

Slezská univerzita v Opavě – Fyzikální ústav			
Fyzikální praktikum I – Mechanika			
Jméno: Petr Novák	Ročník, obor: 1, např. astrofyzika	Vyučující: RNDr. Hynek Sekanina	Datum měření: 4. 10. 2022
Spolupracující: Jan Novák	Název úlohy: Měření plochy stolu		Datum odevzdání: 4. 10. 2022
Číslo úlohy: 1			Hodnocení:

Cíl úlohy

Cílem úlohy je měřením stanovit plochu pracovního stolu obdélníkového tvaru (čtvercový tvar tím není vyloučen).

Pokyny pro měření

Plochu stolu stanovte včetně určení kombinované nejistoty u_c (v dříve používané terminologii bychom místo „nejistota měření“ řekli „chyba měření“) měření.

K vlastnímu měření použijte vhodné měřidlo - použít můžete svinovací metr, skládací metr apod.

Teorie úlohy

Plocha P stolu tvaru obdélníka o rozměrech a, b je určena následujícím vztahem:

$$P = a \times b \quad (1)$$

Jednotkou plochy je v soustavě SI m^2 .

Měření obou rozměrů stolu budeme provádět v souladu se základními pravidly, tj. délku i šířku budeme měřit na různých místech stolu (nikoli tedy neustále měřit jednu jedinou hranu), každé jednotlivé měření provedeme tak, že napnuté měřidlo přiložíme náhodně na místo zvolené pro konkrétní měření a odečteme (na měřidlo se vždy díváme kolmo) počáteční hodnotu, např. a_1 , a konečnou hodnotu, např. a_2 , naměřenou hodnotu pak samozřejmě dostaneme jako rozdíl obou hodnot, tj. $a = a_2 - a_1$. Analogicky rozměr b .

Obecné pravidlo pro odečítání hodnot na měřidle (přístroji) říká, že odečítáme s přesností odpovídající jedné desetinné nejmenšího dílku stupnice. Je-li tedy na použitém metru nejmenším dílkem 1 mm , odhadujeme desetiny mm . Hodnoty tedy budeme odečítat na desetiny milimetru a s touto přesností je také, a to všechny, budeme zapisovat do tabulky. Můžeme tedy – např. v centimetrech – zapsat hodnotu $54,67\text{ cm}$, $54,60\text{ cm}$, ale nemůžeme zapsat $54,6\text{ cm}$ – tam chybí na místě setin platná nula, ta nula tam zajišťuje právě to, že je tam nula a nikoli jiná cifra.

Provedeme 10 měření délky i šířky stolu, naměřené hodnoty zapisujeme do tabulky a hned na každém řádku dopočítáváme hodnoty délky a šířky stolu a také plochu P stolu. Ve sloupci P tedy máme 10 hodnot pro plochu stolu. Z těchto 10 hodnot spočteme střední (nebo také pravděpodobnou) hodnotu plochy stolu, tu označíme v souladu s tradicí jako \bar{P} a spočteme ji jako aritmetický průměr všech 10 hodnot P_i ,

tj. dle vztahu:
$$\bar{P} = \frac{\sum_{i=1}^{10} P_i}{10}$$

Ještě připomenu, že pro počet platných cifer (nebo také přesnost určení) střední hodnoty \bar{P} platí, že musí být buď stejný jako u každé hodnoty P_i nebo o jednu vyšší.

Potom v tabulce na každém řádku spočteme odchylku ΔP naměřené hodnoty P_i od pravděpodobné hodnoty \bar{P} . Odchylky ΔP nám poslouží k výpočtu standardní nejistoty u_A typu A, což je nejistota, kterou dostaneme při opakovaném měření téže veličiny, samozřejmě za stejných podmínek. Pro výpočet nejistoty u_A (n je počet měření, v našem případě 10) platí vztah:

$$u_A = \sqrt{\frac{\sum \Delta^2 P_i}{n(n-1)}}$$

Vlastní měření

Nyní provedme vlastní měření, hodnoty zapisujeme do tabulky:

n	$\frac{a_1}{cm}$	$\frac{a_2}{cm}$	$\frac{a_2 - a_1}{cm}$	$\frac{b_1}{cm}$	$\frac{b_2}{cm}$	$\frac{b_2 - b_1}{cm}$	$\frac{P}{cm^2}$	$\frac{\Delta P}{cm^2}$	$\frac{\Delta^2 P}{cm^2}$
1	10,15	121,28	111,13	7,05	77,12	70,07	7786,8791	18,6950	350
2	11,20	122,00	110,80	14,08	84,10	70,02	7758,2160	-9,9681	99
3	19,21	130,10	110,89	22,45	92,42	69,97	7758,9733	-9,2108	85
4	7,11	117,91	110,80	31,86	101,85	69,99	7754,8920	-13,2921	177
5	21,18	131,84	110,66	24,55	94,52	69,97	7742,8802	-25,3039	640
6	18,22	129,41	111,19	17,42	87,48	70,06	7789,9714	21,7873	475
7	24,10	134,85	110,75	23,56	93,54	69,98	7750,2850	-17,8991	320
8	32,14	143,51	111,37	5,12	75,10	69,98	7793,6726	25,4885	650
9	15,19	126,47	111,28	2,45	72,15	69,70	7756,2160	-11,9681	143
10	22,12	132,85	110,73	28,65	99,00	70,35	7789,8555	21,6714	470
							$\bar{P} =$ 7768,1841	$\Sigma \Delta P =$ 0,0000	$\Sigma \Delta^2 P =$ 3 408

Dosazením do vztahu pro nejistotu u_A bychom dostali číslo 6.15385 (vy při psaní protokolu to dosazení vždy v protokolu provedete, dosazení skončí výpočtem u_A), které v této podobě ovšem nemůžeme ponechat a musíme je podle platných pravidel zaokrouhlit na 1 platnou cifru, tj. na číslo 6.

Nejistota u_A pak je: $u_A = 6 \text{ cm}^2$ a celkový výsledek zatím pouze s nejistotou typu A bychom zapsali:

$$P = (7768 \pm 6) \text{ cm}^2$$

Nyní ještě potřebujeme do výsledku zahrnout nejistotu u_B danou (či spíše způsobenou) použitým měřicím zařízením či měřidlem – vždyť žádné měřidlo ani přístroj nikdy nemůže dávat absolutně přesné hodnoty měřené veličiny (fyzika učí, že přesnou, někdo by třeba chtěl slyšet absolutně přesnou, hodnotu měření veličiny nikdy nenajdeme, tj. nejsme schopni ji určit, jsme schopni určit pouze hodnotu pravděpodobnou a stanovit, s jakou nejistotou (dříve

chybou, chcete-li nepřesností) jsme onu pravděpodobnou hodnotu našli. Na hodnotu standardní nejistoty typu u_B , jak se tato nejistota nazývá celým názvem, usuzujeme právě z použitého měřidla, přístroje či měřicí metody. Zejména u elektrických měřidel bývá tato nejistota přímo uvedena na přístroji nebo se dá z údajů týkajících se přesnosti měřidla dopočítat. Není-li nic uvedeno, musíme přesnost měřidla posoudit sami, a to nejčastěji cejchováním měřidla anebo odhadem. V našem případě náš metr cejchovat nebudeme (byla by to jiná celá úloha), takže přesnost svého měřidla („metru“) posoudíme a odhadneme sami – obvykle se má zato, že pro hodnotu této nejistoty můžeme zvolit hodnotu od 1/10 nejmenšího dílku stupnice měřidla až po hodnotu celého nejmenšího dílku stupnice měřidla, volba závisí na tom, jak ze zkušenosti měřidlo sami ohodnotíme. Nejsme-li si jisti, raději pro hodnotu nejistoty B volíme hodnotu vyšší. V případě mnou použitého svinovacího metru bych s ohledem na velikosti měřených stran stolu odhadl, že $u_B = 1 \text{ mm}$.

Zatím jsme stanovili dvě dílčí nejistoty měření, z nich uděláme celkovou výslednou **kombinovanou nejistotu** u_c , pro kterou z teorie (bližší viz předmět úvod do měření) plyne:

$$u_c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Všechny nejistoty, které jsme zatím uvedli, byly nejistoty **absolutní**, ty jsou vždy ve stejných jednotkách jako měřená veličina, které se týkají. Je však rozdíl, jestli se stejnou nejistotou u_A měříme plochu stolu (řádově metr čtvereční) nebo plochu stadionu (řádově desetitisíce metrů čtverečních), jistě usoudíme, že je-li nejistota stejná, je měření plochy stadionu mnohem přesnější. Právě z těchto důvodů, abychom nejistotu měření vztáhli k hodnotě či velikosti měřené veličiny, zavádíme **relativní nejistotu** u_r , měření jako podíl absolutní nejistoty a pravděpodobné (střední) hodnoty měřené veličiny vztahem:

$$u_{r,c} = \frac{u_c}{\bar{X}}, \text{ kde } \bar{X} \text{ je střední hodnota měřené veličiny } X.$$

V praxi platí, že měření je v pořádku, je-li výsledná relativní kombinovaná (kombinovaná budeme dál u výsledku předpokládat automaticky) nejistota do **1%**.

A nyní již můžeme dokončit naši úlohu s měřením plochy stolu. Dle výše uvedeného volím $u_B = 1 \text{ mm}$, což při ploše stolu řádově $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ dává plošnou nejistotu $1000 \text{ mm}^2 = 10 \text{ cm}^2$.

Potom $u_{c,p} = u_p = \sqrt{6^2 + 10^2} \text{ cm}^2 \doteq 12 \text{ cm}^2$, takže pro měřenou plochu stolu dostaneme celkový výsledek

$$P = (7768 \pm 10) \text{ cm}^2.$$

Výslednou nejistotu jsme opět zaokrouhlili na 1 platnou cifru (to je ta jednička).

Poznámky:

1. *Teorie připouští, že ve výjimečných případech, tj. jsou-li pro to důvody, může být nejistota měření udávána s přesností na 2 platné cifry.*
2. *Více se o nejistotách dovíte v předmětu Úvod do měření.*

Závěr

Měřením svinovacím metrem jsme určili plochu měřeného stolu $P = (7768 \pm 10) \text{ cm}^2$.

*Každá úloha vždy obsahuje **závěr**, který shrnuje celé měření. Závěr úlohy vždy obsahuje hlavní výsledky a zhodnocení měření. Do závěru nepíšeme nic neříkající nebo samozřejmé věty, vyvarujme se vět typu: chyba (či nepřesný výsledek) je způsobena nepřesností měření apod.*

Jinak tento protokol prosím vypracujte každý/á samostatně ve Vámi zvoleném editoru, doporučuji protokoly psát v TeXu, já jsem se s tím pro Vás trápil ve Wordu, aby bylo zřejmé, že i v něm se dá protokol napsat. Tabulku jsem dělal v Excelu a vložil jako objekt. Pro psaní vzorců se dá použít Math Input Panel, který je součástí Wordu. Hotový protokol mi každý/á zašlete e-mailem, klidně stačí během následujícího týdne.