Studium ohybu světla.

Úvod.

Cílem úlohy je seznámit se s ohybem světla jako základním fyzikálním jevem charakterizujícím vlnění a dále konkrétně s ohybovými obrazci vznikajícími na štěrbině,mřížce a kruhovém otvoru.

Teorie.

O ohybu /difrakci/ hovoříme tehdy,jestliže se vlnění /světlo/ šíří do oblasti tzv. geometrického stínu /obr. 10.1/.Ohyb je zřetelný,jsou-li rozměry překážky,na níž k ohybu dochází,srovnatelné s vlnovou délkou vlnění.

Pojmu difrakce se užívá pro popis interakce vlnění s dvorozměrným objektem.Světlo /elektromagnetické vlnění/ se šíří za překážkou,jejíž rozměry jsou dostatečně malé,i ve směrech,které odporují směrům připustným z hlediska paprskové optiky.

Při difrakci vzniká na stínítku za překážkou soustava světlých maxim a tmavých minim - tzv. difrakční obraz.Jeho tvar závisí na podmínkách experimentu.Difrakční obrazec vzniká interferencí vlnění vycházejících z nekonečného počtu zdrojů,které vytvářejí jednu nebo několik souvislých množin.

Elektromagnetický rozruch vyjádříme skalární vlnou $u = u_0 e^{it}$.Pak amplitudu elektromagnetického rozruchu v bodě Q_1,známe-li u a grad u na ploše obklopující bod Q_1 lze vyjádřit Kirchhoffovým integrálem

$$u(Q_1) = \frac{1}{4\pi}\int_s \left[\frac{\exp(-ikr_1)}{r_1}\, \mathrm{grad}\, u - u\, \mathrm{grad}\, \frac{\exp(-ikr)}{r_1}\right] dS \qquad /10.1/$$

kde $k = 2\pi / \lambda$ je úhlový vlnočet.
Pro případ bodového zdroje umístěného v Q_O pak platí

$$u(Q_1) = \frac{1}{4\pi}\int_s \frac{\exp - ik(r_1 + r_0)}{r_1 r_0}\left\{\left[\frac{1}{r_1} + ik\right]\cos\alpha - \left[\frac{1}{r_0} + ik\right]\cos\alpha_0\right\} dS$$

/10.2/

Dále při úvaze,že vzdálenost r_O zdroje Q_O a vzdálenost r_1 pozorovacího místa Q_1 od bodu otvoru M je velká vzhledem k zdroje:

$$u(Q_1) = \frac{i[\cos\alpha_1 - \cos\alpha_0]}{2\lambda r_0 r_1}\int_s \exp\left(\frac{-ik}{r_0} + r_1\right) dS \qquad /10.3/$$

kde konstantní část vytknutou před integrál značíme B_O.

Úloha č. ~~10~~ 4 Kmity, vlnění a optika

Součet vzdáleností $r_0 + r_1$ ve vztahu /10.3/ vyjádříme jako součet konstantních vzdáleností $R_0 + R_1$ /obr.10.2/ a funkce $\phi(v, w)$

$$r_0 + r_1 = (R_0 + R_1) + \phi(v, w) \qquad /10.4/$$

pak

$$u(Q_1) = B_0 \iint_s \exp\left[-ik\phi(v, w)\right] dv dw \qquad /10.5/$$

Na tvaru funkce $\phi(v, w)$ závisí složitost výpočtu integrálu. Ohybové jevy se dělí na 2 skupiny:

Je-li možno v $\phi(v, w)$ zanedbat kvadratické členy, jde o Fraunhoferovy ohybové jevy. Pak lze dojít k informaci o rozdělení amplitudy či intenzity v celé sledované rovině.

Není-li možno kvadratické členy zanedbat, jde o Fresnelovy ohybové jevy, výpočet je složitější a amplituda se vždy počítá pro konkrétní polohu Q_1.

Fresnelovy jevy jsou jevy, je-li R_O a R_1 konečné či je-li konečné alespoň jedna z nich.

Fraunhoferovy jevy jsou jevy, při kterých platí, že R_O a R_1 jsou nekonečně velké vzdálenosti.

Fraunhoferovy otvorové jevy. /viz obr.1/

V tomto případě má funkce $\phi(v, w)$ tvar

$$\phi(v, w) = -(\beta + \beta')v + (\gamma + \gamma')w = -\left[\frac{xw + yw}{R_0}\right] + \left[\frac{xw + yw}{R_1}\right]$$

kde

$$\beta_0 = \beta = \frac{x}{R_0}, \gamma_0 = \gamma = \frac{y}{R_0}$$

$$\beta_1 = \beta' = \frac{x'}{R_1}, \gamma_1 = \gamma' = \frac{y'}{R_1} \qquad /10.7/$$

a/ Ohyb na úzké štěrbině o šířce 2b.

Uvažujme, že bod leží na optické ose soustavy $(\beta = \gamma = 0)$. Pro libovolný bod pozorovací roviny pak platí:

$$I(Q) = I_0\left(\frac{\sin \mu}{\mu}\right)^2, \text{ kde } \mu = k\beta' b \qquad /10.8/$$

Graf průběhu intenzity je na obr.2. Minimum intenzity je tedy pro

$$\mu = n\pi \quad \text{, kde } n = 1, 2, 3,\ldots \qquad /10.9/$$

Určíme-li hodnoty úhlů směrů,ve kterých je intenzita minimální,lze šířku štěrbiny určit ze vztahu

$$2b = \frac{n\lambda}{\sin\alpha} \qquad /10.10/$$

b/ Ohyb na kruhovém otvoru /viz obr.3/

Jev je kruhově symetrický.Funkci $\phi(v, w)$ lze zapsat ve tvaru

$$\phi(v, w) = -\beta v. \qquad /10.11/$$

Pak je integrál možno psát ve tvaru

$$u(Q) = B_0 \iint\limits_S \exp\left(ik\beta' v\right) dv\,dw \quad = \ldots = B_{.0}\,\frac{a^2}{2}\,2\pi\,\frac{2J_1(\tau)}{\tau}$$

kde $\tau = \beta' ka$

Pak pro intenzitu platí

$$I = I_0\left(\frac{2J_1(\tau)}{\tau}\right)^2 \qquad /10.13/$$

Průběh intenzity v závislosti na je znázorněn na obr.4.Ohybový obrazec se tedy skládá ze střídajících se světlých a tmavých kroužků.Ze vztahu pro intenzitu je vidět,že rozdělení intenzity v pozorovací rovině je dáno Besselovou funkcí ve tvaru

$$2J_1(\tau) = \tau - \frac{\tau^3}{8} + \frac{\tau^5}{192} - \ldots \qquad /10.14/$$

První nulové hodnoty nabývá intenzita pro $\tau_1 = 3.832$,druhé pro hodnotu $\tau_2 = 7.016$, třetí pro $\tau_3 = 10.173$.

Pro průměr otvoru pak platí

$$a = \frac{\tau}{k\beta'} = \frac{\tau}{\dfrac{2\pi}{\lambda}\sin\alpha} \qquad /10.15/$$

kde α je úhlová hodnota vzdálenosti minima i-tého řádu od neodchýleného laserového paprsku.

Úloha č. ~~10~~ 7 Kmity, vlnění a optika

c/ Ohyb na mřížce.

Mřížka obsahuje N pravidelně od sebe vzdálených štěrbin,které jsou osvětlovány kolmo k rovině v níž leží.Středy sousedních mřížek jsou od sebe vzdáleny o hodnotu a,které říkáme mřížková konstanta. Dráhový rozdíl δ. mezi sousedními svazky do směru α je /viz obr.5/.

$$\delta = a \sin \alpha \qquad /10.16/$$

Komplexní amplituda -- svazku 1 ve směru α je

$$u(\alpha),$$

-- svazku 2 je

$$u(\alpha)\exp(-ik\delta),$$

-- svazku 3 pak

$$u(\alpha)\exp(-2ik\delta) \text{ atd.} \qquad /10.17/$$

Výsledná amplituda ve směru α pak je

$$u(\alpha_c) = u(\alpha)\left[\exp(-ikN\delta) - 1\right]\left[\exp(-ik\delta) - 1\right]^{-1} \qquad /10.18/$$

Pro intenzitu ve směru α pak platí

$$I_\alpha = ku(\alpha)u^*(\alpha) = kI_0\left(\frac{\sin\mu}{\mu}\right)^2\left(\frac{\sin\dfrac{Nk\delta}{2}}{\sin\dfrac{k\delta}{2}}\right)^2. \qquad /10.19/$$

První závorka se nazývá ohybový člen,druhá interferenční člen /řeší mnohosvazkovou interferenci/.Průběh obou těchto členů i průběh intenzity je na obr.6.

V ohybovém obrazci tedy pozorujeme centrální maximum,dále hlavní maxima jednotlivých řádů, jejichž úhlová vzdálenost je stejná,dále sekundární maxima v počtu N - 2 mezi dvěma hlavním maximy jejichž intenzita klesá,roste-li N.

Hlavní maxima leží ve směrech,pro které platí mřížková rovnice

$$\delta = a \sin \alpha = n\lambda \qquad /10.20/$$

z čehož pro směry hlavních maxim plyne

Úloha č. ~~10~~ 4 Kmity, vlnění a optika

$$\alpha = \arcsin \frac{n\lambda}{a}$$, kde n = 1, 2, 3... /10.21/

Úkol 1 - Určení šířky difrakční štěrbiny.

Pomůcky:laser,difrakční štěrbina,měřítka.

Postup měření:

1. Do držáku diapozitivů /difrakční předměty/ vložíme diapozitiv se štěrbinou.
2. Posuvem držáku pomocí šroubů nastavime štěrbinu do chodu paprsků laserového svazku.Při práci s laserem dbáme na osobní bezpečnost,je zakázáno dívat se do laserového svazku!
3. Difrakční obraz pozorujeme na stěně,na které je připevněno měřítko.
4. Určujeme vzdálenosti $\Delta x_i'$ jednotlivých minim od nultého maxima.
5. Vypočítáme úhlové hodnoty vzdálenosti minim jednotlivých řádů od osy podle vztahu

$$tg\,\alpha_i = \frac{\Delta x_i'}{R}$$ /10.22/

kde R je vzdálenost šrěrbiny od měřítka.

6. Ze vztahu /10.10/ vypočítáme hodnoty šířky štěrbiny 2b pro jednotlivé hodnoty příslušející minimu daného řádu.

Úkol 2 - Určení průměru difrakčního kruhového otvoru.

Pomůcky:laser,difrakční kruhový otvor,měřítko.

Postup měření:

1. Do držáku diapozitivů vložíme diapozitiv s kruhovým otvorem.
2. Kruhový otvor nastavíme do chodu paprsků laserového svazku.
3. Určujeme poloměr jednotlivých tmavých kroužků.
4. Podle vztahu

$$tg\,\alpha_i = \frac{\Delta x_i'}{R}$$

určujeme úhlové vzdálenosti minima i-tého řádu od neodchýleného laserového paprsku. Hodnoty Δx_i jsou vzdálenosti minima i-tého řádu od neodchýleného paprsku a R je vzdálenost otvoru od stínítka.

5. Podle vztahu /10.15/ vypočítáme průměr difrakčního kruhového otvoru.

Úkol 3 - Určení mřížkové konstanty.

Pomůcky: laser, difrakční mřížka, měřítka

Úloha č. ~~10~~ 7 **Kmity, vlnění a optika**

Postup měření:

1. Do držáku diapozitivů vložíme diapozitiv s difrakční mřížkou.
2. Na měřítku připevněném na zdi odečítáme vzdálenosti maxim jednotlivých řádů od neodchýleného laserového paprsku.
3. Podle vztahu /10.21/ vypočítáme mřížkovou konstantu. Výpočet provádíme pro maxima jednotlivých řádů. Úhlové vzdálenosti α_i maxim jednotlivých řádů od neodchýleného paprsku vypočítáme pomocí vztahu

$$tg\,\alpha_i = \frac{\Delta x_i'}{R} \qquad /10.23/$$

kde R je vzdálenost difrakční mřížky od měřítka.

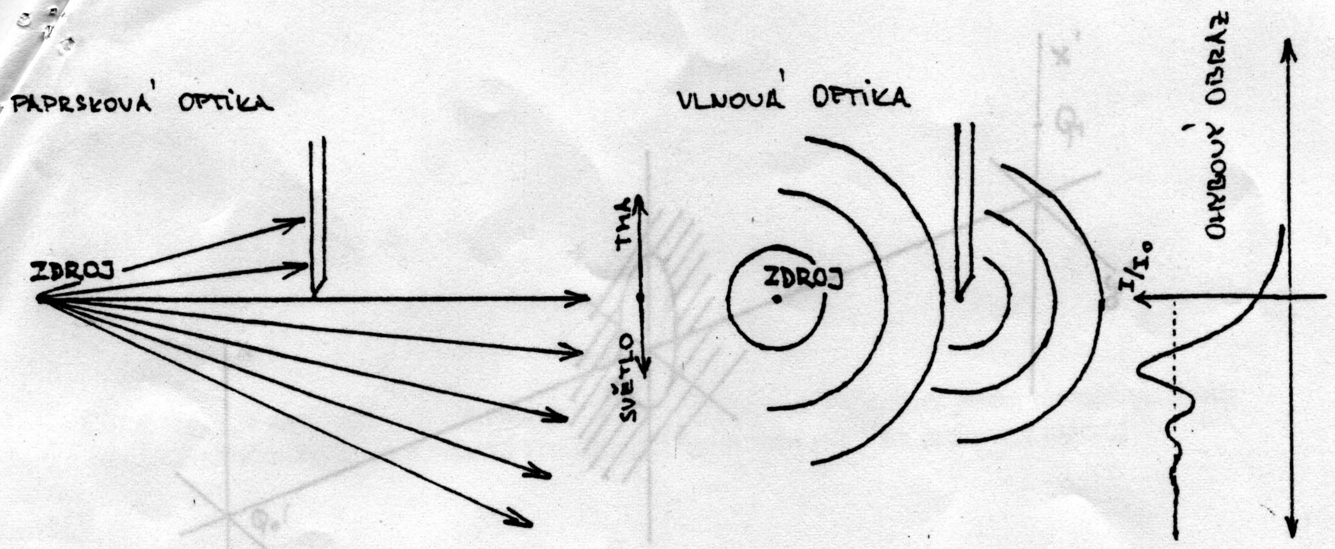
Úkol 4 Sledování difrakčních obrazců pomocí programu Difrakční jevy.

Pomůcky : počítač PC AT, program Difrakční jevy

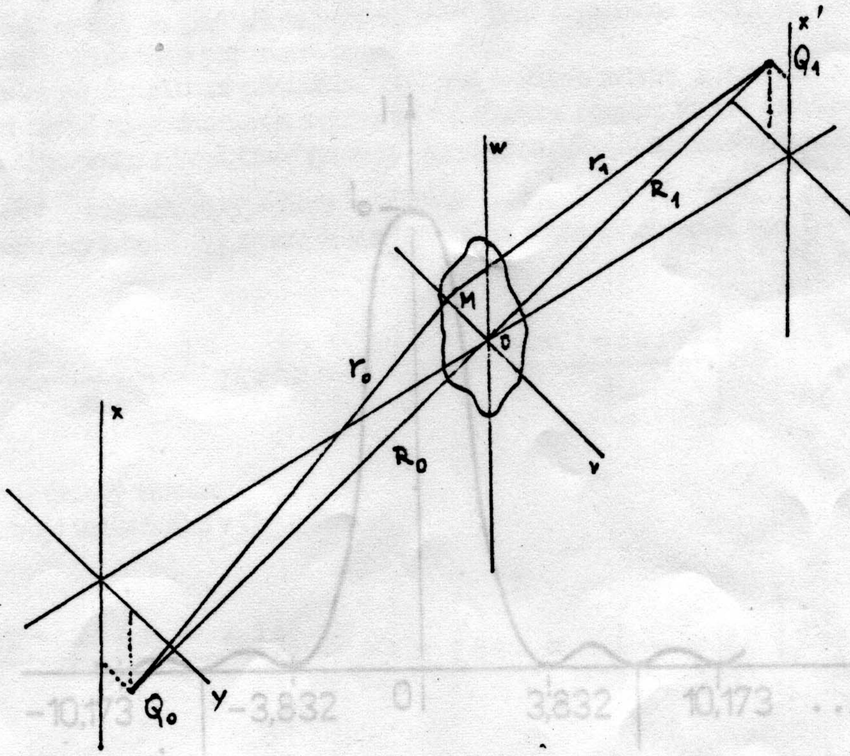
Napozorované difrakční jevy lze porovnat s ohybovými obrazci demonstrovanými na počítači. Program Difrakční jevy umožňuje demonstrovat Fraunhoferovy i Fresnelovy ohybové jevy za překážkami různých geometrických tvarů a velikostí. Je možno také pomocí jednoduché obsluhy z menu znázorněný difrakční obrazec vytisknout na tiskárně.

Postup:

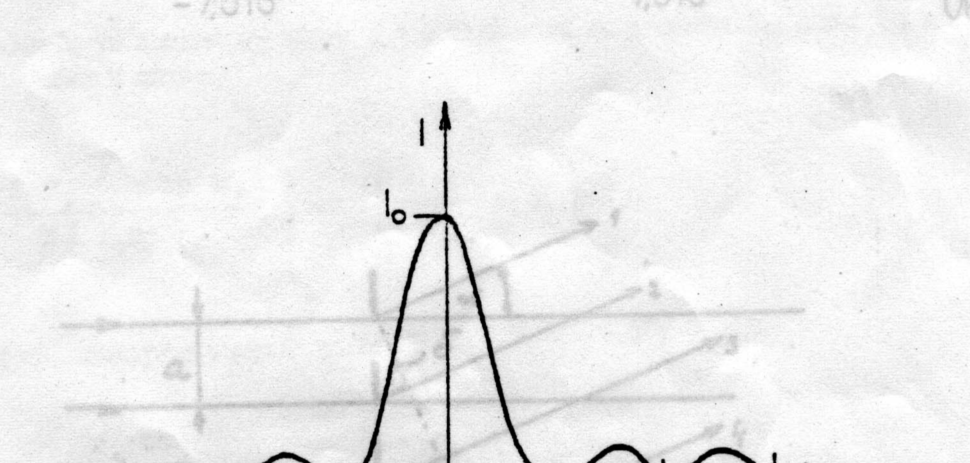
Volbou z menu se seznamte s ohybovými obrazci obou typů difrakčních jevů na rozličných překážkách. Porovnejte napozorované obrazce z praktické části úlohy s obrazci spočtenými na počítači.



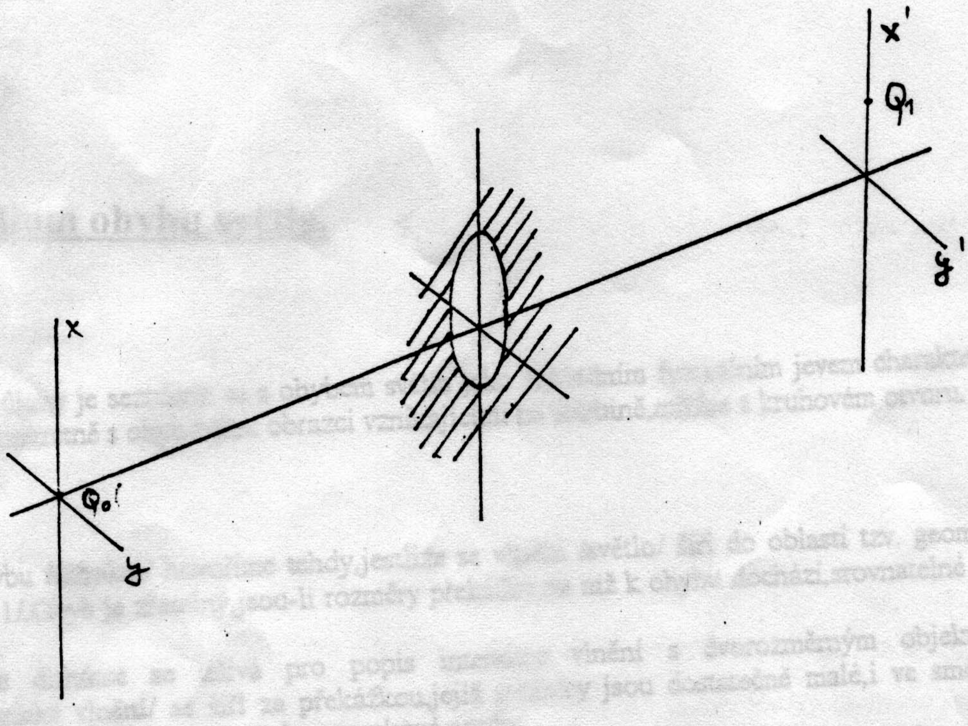
Obr. 10.1



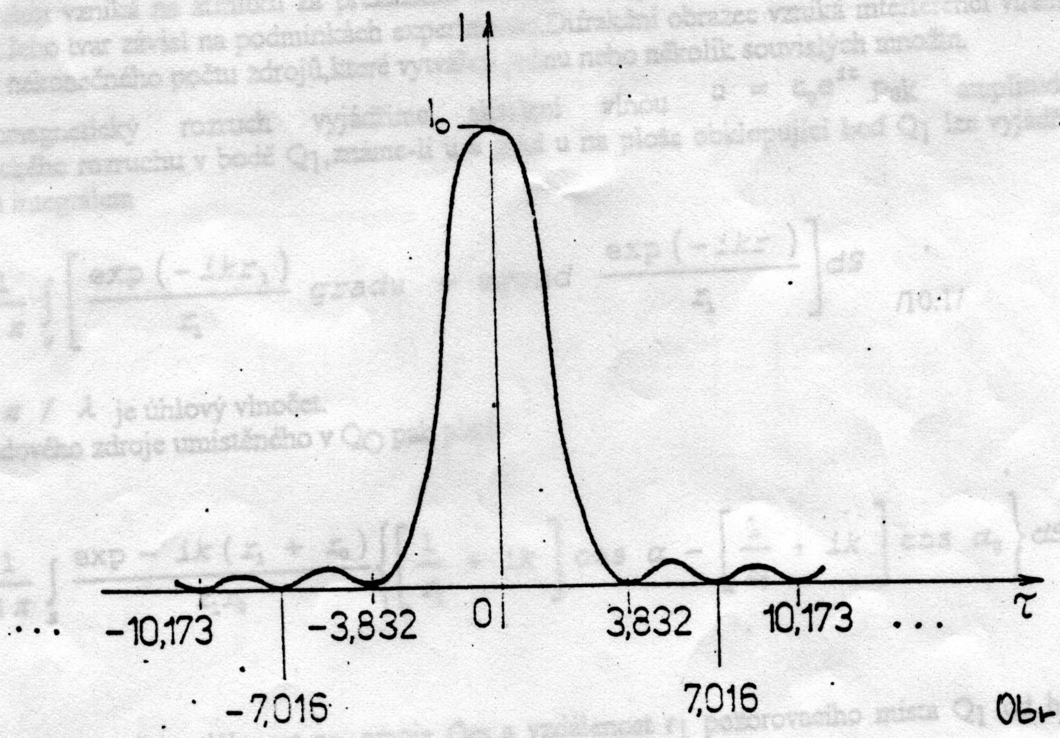
Obr. 10.2



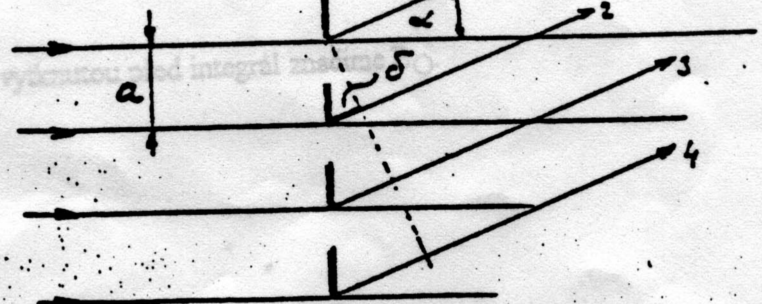
Obr. 10.3



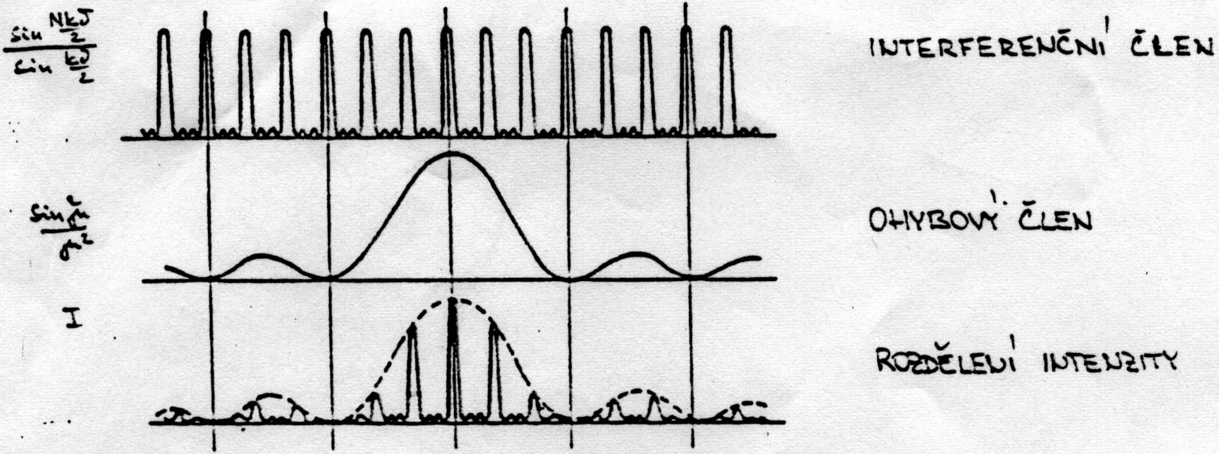
Obr. 10.4



Obr. 10. 5



Obr. 10.6


$\frac{\sin \frac{Nkd}{2}}{\sin \frac{kd}{2}}$
INTERFERENČNÍ ČLEN
$\frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2}$
OHYBOVÝ ČLEN
I
ROZDĚLENÍ INTENZITY

Obr. 10.7