

Minimalizace rychlostního impulsu. Nejprve dělením rovnice (6.50) hyperbolickým přebytkem rychlost V_∞ přejdeme na bezrozměrové vyjádření rychlostního impulsu

$$\Delta \bar{V}_P = \frac{\Delta V_P}{V_\infty} = \sqrt{1 + \frac{2\mu_2}{r_p V_\infty^2}} - \sqrt{\frac{\mu_2(1+e)}{r_p V_\infty^2}}. \quad (6.51)$$

Zavedením výrazu pro bezrozměrovou vzdálenost pericentra záchytné elipsy ve tvaru

$$\eta = \frac{r_p V_\infty^2}{\mu_2}, \quad (6.52)$$

můžeme bezrozměrový rychlostní impuls zapsat následovně

$$\Delta \bar{V}_P = \sqrt{1 + \frac{2}{\eta}} - \sqrt{\frac{1+e}{\eta}}. \quad (6.53)$$

Pro nalezení minima rychlostního impulsu provedeme první derivaci výrazu (6.53) pro bezrozměrový rychlostní impuls podle η

$$\frac{d(\Delta \bar{V}_P)}{d\eta} = \left(-\frac{1}{\sqrt{\eta+2}} + \frac{\sqrt{1+e}}{2} \right) \eta^{-\frac{3}{2}}. \quad (6.54)$$

Nyní položíme tuto derivaci rovnu nule a z této podmínky získáme odpovídající výraz pro bezrozměrový parametr η ve tvaru

$$\eta = 2 \frac{1-e}{1+e}. \quad (6.55)$$

Dosazením tohoto parametru do rov. (6.53) s přihlédnutím k definici bezrozměrového rychlostního impulsu obdržíme výraz pro minimální rychlostní impuls ve tvaru

$$\Delta V_{P,min} = V_{\infty} \left[\sqrt{\frac{2}{1-e}} - \frac{1+e}{\sqrt{2(1-e)}} \right] = V_{\infty} \sqrt{\frac{1-e}{2}}. \quad (6.56)$$

To, že se jedná skutečně o minimum, můžeme potvrdit pomocí druhé derivace, kterou získáme derivací vztahu (6.54) ve tvaru

$$\frac{d^2(\Delta \bar{V}_P)}{d\eta^2} = \left[\frac{2\eta + 3}{(\eta + 2)^{3/2}} - \frac{3}{4} \sqrt{1+e} \right] \eta^{-5/2}. \quad (6.57)$$

Dosazením hodnoty η dle vztahu (6.55) do výrazu pro druhou derivaci (6.57) se lze jednoduše přesvědčit, že pro eliptickou dráhu ($0 \leq e < 1$) obdržíme vždy kladnou hodnotu druhé derivace, čímž je splněna podmínka pro minimum rychlostního impulsu dle vztahu (6.56).

Optimální vzdálenost pericentra záchytné elipsy r_P získáme dosazením optimalizované hodnoty η dle vztahu (6.55) do rov. (6.52), odkud bude

$$r_P = \frac{2\mu_2}{V_{\infty}^2} \frac{1-e}{1+e}. \quad (6.58)$$

Pomocí rov. (3.59) a rov. (6.58) můžeme stanovit rovněž vzdálenost apocentra záchytné eliptické oběžné dráhy. Rov.(3.59) můžeme zapsat takto

$$r_P = r_A \frac{1-e}{1+e} \quad (6.59)$$

a po dosazení do rov. (6.58), respektive porovnáním obou výrazů získáváme vztah pro vzdálenost apocentra záchytné elipsy

$$r_A = \frac{2\mu_2}{V_{\infty}^2}. \quad (6.60)$$

Povšimněte si, že vzdálenost apocentra záchytné oběžné dráhy nezávisí na excentricitě. Kombinací rov. (3.79), (3.66) a (3.38) můžeme stanovit výraz pro vzdálenost asymptoty příletové části hyperboly od dráhy planety ve tvaru

$$d = \frac{h^2}{\mu_2} \frac{1}{\sqrt{e^2 - 1}}. \quad (6.61)$$

Dále tento výraz upravíme dosazením za specifický impuls hybnosti dle rov. (6.40) a za excentricitu dle rov. (6.46) na tvar

$$d = r_P \sqrt{1 + \frac{2\mu_2}{r_P V_{\infty}^2}}. \quad (6.62)$$

Zavedením výrazu (6.58) pro optimální vzdálenost pericentra záchytné elipsy r_P do odmocniny ve vztahu (6.62) obdržíme konečný výraz pro vzdálenost d

$$d = r_P \sqrt{1 + \frac{1+e}{1-e}} = r_P \sqrt{\frac{2}{1-e}}. \quad (6.63)$$

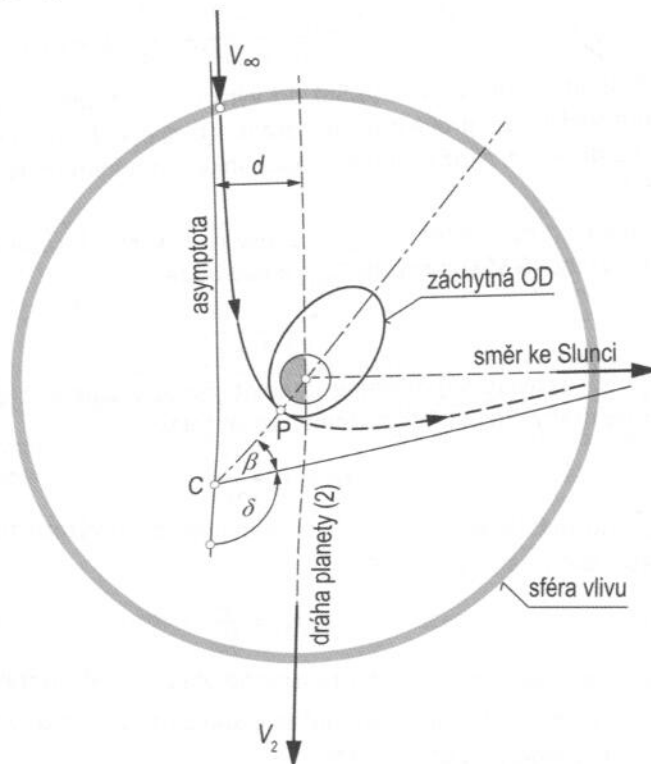
V případě přeletu z vnější planety na vnitřní planetu, jehož schéma je znázorněno na obr. 6-4b nutno uvážit, že heliocentrická příletová rychlost kosmického letadla $V_{kl,b}$ je větší než rychlost planety V_2 . Proto se kosmické letadlo blíží k cílové planetě zadní částí

6. Meziplanetární lety

sféry vlivu, jak je znázorněno na obr. 6-10. Hyperbolický přebytek rychlosti vůči cílové planetě (!) je nyní dána relací

$$V_{\infty} = V_{kl,b} - V_2. \quad (6.64)$$

Hyperbolické přebytky rychlosti vůči planetě bereme vždy kladně. Další postup je zcela analogický případu přeletu z vnitřní planety na vnější planetu.



Obr. 6-10 Přílet z vnější planety a přechod kosmického letadla na oběžnou dráhu u vnitřní cílové planety.

Příklad 6.2

Zadání:

Stanovte minimální rychlostní impuls potřebný pro uvedení kosmického letadla na oběžnou dráhu kolem planety Mars se zadanou excentricitou. Dále stanovte optimální vzdálenost pericentra, oběžnou dobu, vzdálenost asymptoty a úhel mezi přímkou apsid a vektorem rychlosti planety Mars.

Potřebná data:

Excentricita oběžné dráhy kolem Marsu $e = 0,45 [1]$,

Vzdálenost Země od Slunce $R_Z = R_1 = 1,496 \cdot 10^8 [km]$,

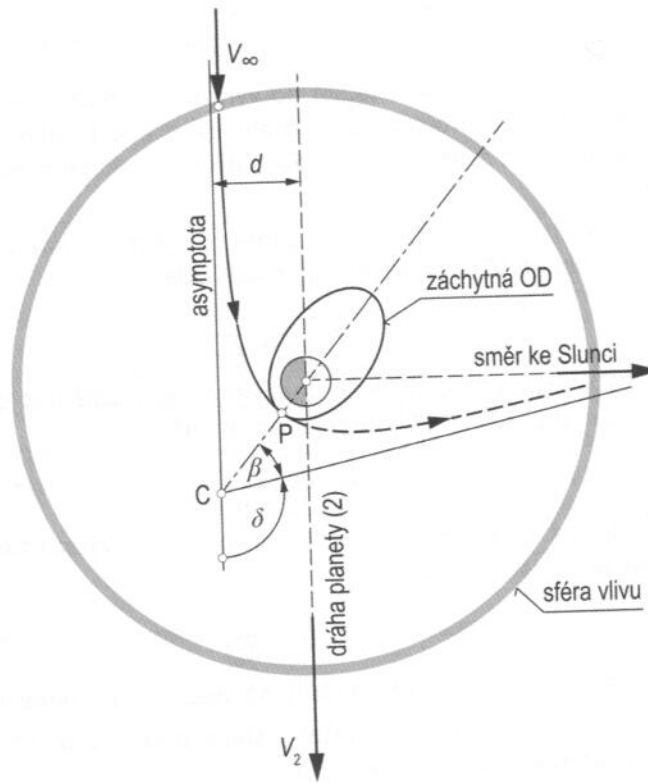
Vzdálenost Marsu od Slunce $R_M = R_2 = 2,279 \cdot 10^8 [km]$,

Poloměr Marsu $r_M = 3396 [km]$,

sféry vlivu, jak je znázorněno na obr. 6-10. Hyperbolický přebytek rychlosti vůči cílové planetě (!) je nyní dána relací

$$V_{\infty} = V_{kl,b} - V_2. \quad (6.64)$$

Hyperbolické přebytky rychlosti vůči planetě bereme vždy kladně. Další postup je zcela analogický případu přeletu z vnitřní planety na vnější planetu.



Obr. 6-10 Přílet z vnější planety a přechod kosmického letadla na oběžnou dráhu u vnitřní cílové planety.

Příklad 6.2

Zadání:

Stanovte minimální rychlostní impuls potřebný pro uvedení kosmického letadla na oběžnou dráhu kolem planety Mars se zadanou excentricitou. Dále stanovte optimální vzdálenost pericentra, oběžnou dobu, vzdálenost asymptoty a úhel mezi přímkou apsid a vektorem rychlosti planety Mars.

Potřebná data:

Excentricita oběžné dráhy kolem Marsu	$e = 0,45 [1]$,
Vzdálenost Země od Slunce	$R_Z = R_1 = 1,496 \cdot 10^8 [km]$,
Vzdálenost Marsu od Slunce	$R_M = R_2 = 2,279 \cdot 10^8 [km]$,
Poloměr Marsu	$r_M = 3396 [km]$,

$$\begin{aligned} \text{Gravitační parametr Marsu} & \quad \mu_M = \mu_2 = 42828 \text{ [km}^3\text{s}^{-2}\text{]}, \\ \text{Gravitační parametr Slunce} & \quad \mu_S = 1,327 \cdot 10^{11} \text{ [km}^3\text{s}^{-2}\text{]}. \end{aligned}$$

Řešení:

- a) Výpočet první kosmické rychlosti pro cílovou planetu (
- P_2
-), kterou je Mars

$$V_2 = \sqrt{\frac{\mu_S}{R_2}} = \sqrt{\frac{1,327 \cdot 10^{11}}{2,279 \cdot 10^8}} = 24,1303 \text{ [kms}^{-1}\text{]}.$$

- b) Výpočet hyperbolického přebytku rychlosti pro přilet provedeme dle rov. (6.31)

$$\begin{aligned} V_\infty &= V_2 - V_{kl,b} = V_2 \left[1 - \sqrt{\frac{2}{1 + (R_2/R_1)}} \right], \\ V_\infty &= 24,1303 \left[1 - \sqrt{\frac{2}{1 + (2,279 \cdot 10^8 / 1,496 \cdot 10^8)}} \right] = 2,6478 \text{ [kms}^{-1}\text{]}. \end{aligned}$$

- c) Vzdálenost apocentra oběžné dráhy kosmického letadla kolem Marsu je dána rov. (6.60)

$$r_A = \frac{2\mu_2}{V_\infty^2} = \frac{2(42828)}{2,6478^2} = 12218 \text{ [km]}.$$

- d) Optimální vzdálenost pericentra eliptické oběžné dráhy stanovíme pomocí rov. (6.58)

$$r_P = \frac{2\mu_2(1-e)}{V_\infty^2(1+e)} = \frac{2(42828)(1-0,45)}{2,6478^2(1+0,45)} = 4634 \text{ [km]}.$$

- e) Výpočet hlavní poloosy eliptické oběžné dráhy kosmického letadla kolem Marsu určíme ze vztahu (3.50)

$$a = \frac{r_A + r_P}{2} = \frac{12218 + 4634}{2} = 8426 \text{ [km]}.$$

- f) Pro výpočet potřebného rychlostního impulsu v pericentru použijeme rov. (6.56)

$$\Delta V_{P,min} = V_\infty \sqrt{\frac{1-e}{2}} = 2,6478 \sqrt{\frac{1-0,45}{2}} = 1,3885 \text{ [km s}^{-1}\text{]}.$$

- g) Výpočet vzdálenosti asymptoty od vektoru rychlosti planety dle vztahu (6.63)

$$d = r_P \sqrt{\frac{2}{1-e}} = 4634 \sqrt{\frac{2}{1-0,45}} = 8837 \text{ [km]}.$$

- h) Úhel mezi asymptotou a vektorem rychlosti planety Mars vypočteme dle rov. (6.44), kam ovšem dosadíme gravitační parametr Marsu
- μ_2

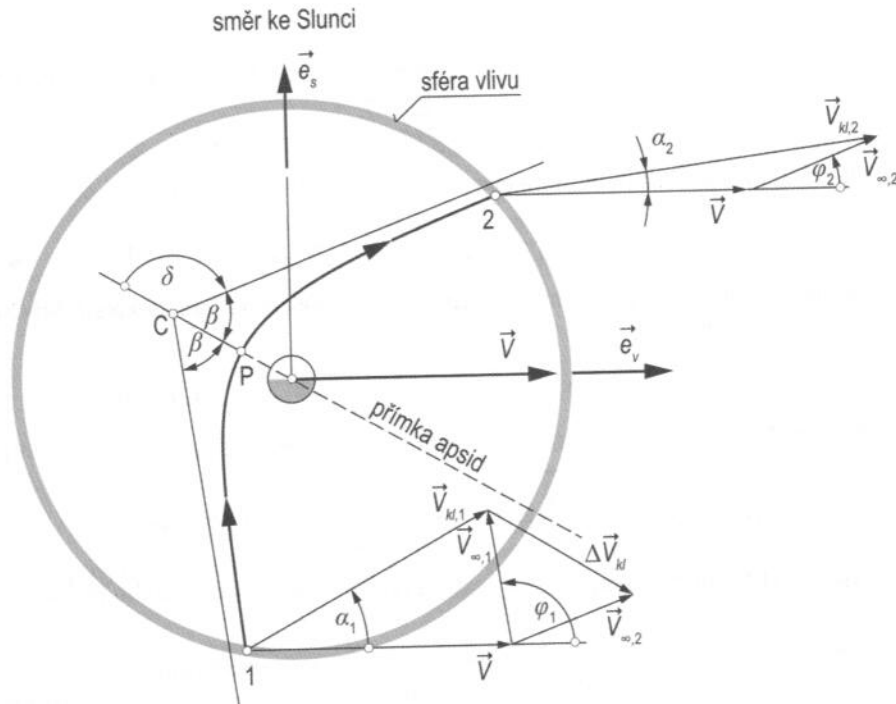
$$\begin{aligned} \beta &= \arccos\left(\frac{1}{e}\right) = \arccos\left(\frac{\mu_2}{\mu_2 + r_P V_\infty^2}\right) = \arccos\left[\frac{42828}{42828 + 4634(2,6478^2)}\right], \\ \beta &= 0,96596 \text{ [rad]} = 55,34 \text{ [}^\circ\text{]}. \end{aligned}$$

- i) Perioda oběžné dráhy kosmického letadla kolem Marsu je dána rov. (3.86)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu_2}} = 2\pi \sqrt{\frac{8426^3}{42828}} = 23483 \text{ [s]} = 6^{\circ}31'23''.$$

6.4 Gravitační manévry

Pro meziplanetární lety jsou velmi užitečné tzv. gravitační manévry, které se často používají zejména při letech k vnějším planetám naší Sluneční soustavy. Při těchto manévrech se s výhodou využívají oblety vybraných planet, které mohou posloužit jako externí zdroj energie. V zásadě můžeme využívat dva druhy gravitačních manévru, které se od sebe liší pouze způsobem obletu planety vzhledem ke směru heliocentrického pohybu planety kolem Slunce. Na obr. 6-11 je uveden *gravitační manévr se zadním obletem*, kterým se využívá pohybová energie planety k urychlení a změně směru letu kosmického letadla. Druhý možný gravitační manévr je znázorněn na obr. 6-12. Jedná se o *gravitační manévr s čelním obletem planety*. Při tomto gravitačním manévru je kosmické letadlo naopak zpomalené s významnou změnou směru dalšího letu. Podívejme se nyní podrobněji na princip gravitačních manévru.



Obr. 6-11 Gravitační manévr se zadním obletem planety.

Přilétající kosmické letadlo má na hranici sféry vlivu cílové planety (obr. 6-11) v bodě „1“ heliocentrickou rychlost $\vec{V}_{kl,1}$, která je dána součtem heliocentrické rychlosti pohybu planety \vec{V} a hyperbolického přebytku rychlosti kosmického letadla $\vec{V}_{\infty,1}$ vůči planetě na její hranici sféry vlivu

$$\vec{V}_{kl,1} = \vec{V} + \vec{V}_{\infty,1}. \quad (6.65)$$

V bodě odletu „2“ na hranici sféry vlivu planety má kosmické letadlo rychlost

$$\vec{V}_{kl,2} = \vec{V} + \vec{V}_{\infty,2}. \quad (6.66)$$

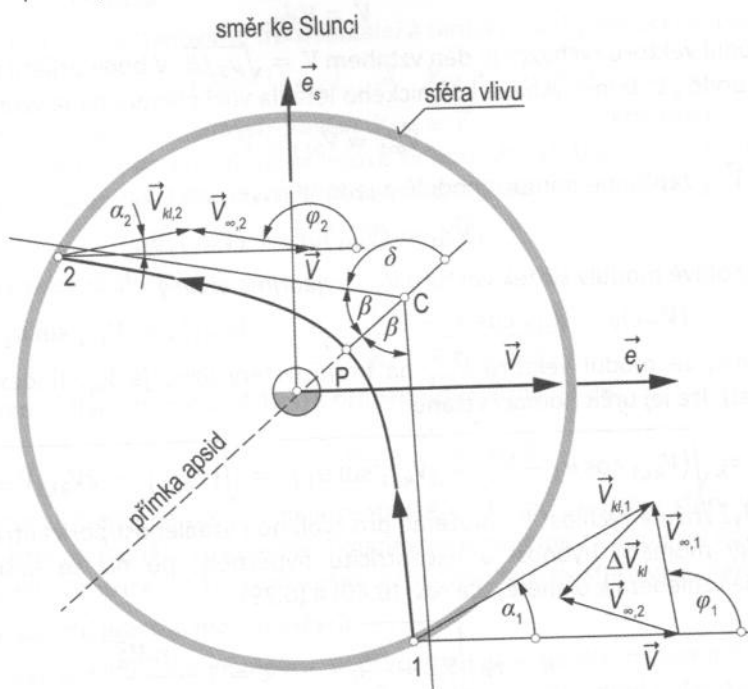
Změna rychlosti kosmického letadla je dána rozdílem obou vektorů

$$\Delta \vec{V}_{kl} = \vec{V}_{kl,2} - \vec{V}_{kl,1} = (\vec{V} + \vec{V}_{\infty 2}) - (\vec{V} + \vec{V}_{\infty 1}),$$

což se rovná rozdílu hyperbolických přebytků rychlosti

$$\Delta \vec{V}_{kl} = \vec{V}_{\infty 2} - \vec{V}_{\infty 1} = \Delta \vec{V}_{\infty}. \quad (6.67)$$

Oba vektory $\vec{V}_{\infty 1}$ a $\vec{V}_{\infty 2}$ směřují podél asymptot hyperboly a svírají s přímkou apsid stejné úhly β . Díky zákonu zachování kinetické energie mají moduly obou vektorů stejnou velikost $V_{\infty 1} = V_{\infty 2} = V_{\infty}$. Během manévru se vektor $\vec{V}_{\infty 2}$ pootočí vzhledem k vektoru $\vec{V}_{\infty 1}$ o úhel δ . Výsledný vektor daný rov. (6.67) leží ve směru přímky apsid a směřuje vždy od pericentra ke středu planety. V případě gravitačního manévru se zadním obletem planety (obr. 6-11) je patrné, že složka vektoru $\Delta \vec{V}_{kl}$ ve směru rychlosti pohybu planety je kladný, zatímco při gravitačním manévru s čelním obletem planety je tato složka záporná (obr. 6-12).



Obr. 6-12 Gravitační manévru s čelním obletem planety.

Pro další rozbor zavedeme jednotkový vektor ve směru rychlosti pohybu planety \vec{e}_V a jednotkový vektor směřující od středu planety ke Slunci \vec{e}_S . Nyní můžeme heliocentrickou rychlost kosmického letadla v příletovém bodě „1“ vyjádřit ve tvaru

$$\vec{V}_{kl,1} = (V_{kl,1})_V \vec{e}_V + (V_{kl,1})_S \vec{e}_S, \quad (6.68)$$

kde moduly složek vektoru $\vec{V}_{kl,1}$ ve zvolených směrech jsou dány vztahy

$$(V_{kl,1})_V = V_{kl,1} \cos \alpha_1 \quad \text{a} \quad (V_{kl,1})_S = V_{kl,1} \sin \alpha_1. \quad (6.69)$$

Úhel α_1 je úhel mezi vektorem rychlosti planety \vec{V} a vektorem rychlosti kosmického letadla $\vec{V}_{kl,1}$ v bodě „1“. Kladné smysly všech zde používaných úhlů jsou proti směru

pohybu hodinových ručiček. Na základě dřívějších poznatků se můžeme přesvědčit o tom, že úhel α_1 je totožný se sklonem heliocentrické dráhy letu na hranici sféry vlivu ve vzdálenosti R od Slunce. To znamená, že skalární složky vektoru ve výrazu (6.68) jsou totožné s transverzální a radiální složkou

$$(V_{kl,1})_V = V_{\theta 1} \quad \text{a} \quad (V_{kl,1})_S = V_{r1}. \quad (6.70)$$

Tyto složky jsou dány výrazy (3.137) a (3.138) s přihlédnutím ke vztahu (3.38) pro parametr p

$$V_{\theta 1} = \frac{\mu_S}{h_1} \frac{1}{1 + e_1 \cos \theta_1} \quad \text{a} \quad V_{r1} = \frac{\mu_S}{h_1} e_1 \sin \theta_1, \quad (6.71)$$

kde h_1 , e_1 a θ_1 jsou veličiny příslušející příletové heliocentrické trajektorii. Rychlost planety vzhledem ke Slunci zapíšeme

$$\vec{V} = V \vec{e}_V, \quad (6.72)$$

kde modul vektoru rychlosti je dán vztahem $V = \sqrt{\mu_S/R}$. V bodě příletu na hranici sféry vlivu v bodě „1“ bude rychlost kosmického letadla vůči planetě dána vztahem

$$\vec{V}_{\infty 1} = \vec{V}_{kl,1} - \vec{V}. \quad (6.73)$$

Vektor $\vec{V}_{\infty 1}$ zapíšeme pomocí modulů a jednotkových vektorů

$$\vec{V}_{\infty 1} = (V_{\infty 1})_V \vec{e}_V + (V_{\infty 1})_S \vec{e}_S, \quad (6.74)$$

kde jednotlivé moduly složek vektoru $\vec{V}_{\infty 1}$ vyjádříme vztahy

$$(V_{\infty 1})_V = V_{kl,1} \cos \alpha_1 - V \quad \text{a} \quad (V_{\infty 1})_S = V_{kl,1} \sin \alpha_1. \quad (6.75)$$

Uvážíme-li, že modul vektoru $\vec{V}_{\infty 1}$ na hranici sféry vlivu je V_{∞} (index „1“ můžeme vynechat), lze jej určit pomocí vztahu

$$V_{\infty} = \sqrt{(V_{kl,1} \cos \alpha_1 - V)^2 + (V_{kl,1} \sin \alpha_1)^2} = \sqrt{(V_{kl,1})^2 - 2V_{kl,1}V + V^2}. \quad (6.76)$$

Nyní, když známe rychlost V_{∞} můžeme pro zvolenou vzdálenost pericentra r_p vypočítat specifický moment hybnost a excentricitu hyperboly, po níž se kosmické letadlo pohybuje vzhledem k planetě, dle rov. (6.40) a (6.39)

$$h = r_p \sqrt{V_{\infty}^2 + \frac{2\mu}{r_p}}, \quad e = 1 + \frac{r_p V_{\infty}^2}{\mu},$$

kde μ je nyní gravitační parametr uvažované planety.

Dále definujeme úhel φ_1 mezi vektorem $\vec{V}_{\infty 1}$ a heliocentrickou rychlostí planety \vec{V} v příletovém bodě „1“, který nalezneme pomocí složek vektoru $\vec{V}_{\infty 1}$, definovaných rov. (6.75)

$$\varphi_1 = \text{arctg} \frac{(V_{\infty 1})_S}{(V_{\infty 1})_V} = \text{arctg} \frac{V_{kl,1} \sin \alpha_1}{V_{kl,1} \cos \alpha_1 - V}. \quad (6.77)$$

Podobně je definován úhel φ_2 v odletovém bodě „2“ jako úhel mezi vektorem $\vec{V}_{\infty 2}$ a heliocentrickou rychlostí planety \vec{V} . S využitím úhlu φ_1 a úhlu pootočení asymptoty δ dle rov. (3.70) jej stanovíme takto

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \delta. \quad (6.78)$$

Přičemž úhel pootočení asymptoty δ je pro čelní oblet planety kladný (proti pohybu hodinových ručiček) a pro zadní oblet planety je záporný.

Se znalostí úhlu φ_2 a uvážením skutečnosti, že modulem vektoru $\vec{V}_{\infty 2}$ je také V_{∞} ($V_{\infty 2} = V_{\infty 1}$), můžeme vektor $\vec{V}_{\infty 2}$ vyjádřit pomocí výrazu

$$(6.70) \quad \vec{V}_{\infty 2} = V_{\infty} \cos \varphi_2 \vec{e}_V + V_{\infty} \sin \varphi_2 \vec{e}_S. \quad (6.79)$$

Heliocentrická rychlost kosmického letadla v odletovém bodě „2“ je dána vektorovým součtem

$$(6.71) \quad \vec{V}_{kl,2} = \vec{V} + \vec{V}_{\infty 2} = (V_{kl,2})_V \vec{e}_V + (V_{kl,2})_S \vec{e}_S, \quad (6.80)$$

kde složky vektoru $\vec{V}_{kl,2}$ jsou dány výrazy

$$(6.72) \quad (V_{kl,2})_V = V + V_{\infty} \cos \varphi_2 \quad \text{a} \quad (V_{kl,2})_S = V_{\infty} \sin \varphi_2. \quad (6.81)$$

Pomocí těchto složek stanovíme transversální a radiální složky heliocentrické rychlosti

$$(6.73) \quad V_{\theta 2} = (V_{kl,2})_V \quad \text{a} \quad V_{r2} = -(V_{kl,2})_S. \quad (6.82)$$

Na základě posledně uvedených veličin $V_{\theta 2}$ a V_{r2} v odletovém bodě „2“ můžeme konečně stanovit parametry nové odletové heliocentrické trajektorie s využitím dříve stanovených rovnic. Specifický impuls určíme z rov. (3.93)

$$(6.74) \quad h_2 = RV_{\theta 2}. \quad (6.83)$$

Použitím rovnice dráhy (3.44)

$$(6.75) \quad R = \frac{h_2^2}{\mu_S} \frac{1}{1 + e_2 \cos \theta_2} \quad (6.84)$$

a výrazu pro radiální rychlost (3.138) s přihlédnutím k rov. (3.38)

$$V_{r2} = \frac{\mu_S}{h_2} e_2 \sin \theta_2 \quad (6.85)$$

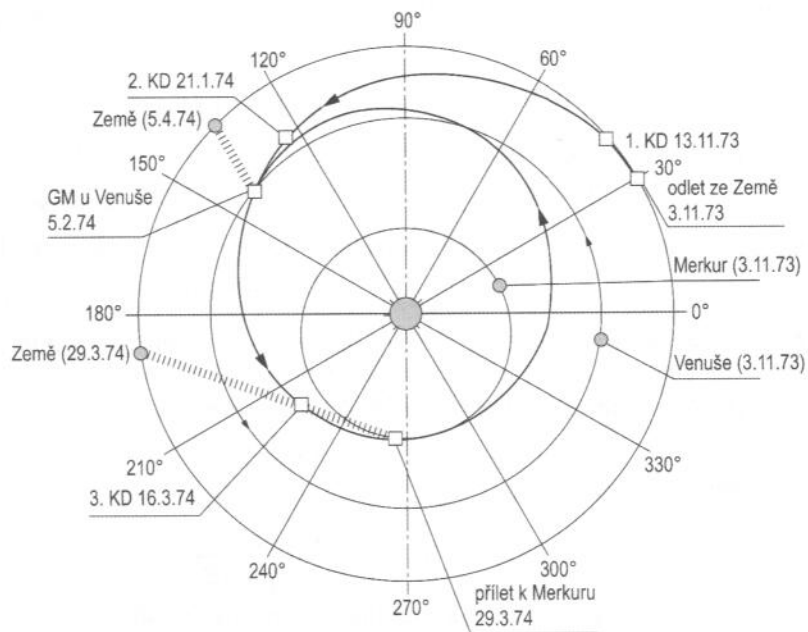
dopočítáme zbývající parametry heliocentrické dráhy po opuštění sféry vlivu planety. Přitom máme na paměti, že gravitační manévry považujeme za impulsní manévry, během něhož se heliocentrická vzdálenost kosmického letadla R ve sféře vlivu nemění.

Praktické použití gravitačních manévru

Na možnost gravitačního manévru poprvé poukázal italský matematik a astronom Giuseppe Colombo (1920-1984), lépe známý pod přezdívkou Bepi Colombo.

Gravitační manévry se již prakticky uplatnily v řadě meziplanetárních letů kosmických sond. Poprvé byl tento manévry použit při letu kosmické sondy Mariner 10 k planetě Merkur v letech 1973-74. Kosmická sonda byla vypuštěna nosnou raketou z KSC na Floridě 3.11.1973. Po desetidenním letu byla provedena první korekce dráhy (KD) pro nasměrování sondy k vnitřním planetám. Druhou korekcí 21.1.1974 byla dráha upravena pro let k planetě Venuše, kde byl zahájen gravitační manévry (GM). Čelním obletem planety Venuše byla kosmická sonda zbrzděna a nasměrována k Merkuru. Třetí korekcí dráhy 16.3.1974 byla zpřesněna dráha do blízkosti Merkuru, kde sonda prováděla vědecké výzkumy. Sonda se vrátila k Merkuru ještě třikrát a po vyčerpání pohonných látek pro další korekce dráhy se stala umělou družicí Slunce. Schéma průběhu letu je uvedeno na obr. 6-13.

V dalších letech byly mnohokrát použity dokonce vícenásobné gravitační manévry, např. při letech meziplanetárních kosmických sond Voyager 1 a 2 vypuštěných v roce 1977 ke čtyřem vnějším planetám. Obě sondy po sérii urychlovacích gravitačních manévru dosáhly rychlosti letu, která převyšuje rychlost potřebnou pro opuštění naší Sluneční soustavy (III. kosmická rychlost). V současnosti již opustily sféru vlivu Slunce a pokračují v dalším letu do mezihvězdného prostoru.



Obr. 6-13 První použití gravitačního manévru při letu meziplanetární sondy Mariner 10 k planetě Merkur, zdroj NASA.

6.5 Třetí a čtvrtá kosmická rychlost

Rychlost potřebná pro překonání přitažlivosti Slunce a opuštění naší Sluneční soustavy se nazývá *III. kosmická rychlost*. Pro stanovení III. kosmické rychlosti, kterou je třeba udělit kosmickému letadlu při odletu z některé planety, vyjdeme z následujících zjednodušených úvah. Na hranici sféry vlivu (hranice sféry vlivu je pro planetu „lokální nekonečno“, $r = \infty$) má kosmické letadlo, pohybující se po únikové parabolické trajektorii vzhledem k planetě, nulový hyperbolický přebytek rychlosti ($V_{\infty P} = 0$). Protože při nulovém hyperbolickém přebytku rychlosti nemůže opustit sféru vlivu, má vzhledem k planetě nulovou rychlost a tudíž se pohybuje stejnou rychlostí jako planeta $V = V_P$. Z toho vyplývá, že vzhledem ke Slunci se kosmické letadlo pohybuje první kosmickou rychlostí $V_{IS} = V_P$. Pro parabolickou (únikovou) rychlost v místě planety vzhledem ke Slunci platí

$$V_{IS} = V_{IS} \sqrt{2} = V_P \sqrt{2}.$$

Předpokládáme, že odlet je zvolen ve směru, kterým planeta obíhá Slunce po kruhové dráze. V tomto případě můžeme s výhodou využít oběžné rychlosti planety V_P . Pak

v tomto směru stačí zvětšit rychlost kosmického letadla vzhledem k planetě jen o přírůstek $\Delta V = V_{II_S} - V_P$. Na základě principu zachování energie může být celková kinetická energie potřebná pro dosažení únikové rychlosti z gravitačního pole Slunce zapsána zavedením pojmu III. kosmická rychlost takto

$$m \frac{V_{III}^2}{2} = m \frac{V_{II}^2}{2} + m \frac{(V_{II_S} - V_P)^2}{2},$$

odkud pro početní odhad III. kosmické rychlosti obdržíme výraz

$$V_{III} = \sqrt{V_{II}^2 + (V_{II_S} - V_P)^2}. \quad (6.86)$$

Podívejme se nyní na opačnou úlohu, místo opuštění gravitačního pole Slunce hledíme rychlost potřebnou pro zasažení Slunce. Tato rychlost se nazývá IV. kosmická rychlost. V tomto případě je třeba kosmické letadlo „zastavit“ a přimět k pádu na povrch Slunce. K tomu použijeme stejný vztah s tím, že únikovou rychlost položíme rovnu nule ($V_{II_S} = 0$)

$$V_{IV} = \sqrt{V_{II}^2 + (-V_P)^2}. \quad (6.87)$$

Ve třetí kapitole jsme uvedli číselné hodnoty první a druhé kosmické rychlosti pro planetu Zemi. Doplňme nyní i číselné hodnoty třetí a čtvrté kosmické rychlosti.

Potřebná data:

Gravitační parametr Slunce	$\mu_S = 132,712438 \cdot 10^9 \text{ [km}^3\text{s}^{-2}\text{]},$
Vzdálenost Země od Slunce	$R_Z = 149,597871 \cdot 10^6 \text{ [km]},$
První kosmická rychlost	$V_I = 7,9 \text{ [kms}^{-1}\text{]},$
Druhá kosmická rychlost	$V_{II} = 11,2 \text{ [kms}^{-1}\text{]}.$

Výpočet kruhové rychlosti planety Země kolem Slunce

$$V_P = V_{I_S} = \sqrt{\frac{\mu_S}{R_Z}} = \sqrt{\frac{132,712438 \cdot 10^9}{149,597871 \cdot 10^6}} = 29,8 \text{ [kms}^{-1}\text{]}.$$

Výpočet odpovídající parabolické (únikové) rychlosti v místě Země vzhledem ke Slunci

$$V_{II_S} = 29,8\sqrt{2} = 42,1 \text{ [kms}^{-1}\text{]}.$$

Výpočet třetí kosmické rychlosti, tj. rychlosti, kterou musíme udělit kosmickému letadlu na Zemi, aby opustilo nejen gravitační pole Země, ale také gravitační pole Slunce

$$V_{III} = \sqrt{V_{II}^2 + (V_{II_S} - V_P)^2} = \sqrt{11,2^2 + (42,1 - 29,8)^2} = 16,6 \text{ [kms}^{-1}\text{]}.$$

Výpočet čtvrté kosmické rychlosti, tj. rychlosti, kterou musíme udělit kosmickému letadlu, aby bylo možno zasáhnout Slunce

$$V_{IV} = \sqrt{V_{II}^2 + (-V_P)^2} = \sqrt{11,2^2 + (-29,8)^2} = 31,8 \text{ [kms}^{-1}\text{]}.$$

Porovnáním číselných hodnot obou kosmických rychlostí, vidíme, že úloha zásahu Slunce je energeticky mnohem náročnější než únik z gravitačního pole Slunce.

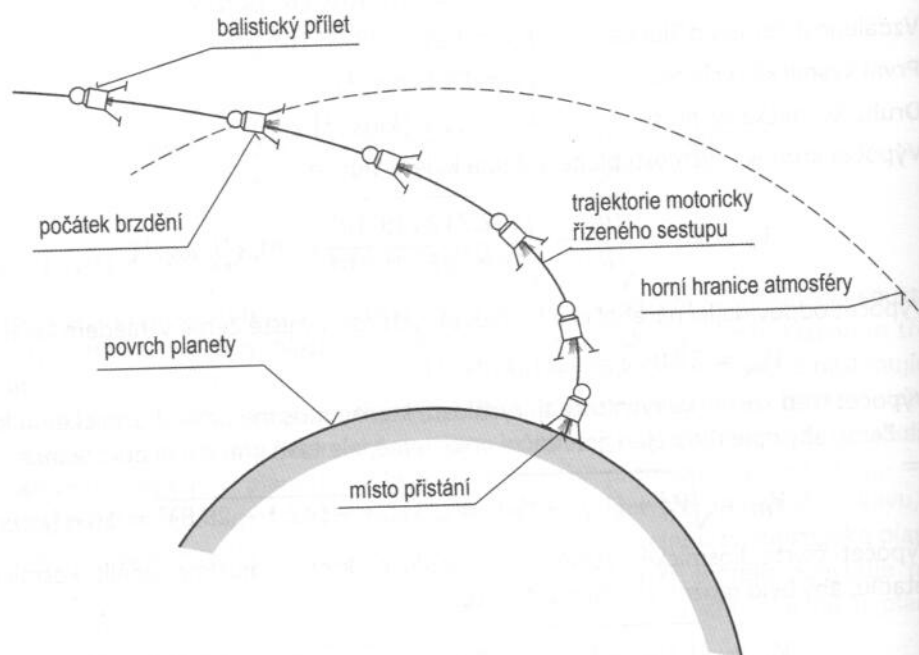
7 NÁVRATOVÉ PROBLÉMY

7.1 Všeobecný úvod

Návratovými problémy nazýváme úlohy mechaniky kosmického letu spojené s řešením bezpečného návratu kosmického letadla z kosmu (oběžné dráhy) na žadané místo na povrchu Země nebo jiné planety po skončení kosmické mise. Tyto závěrečné fáze kosmického letu jsou opravdu problémem, který spočívá v tom, že v průběhu sestupné fáze až do přistání musí být pohlcena a rozptýlena značně velká kinetická energie. Např. kosmické letadlo pohybující se na nízké kruhové oběžné dráze ve výšce $h = 300 \text{ km}$ oplývá ekvivalentní specifickou kinetickou energií přibližně kolem $E/m = 32 \text{ [MJ/kg}^{-1}\text{]}$. Způsoby maření pohybové energie kosmického letadla závisí na tom, zda planeta má, či nemá atmosféru. Pak rozlišujeme dva základní způsoby návratu: motorický a aerodynamický.

7.1.1 Motorický návrat na planety bez atmosféry

Návrat, respektive přilet na planety bez atmosféry je možno uskutečňovat pouze aktivním řízením pomocí reaktivních brzdících a přistávacích motorů. Znárodnění přistávacího manévru s využitím brzdících a přistávacích motorů je uvedeno na obr. 7-1.



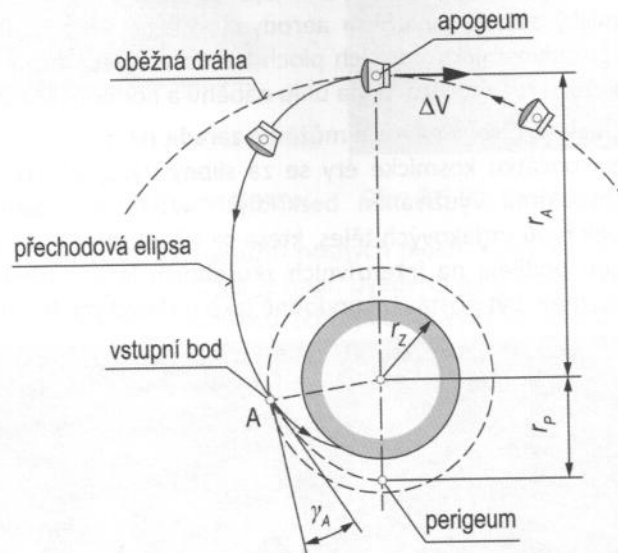
Obr. 7-1 Aktivně řízený motorický sestup kosmického letadla na povrch planety.

Trajektorie sestupu je po celou dobu návratu sledována a řízena palubním počítačem, který vyhodnocuje parametry dráhy (výšku, sklon a rychlost letu), na základě nichž se ovládá tah brzdících a řídicích motorů až do přistání (obr. 7-1).

7.1.2 Aerodynamický návrat

Pro návrat a přistání na Zemi a jiné planety, které mají atmosféru, se používá brzdění aerodynamickými silami, případně v kombinaci s předchozím způsobem. Na obr. 7-2 je znázorněn typický návratový manévr kosmického letadla na planetu s atmosférou.

Návratový manévr sestává z následujících částí. Nejdříve je příletová trajektorie, resp. oběžná dráha kosmického letadla pomocí brzdícího impulsu ΔV převedena na sestupnou dráhu, která je vně atmosféry, nebo se zanedbatelným vlivem atmosféry.



Obr. 7-2 Jednotlivé fáze návratu kosmického letadla.

Tato přechodová eliptická dráha musí mít takové parametry, aby kosmické letadlo vstupovalo na horní hranici atmosféry v rámci přípustného rozsahu sklonů dráhy letu (viz dále). Pohyb kosmického letadla vně atmosféry se řeší metodami uvedenými ve 3. kapitole.

Poté následuje nejnáročnější fáze - průlet hustými vrstvami atmosféry. Tato fáze začíná na horní hranici atmosféry (bod A). Za smluvní horní hranici atmosféry Země se považuje výška $h = 100 - 120 \text{ km}$. V průběhu sestupu kosmického letadla atmosférou je třeba zmařit značnou kinetickou energii. To vše takovým způsobem a po takové sestupné trajektorii, aby nedošlo k nežádoucímu velkému aerodynamickému ohřevu a přetížení posádky a konstrukce kosmického letadla.

Poslední fází návratového manévru je přistání. Přistávání kosmických lodí a návratových modulů s posádkou nebo vědeckými přístroji se v současnosti uskutečňuje pomocí brzdících a přistávacích padákových systémů (obr. 7-5). Přistání se uskutečňuje buď na pevný povrch, nebo na mořskou hladinu. Pro přistávání na pevný povrch se navíc, kromě padáků, obvykle používají pomocné přistávací raketové motory, kterými se v