Příklady na zápočet, 1. sada

Kinematika

1. Řešte úlohu 11:

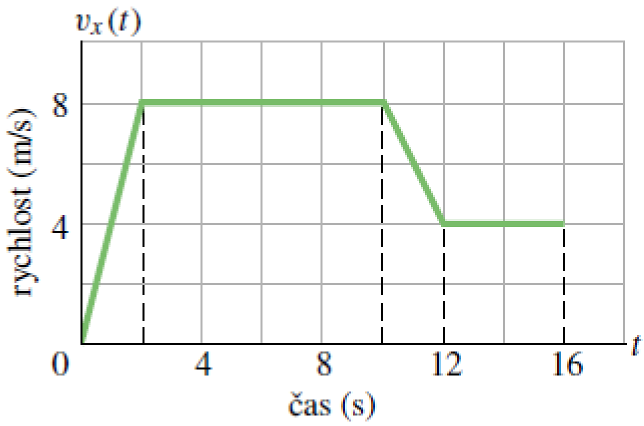
   11Ú. Nákladní automobil jede z Brna do Olomouce (77 km). V první polovině jízdní *doby* udržuje konstantní rychlost o velikosti 56 km/h, ve druhé polovině pak 89 km/h. Na zpáteční cestě projede první polovinu *vzdálenosti* rychlostí o velikosti 56 km/h a druhou rychlostí o velikosti 89 km/h. Jaká je průměrná velikost rychlosti jízdy (a) z Brna do Olomouce, (b) z Olomouce do Brna a (c) na celé cestě? (d) Jaká je průměrná rychlost (vektor) na celé cestě? Zvolte soustavu souřadnic tak, aby trasa z Brna do Olomouce vedla podél kladné osy x. Nakreslete graf $x(t)$ pro tuto část cesty a určete z něj průměrnou rychlost.

2. Řešte úlohu 12:

   12Ú. Poloha tělesa pohybujícího se po ose x je dána vztahem $x = 3t - 4t^2 + t^3$, kde x je v metrech a t v sekundách. (a) Jaká je poloha tělesa v okamžicích $t = 1\,\mathrm{s}$, $2\,\mathrm{s}$, $3\,\mathrm{s}$ a $4\,\mathrm{s}$? (b) Jaké je posunutí tělesa v časovém intervalu od $t = 0$ do $t = 4\,\mathrm{s}$? (c) Jaká je průměrná rychlost v časovém intervalu od $t = 2\,\mathrm{s}$ do $t = 4\,\mathrm{s}$? (d) Nakreslete graf funkce $x(t)$ pro $0 \leqq t \leqq 4\,\mathrm{s}$ a použijte jej pro grafické řešení úkolu (c).

3. Řešte úlohu 19:

   19Ú. Jakou vzdálenost urazí za 16 s běžec, jehož rychlost $v_x(t)$ je v závislosti na čase popsána grafem na obr. 2.21?



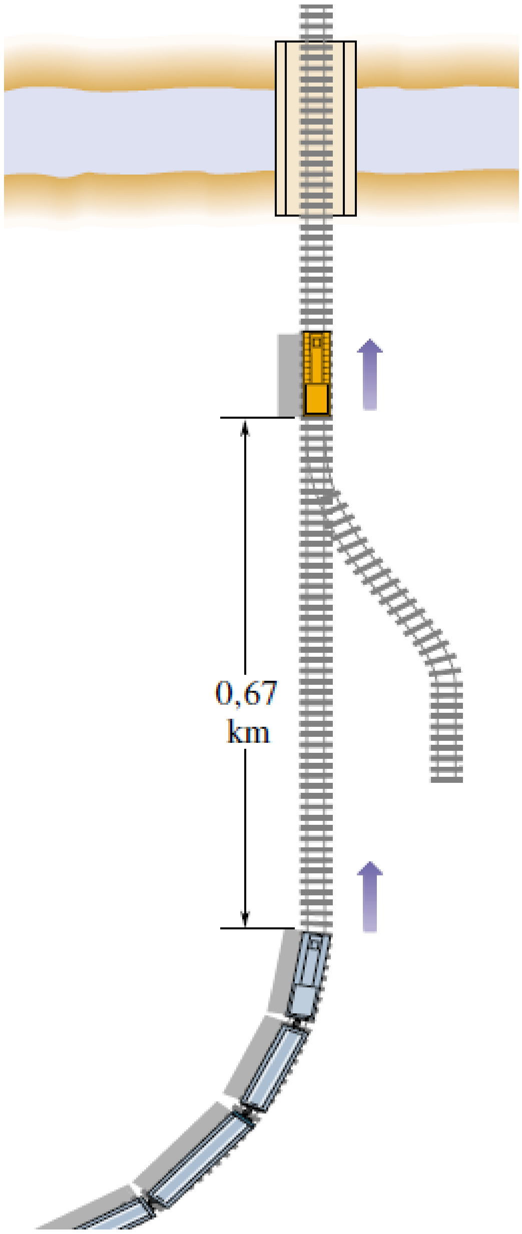
Obr. 2.21 Úloha 19

4. Řešte úlohu 32:

32Ú. Poloha částice, pohybující se podél osy x, závisí na čase vztahem $x = at^2 - bt^3$, kde x je v metrech a t v sekundách. (a) Jaký je fyzikální rozměr konstant a a b? Předpokládejme, že tyto konstanty mají v jednotkách SI hodnoty $a = 3{,}0$ a $b = 1{,}0$. (b) Určete okamžik, v němž má souřadnice x částice největší hodnotu. (c) Jakou vzdálenost urazí částice během prvních 4,0 sekund pohybu? (d) Vypočtěte její posunutí v časovém intervalu od $t = 0$ do $t = 4{,}0\,\mathrm{s}$. (e) Určete její rychlost v okamžicích $t = 1{,}0\,\mathrm{s}$; $2{,}0\,\mathrm{s}$; $3{,}0\,\mathrm{s}$ a $4{,}0\,\mathrm{s}$. (f) Jaké je v těchto okamžicích její zrychlení?

5. Řešte úlohu 57:

57Ú. Rychlík vyjíždí ze zatáčky rychlostí 160 km/h. Strojvůdce náhle spatří ve vzdálenosti 0,67 km lokomotivu, která jede po téže koleji stejným směrem rychlostí 29 km/h (obr. 2.26). Strojvůdce rychlíku začne okamžitě brzdit. (a) Určete nejmenší možné zpomalení rychlíku, při němž ještě nedojde ke srážce. (b) Okamžiku, kdy strojvůdce rychlíku zahlédl lokomotivu, přisoudíme hodnotu $t = 0$ a počátek osy x (tj. $x = 0$) zvolíme v místě, ve kterém se rychlík v tomto okamžiku nacházel. Nakreslete grafy časových závislostí $x(t)$ obou vlaků pro případ, že se tak tak podařilo srážku odvrátit.



Obr. 2.26 Úloha 57

6. Řešte úlohu 80:

80Ú. Olověná koule je vržena do jezera z plošiny umístěné 5,20 m nad hladinou. Koule dopadne na hladinu určitou rychlostí a začne se potápět. Klesá při tom ke dnu stejnou rychlostí, se kterou dopadla na hladinu. Na dno dosedne za 4,8 s od okamžiku, kdy byla z plošiny vypuštěna. (a) Jak je jezero hluboké? (b) Jaká je průměrná rychlost koule? Představme si, že vodu z jezera vypustili. Kouli vyhodíme ze stejné plošiny a požadujeme, aby na dno jezera dopadla opět za 4,8 s. Jaká musí být její počáteční rychlost?

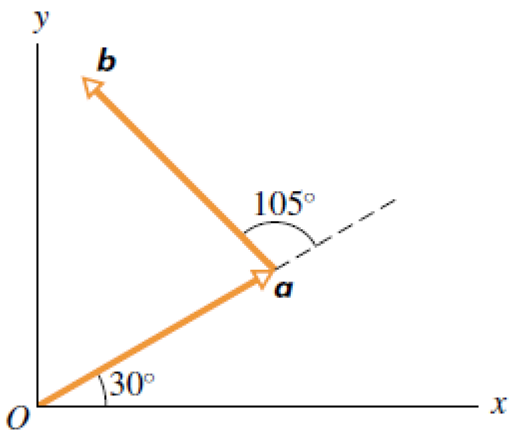
7. Řešte úlohu 88:

88Ú. Otevřená výtahová klec stoupá vzhůru konstantní rychlostí $10\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Chlapec jedoucí ve výtahu si hraje s míčem a vyhazuje jej svisle vzhůru. Ve výšce 2 m nad podlahou výtahu má míč vzhledem k výtahu rychlost $20\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. V tom okamžiku je podlaha výtahu právě 28 m nad zemí. (a) Do jaké největší výšky nad zemí míč vyletí? (b) Za jak dlouho dopadne zpět na podlahu výtahu?

Vektory

1. Řešte úlohu 27:

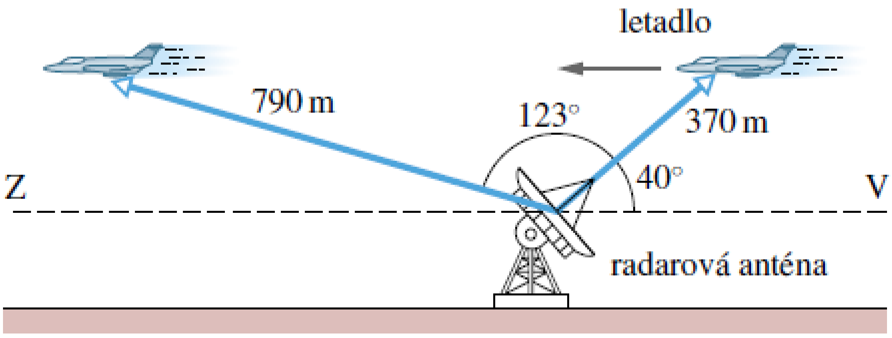
27Ú. Vektory $\boldsymbol{a}$ a $\boldsymbol{b}$ mají stejnou velikost 10,0 jednotek. Jejich směry jsou zakresleny v obr. 3.32. Označme jejich součet symbolem $\boldsymbol{r}$. Určete (a) x-ovou a y-ovou složku vektoru $\boldsymbol{r}$, (b) jeho velikost a (c) úhel, který svírá s kladným směrem osy x.



Obr. 3.32 Úloha 27

2. Řešte úlohu 29:

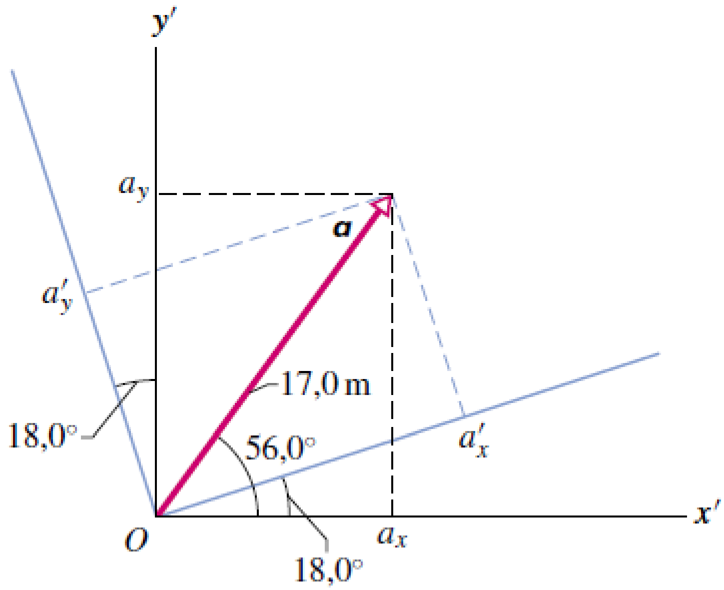
29Ú. Radarová stanice zaznamenala letoun, který se k ní blížil přesně z východu. V té chvíli byl letoun ve vzdálenosti 370 m od stanice a byl vidět pod elevačním úhlem 40° (nad vodorovnou rovinou). Radar sledoval letoun až do okamžiku, kdy byl od stanice vzdálen 790 m na západ a velikost pozorovacího úhlu činila 123° (obr. 3.33). Určete posunutí letounu během doby sledování.



Obr. 3.33 Úloha 29

3. Řešte úlohu 35:

35C. Vektor $\boldsymbol{a}$ leží v rovině xy, má velikost 17,0 m a od osy x je odkloněn proti směru otáčení hodinových ručiček o 56,0° (obr. 3.34). (a) Určete jeho složky a_x a a_y. Druhá (čárkovaná) soustava souřadnic je vzhledem k první (nečárkované) otočena o úhel 18,0°. Určete složky a'_x a a'_y vektoru $\boldsymbol{a}$ v čárkované soustavě souřadnic.



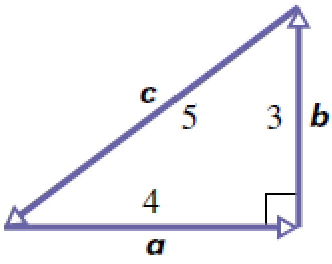
Obr. 3.34 Cvičení 35

4. Řešte úlohu 43:

43C. Vektory $\boldsymbol{r}$ a $\boldsymbol{s}$ leží v rovině xy. Vektor $\boldsymbol{r}$ má velikost 4,50 jednotek a svírá s kladným směrem osy x úhel 320° (měřeno proti směru otáčení hodinových ručiček). Vektor $\boldsymbol{s}$ má velikost 7,30 jednotek a je od kladného směru osy x odkloněn o úhel 85,0°. Určete (a) $\boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{s}$ a (b) $\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{s}$.

5. Řešte úlohy 44, 45:

44C. Vektory $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ a $\boldsymbol{c}$ jsou zadány podle obr. 3.35. Vypočtěte (a) $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$, (b) $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{c}$ a (c) $\boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{c}$.



Obr. 3.35 Cvičení 44 a 45

45C. Pro vektory z obr. 3.35 určete součiny (a) $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$, (b) $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{c}$ a (c) $\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c}$.

6. Řešte úlohu 52:

52Ú. Vektor $\boldsymbol{a}$ leží v rovině yz, svírá s kladným směrem osy y úhel 63°, má kladnou z-ovou složku a jeho velikost je 3,20 jednotek. Vektor $\boldsymbol{b}$ leží v rovině xz, svírá s kladným směrem osy x úhel 48°, má kladnou z-ovou složku a velikost 1,40 jednotek. Určete (a) $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$, (b) $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ a (c) úhel mezi vektory $\boldsymbol{a}$ a $\boldsymbol{b}$.

7. Řešte úlohy 34, 54:

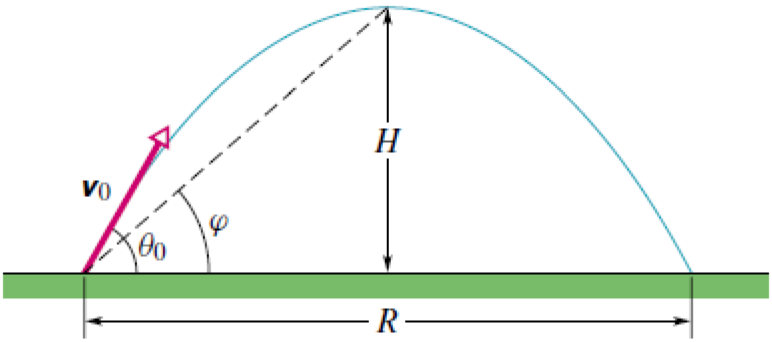
34Ú. (a) Pomocí jednotkových vektorů vyjádřete tělesovou úhlopříčku krychle v závislosti na velikosti její strany a. (b) Určete úhly, které svírá tělesová úhlopříčka s hranami krychle, které ji protínají. (c) Určete délku tělesové úhlopříčky.

54Ú. Vypočtěte úhly mezi tělesovými úhlopříčkami krychle s délkou hrany a (úloha 34).

Vrhy, pohyb po kružnici

1. Řešte úlohy 29, 30:

29C. (a) Dokažte, že poměr maximální výšky H a doletu R náboje vystřeleného pod elevačním úhlem θ_0 je dán vztahem $H/R = \frac{1}{4}\,\mathrm{tg}\,\theta_0$ (obr. 4.31). (b) Lze zvolit úhel θ_0 tak, aby platilo $H = R$?

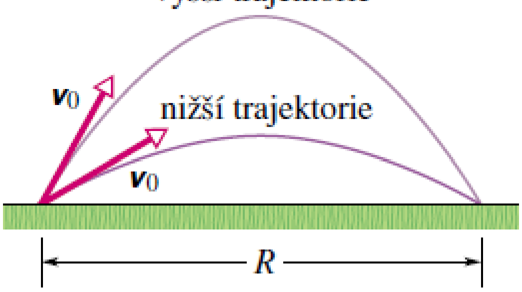


Obr. 4.31 Cvičení 29 a 30

30C. Střela vyletí z místa na zemském povrchu pod elevačním úhlem θ_0. (a) Ukažte, že zorný úhel φ, pod kterým je z místa výstřelu vidět vrchol její trajektorie, je $\varphi = \frac{1}{2}\,\mathrm{tg}\,\theta_0$ (obr. 4.31). (b) Vypočtěte hodnotu φ pro $\theta_0 = 45°$.

2. Řešte úlohu 46:

46Ú. Projektil byl vystřelen ze země počáteční rychlostí o velikosti $v_0 = 30{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ a zasáhl cíl ležící na zemi ve vzdálenosti 20,0 m (obr. 4.37). Určete obě možné hodnoty elevačního úhlu.



Obr. 4.37 Úloha 46

3. Řešte úlohu 64:

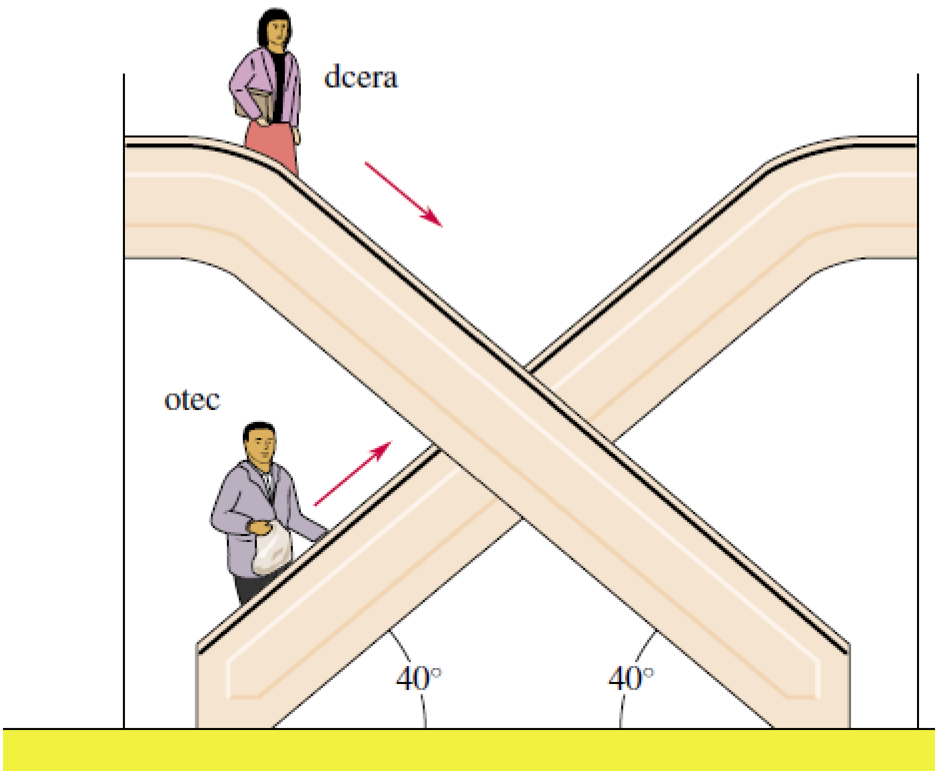
64C. Francouzský expresní vlak TGV (Train à Grande Vitesse, česky „rychlovlak“) má stanovenou průměrnou rychlost 216 km/h. (a) Nejvyšší připustná velikost zrychlení při průjezdu zatáčkou je pro pohodlí cestujících dána hodnotou $0{,}050g$. Jaký je nejmenší možný poloměr zatáčky, kterou může vlak projíždět uvedenou rychlostí? (b) Musí vlak v zatáčce o poloměru 1,00 km zpomalit? Na jakou rychlost?

4. Řešte úlohu 71:

71Ú. Chlapec točí kamenem uvázaným na provazu dlouhém 1,5 m. Kámen rovnoměrně obíhá ve vodorovné rovině, ve výšce 2,0 m nad zemí. Náhle se provaz přetrhne a kámen dopadne 10 m od chlapce. Jaké bylo dostředivé zrychlení kamene při rotaci?

5. Řešte úlohu 80:

80C. Eskalátory v obchodním domě jsou konstruovány tak, že svírají s vodorovnou rovinou úhel 40° a pohybují se rychlostí o velikosti $0{,}75\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Muž stojící na stoupajícím eskalátoru uvidí svou dceru, která již nakoupila a jede směrem dolů (obr. 4.43). Určete rychlost otce vzhledem k dceři. Výsledek zapište pomocí jednotkových vektorů.



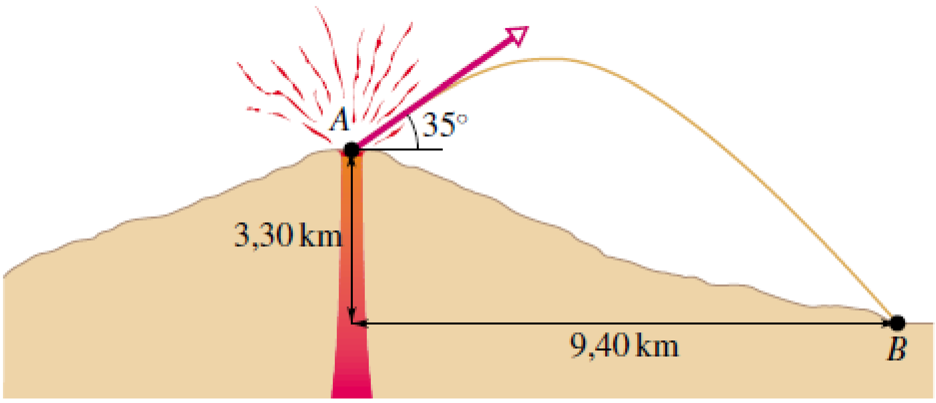
Obr. 4.43 Cvičení 80

6. Řešte úlohu 84:

84Ú. Dvě lodi A a B vyplouvají z přístavu ve stejném okamžiku. Loď A pluje přesně na severozápad rychlostí 24 uzlů a loď B míří jihozápadně, pod úhlem 40° vzhledem k místnímu poledníku, rychlostí 28 uzlů (1 uzel = 1 námořní míle za hodinu, viz dod. D). (a) Určete velikost a směr rychlosti lodi A vzhledem k lodi B. (b) Za jak dlouho bude mezi plavidly vzdálenost 160 námořních mil? (c) Určete směr pohybu lodi A vzhledem k lodi B v tomto okamžiku.

7. Řešte úlohu 42:

42Ú. Při sopečné erupci bývají z kráteru vymršťovány velké balvany. Na obr. 4.35 je znázorněn řez japonskou sopkou Fuji. (a) Jak velkou počáteční rychlost by musely balvany mít, aby při elevačním úhlu 35° dopadly do bodu B na úpatí sopky? (b) Jaká by byla doba jejich letu? V obou případech zanedbáváme vliv odporu prostředí. (c) Jak by se změnil výsledek části (a), kdybychom odpor prostředí vzali v úvahu?

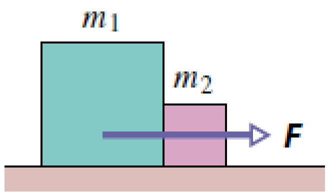


Obr. 4.35 Úloha 42

Síla a pohyb

1. Řešte úlohu 40:

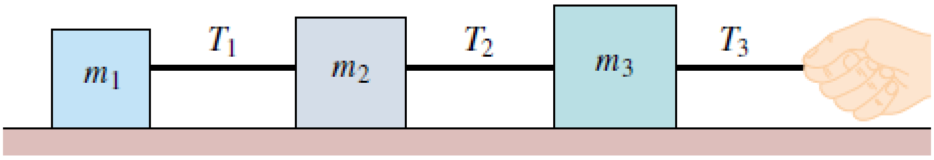
40Ú. Dvě kostky ležící na dokonale hladkém stole se dotýkají (obr. 5.45). (a) Určete síly, jimiž na sebe kostky navzájem působí, je-li $m_1 = 2{,}3\,\mathrm{kg}$, $m_2 = 1{,}2\,\mathrm{kg}$ a $F = 3{,}2\,\mathrm{N}$. (b) Předpokládejme, že síla o stejné velikosti F bude působit na kostku m_2 v opačném směru. Ukažte, že velikost sil, jimiž na sebe nyní kostky působí, je 2,1 N, tj. je odlišná od výsledku úlohy (a). Zdůvodněte tento rozdíl.



Obr. 5.45 Úloha 40

2. Řešte úlohu 48:

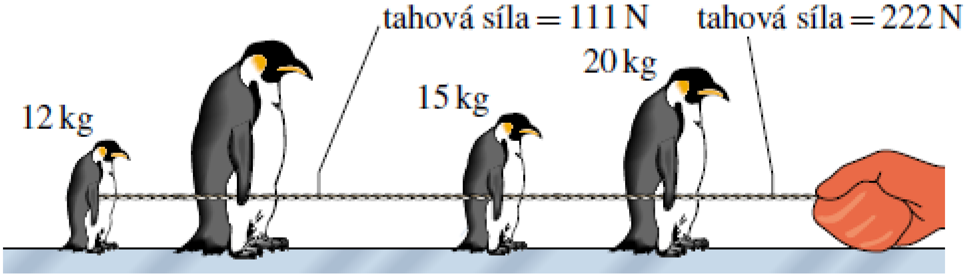
48Ú. Tři kostky spojené podle obr. 5.47 jsou taženy po dokonale hladké vodorovné podložce směrem vpravo. Tahová síla má velikost $T_3 = 65\,\mathrm{N}$. Hmotnosti kostek jsou $m_1 = 12{,}0\,\mathrm{kg}$, $m_2 = 24{,}0\,\mathrm{kg}$ a $m_3 = 31{,}0\,\mathrm{kg}$. Vypočtěte (a) zrychlení soustavy, (b) velikosti tahových sil T_1 a T_2 vláken spojujících kostky.



Obr. 5.47 Úloha 48

3. Řešte úlohu 49:

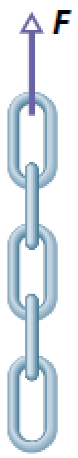
49Ú. Na obr. 5.48 jsou čtyři hraví tučňáci, které jejich ošetřovatel táhne na laně po velmi kluzkém (dokonale hladkém) ledu. Hmotnosti tří tučňáků a velikosti tažných sil jednotlivých částí lana jsou dány. Určete hmotnost zbývajícího tučňáka.



Obr. 5.48 Úloha 49

4. Řešte úlohu 56:

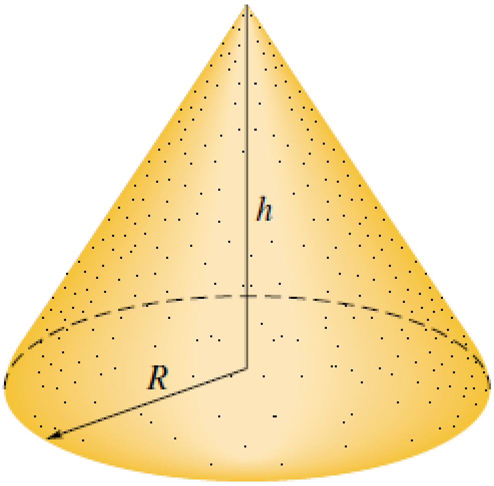
56Ú. Řetěz tvořený pěti články, z nichž každý má hmotnost 0,100 kg, je zvedán svisle vzhůru se stálým zrychlením $2{,}50\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$ (obr. 5.50). Určete (a) síly vzájemného působení mezi všemi dvojicemi sousedních článků, (b) sílu $\boldsymbol{F}$, jíž působí na horní článek člověk zvedající řetěz, (c) *výslednou* sílu udělující zrychlení každému článku.



Obr. 5.50 Úloha 56

5. Řešte úlohu 18:

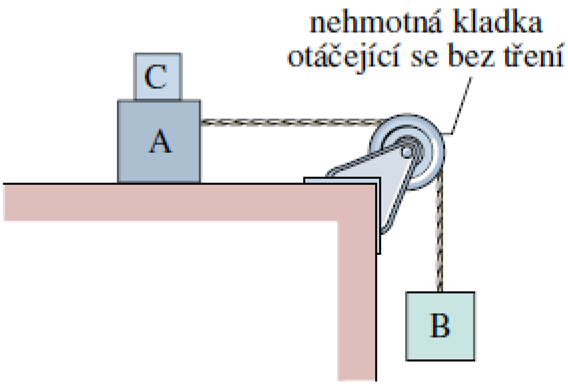
18Ú. Dělník potřebuje nasypat písek na kuželovou hromadu o kruhové podstavě. Poloměr kruhu je R. Žádný písek se nesmí rozsypat okolo (obr. 6.29). Koeficient statického tření mezi vrstvou písku uloženou podél pláště kužele a pískem vespod je f_s. Ukažte, že největší objem písku, který může být tímto způsobem uskladněn, je $\pi f_s R^3/3$. (Objem kužele je $Sh/3$, kde S je obsah základny a h výška kužele.)



Obr. 6.29 Úloha 18

6. Řešte úlohu 25:

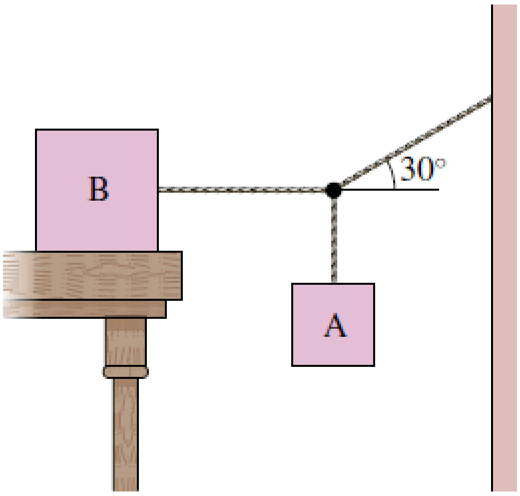
25Ú. Kostky A a B na obr. 6.31 váží 44 N, resp. 22 N. (a) Koeficient statického tření f_s mezi kostkou A a stolem je 0,20. Určete nejmenší váhu kostky C, kterou je třeba položit na kostku A, aby nedošlo ke skluzu. (b) Kostku C náhle zvedneme. Jaké je zrychlení kostky A, je-li koeficient dynamického tření mezi ní a deskou stolu 0,15?



Obr. 6.31 Úloha 25

7. Řešte úlohu 31:

31Ú. Kostka B na obr. 6.37 má hmotnost 72,5 kg. Koeficient statického tření mezi kostkou a vodorovnou rovinou je 0,25. Určete největší možnou hmotnost kostky A, při níž ještě bude soustava v rovnováze.



Obr. 6.37 Úloha 31