

## Parametrická a obecná rovnice přímky a roviny

**Přímka** je dokonale rovná, neomezená (nekonečná) křivka.

**Vektor**  $\vec{v} = B - A$  se nazývá směrový vektor přímky  $AB$

**Parametrické vyjádření přímky:**  $\vec{X} = A + t\vec{v}$ , kde  $A$  je (libovolný) bod na přímce  $p$ ,  $\vec{v}$  je směrový vektor přímky  $p$  a  $t \in \mathfrak{R}$  je parametr.

**Parametrické vyjádření roviny:**  $\vec{X} = A + t\vec{v} + s\vec{u}$ , kde  $A$  je (libovolný) bod na rovině  $r$ ,  $\vec{v}$  a  $\vec{u}$  jsou směrové vektory roviny  $r$  a  $t \in \mathfrak{R}$  a  $s \in \mathfrak{R}$  jsou parametry.

### 1 Příklady

- Zjistěte zda směrový vektor  $\vec{v}$  je směrovým vektorem přímky  $AB$  a zakreslete
  - $A[1, 3], B[-1, 5], \vec{v}_1 = (1, 2), \vec{v}_2 = (-2, 2)$
  - $A[2, -3], B[1, -6], \vec{v}_1 = (-3, 9), \vec{v}_2 = (-2, 2)$
- Zvolte parametr  $s$  tak, aby vektor  $\vec{v}$  byl směrovým vektorem přímky  $AB$ 
  - $A[1, 3], B[1, -2], \vec{v} = (3, s)$
  - $A[-1, 1], B[2, 3], \vec{v} = (1 + s, 2 - s)$
- Zjistěte zda bod  $C$  leží na přímce  $AB$ 
  - $A[1, 2], B[1, -3], C[5, 0]$
  - $A[3, 1], B[1, 5], C[-1, 2]$
- Zjistěte zda bod  $X[-1, -1, 3]$  leží v rovině dané body  $A[1, 2, -1] B[3, 1, 1] C[-1, 1, 0]$ .
- Napište parametrické vyjádření roviny  $A[1, 0, 1] B[1, 2, 3] C[2, 3, -1]$ .

**Normálový vektor** je vektor kolmý ke směrovému vektoru přímky.

**Obecná rovnice přímky:**  $ax + by + c = 0$ . Kde  $a, b, c$  jsou nenulová čísla a  $x, y$  jsou souřadnice bodů na dané přímce.

**Obecná rovnice roviny:**  $ax + by + cz + d = 0$ . Kde  $a, b, c, d$  jsou nenulová čísla a  $x, y, z$  jsou souřadnice bodů v dané rovině.

### 2 Příklady

- Napište obecné vyjádření přímky  $A[1, 1, 4] B[-1, 2, 1] C[0, -1, 0]$ .
- Napište rovnici přímky danou bodem  $R[2, 3]$  a rovnoběžnou s přímkou  $x - 3y + 2 = 0$ .
- Napište obecné vyjádření roviny  $A[1, 1, 4] B[-1, 2, 1] C[0, -1, 0]$ .

## Vzdálenost bodu od přímky a roviny, vzájemná poloha přímek a rovin, úhel dvou přímek a rovin

Vzdálenost  $d$  bodu  $X$  od přímky  $p$  v rovině, kde  $B[x_1, x_2]$  a  $p : ax + by + c = 0$  vypočteme tímto vzorcem:

$$d = \frac{|ax_1 + bx_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Vzdálenost  $d$  bodu  $X$  od přímky  $p$  v prostoru: určíme kolmou spojnicí přímky s bodem, jeho patu  $P$  na přímce  $p$  a pak délku úsečky  $|XP|$

**Vzájemná poloha přímek:**

1. Rovnoběžné (speciální případ totožné): shodný (rovnoběžný) směrový vektor
2. Kolmé: vzájemně kolmé směrové vektory
3. Různoběžné: směrové vektory svírají libovolný úhel, které není  $z * 90^\circ$ , kde  $z \in Z$

Vzájemnou polohu dvou přímek určíme z úhlu  $\alpha$  svírající směrové vektory obou přímek ( $\cos \alpha = \frac{|\vec{x} \cdot \vec{y}|}{|\vec{x}| |\vec{y}|}$ )

### 3 Příklady

1. Určete průsečík přímek:

$$\begin{aligned} p : \quad x &= 3 - 2t & (1) \\ \quad y &= -1 + t \\ q : \quad 4x - y + 5 &= 0 \end{aligned}$$

2. Určete vzdálenost  $d$  bodu  $A[-3, 1]$  a přímky  $p : 2x + y - 2 = 0$

### Opakování

1. Proč existují různé soustavy souřadnic?
2. Je-li transformace mezi kartézskou a sférickou soustavou souřadnic dána vztahy

$$\begin{aligned} x &= r \cos \phi & (2) \\ y &= r \sin \phi \end{aligned}$$

, určete koordináty těchto bodů v kartézské soustavě souřadnic:

- A.  $A = [2, 0]$   
B.  $B = [3, \pi/3]$
3. Vypočítejte vzdálenost bodů  $A$  a  $B$  (délku úsečky  $AB$ )  
A.  $A[2, 0], B[0, 3]$   
B.  $A[-1, 3], B = [1, 3]$
4. Vytvořte vektor  $\vec{u}$  lineární kombinací  $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$   
A.  $\vec{a} = (2, 0), \vec{b} = (0, 3)$   
B.  $\vec{a} = (11, 10), \vec{b} = (2, -2)$

## Domácí úkol

1. Napište obecnou rovnici přímky  $p$ :

$$\begin{aligned}x &= 1 - t \\y &= 2 + 3t\end{aligned}$$

2. Určete průsečík přímek  $p, q$ :

$$\begin{aligned}p &: 3x + 5y - 11 = 0 \\q &: -2x + 3 + 1 = 0\end{aligned}$$

3. Vypočítejte odchylku přímek  $p, q$ :

$$\begin{aligned}p &: x = 1 + t \quad y = 2 + 3t \\q &: 2x + y - 1 = 0\end{aligned}$$