

## Úloha č.13.: Určení závislosti indexu lomu na vlnové délce.

### Teorie.

Jestliže se světelný paprsek šíří v homogenním prostředí rychlostí  $v$ , pak veličinu

$$n = \frac{c}{v} \quad [1]$$

nazýváme indexem lomu tohoto prostředí.  $c$  je rychlost světla ve vakuu. Látky, jejichž index lomu je nezávislý na směru šíření světla, se nazývají opticky izotropními. V tomto případě je index lomu definovaný vztahem [1] charakteristickou veličinou dané látky.

Při průchodu světelného paprsku rozhraním dvou izotropních prostředí dochází mimo odrazu světla také k jeho lomu. Tento jev popisuje Snellův zákon. Všechny látky vykazují disperzi, tj. závislost indexu lomu na vlnové délce světla. Ke studiu disperze lze využít hranol jako disperzní soustavy.

Dopadá-li na hranol vyrobený ze zkoumané látky rovnoběžný svazek paprsků, dochází k jejich lomu, takže směr vystupujících paprsků se liší od směru vstupujících (dochází k tzv. deviaci paprsku). Výhodně se tohoto jevu využívá při studiu disperze *metodou minimální deviace*.

Pro deviační úhel podle obr.1 platí

$$\delta = \varphi_1 + \varphi_2 \quad [2]$$

a pro lámavý úhel hranolu

$$\omega = \beta_1 + \beta_2 \quad [3]$$

Je zřejmé, že

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \beta_1 + \varphi_1 \\ \alpha_2 &= \beta_2 + \varphi_2 \end{aligned} \quad [4]$$

Sečtením vztahu [2] a [3] a úpravou dostaneme

$$\delta = \alpha_1 + \alpha_2 - \omega \quad [5]$$

což znamená, že deviace je funkcí úhlu dopadu paprsku na první lámavou plochu hranolu. Extrém této závislosti nastává při

$$\frac{d\delta}{d\alpha_1} = 1 + \frac{d\alpha_2}{d\alpha_1} = 0 \quad [6]$$

Diferencováním Snellova zákona pro první a druhou lámavou plochu dostaneme

$$\begin{aligned} \cos \alpha_1 d\alpha_1 &= n \cos \beta_1 d\beta_1 \\ \cos \alpha_2 d\alpha_2 &= n \cos \beta_2 d\beta_2 \end{aligned} \quad [7]$$

a diferencováním vztahu [5] pak

$$d\beta_1 + d\beta_2 = 0 \quad [8]$$

Tedy

$$\frac{d\alpha_2}{d\alpha_1} = - \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1} * \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} \quad [9]$$

a dosazením do [6]

$$\frac{\cos \alpha_1}{\cos \beta_1} = \frac{\cos \alpha_2}{\cos \beta_2} \quad [10]$$

Jestliže poslední rovnici umocníme a využijeme Snellova zákona pro jednotlivá rozhraní, pak

$$\frac{1 - n^2 \sin^2 \beta_1}{1 - \sin^2 \beta_1} = \frac{1 - n^2 \sin^2 \beta_2}{1 - \sin^2 \beta_2} \quad [11]$$

a úpravou dostaneme

$$\sin^2 \beta_1 = \sin^2 \beta_2 \quad [12]$$

Protože úhly  $\beta_1$  a  $\beta_2$  jsou vždy ostré, musí platit, že

$$\beta_1 = \beta_2$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 \quad [13]$$

Tedy minimální deviace paprsku jisté vlnové délky nastane tehdy, když paprsek prochází hranolem souměrně vzhledem k oběma lámavým plochám. *obr. 2.*

Sledujeme-li s pomocí Snellova zákona průchod paprsku hranolem při výše diskutované situaci, tj při minimální deviaci paprsku a využijeme-li dále vztahů [3] a [5] dostaneme pro tento zvláštní případ vztah

$$n = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = \frac{\sin \frac{1}{2} (\omega + \delta_{\min})}{\sin \frac{\omega}{2}} \quad [14]$$

Toto je vztah, podle kterého určíme index lomu dielektrika pro danou vlnovou délku metodou minimální deviace paprsku. Tedy index lomu  $n$  pro danou vlnovou délku dostaneme, když stanovíme úhel minimální deviace  $\delta_{\min}$  a lámavý úhel hranolu  $\omega$

Vlastní měření provádíme na goniometru ( viz obr 2 ), který se skládá z kolimátoru, v jehož předmětové ohniskové rovině je umístěna štěrbinu, dalekohledu s nitkovým křížem, stolku pro umístění měřeného hranolu a úhloměrné stupnice. Jako zdroj je použita výbojka s čárovým spektrem. Seznam jednotlivých vlnových délek čar s barvou a intenzitou je uveden v tab. 1.

Lámavý úhel hranolu určíme metodou zrcadlení štěrbinu kolimátoru.

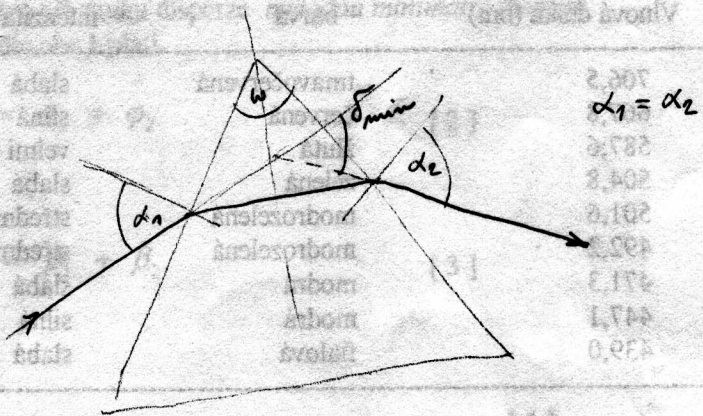
Metoda je schematicky znázorněna na obr.3. Obě lámavé plochy jsou osvětleny pomocí kolimátoru rovnoběžným svazkem paprsků a dalekohledem pozorujeme obraz štěrbinu po odrazu na lámavých

plochách, odečítáme úhly  $\varphi_1, \varphi_2$  (Pozor na správné čtení úhlů-okénka úhloměru při měření nesmí projít hodnotou 0 stupňů -v tomto případě je odečtená hodnota úhlu nesprávná ). Z obrázku plyne, že

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2\alpha_1 + 2\alpha_2 = 2\omega \quad [15]$$

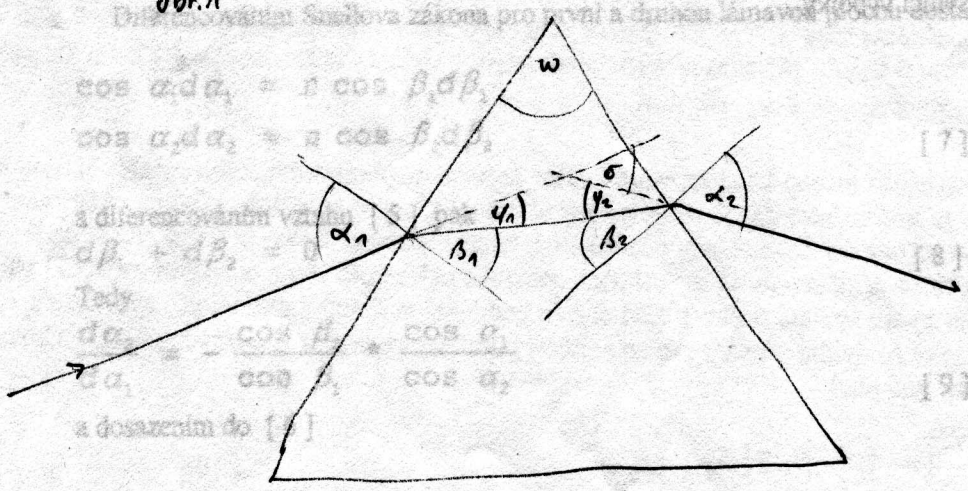
Studium závislosti indexu lomu na vlnové délce provádíme pomocí čárového spektra heliové výbojky. Pro každou ze spektrálních čar je nutné postupně hranol nastavit do polohy minimální deviace. Stolkem goniometru otáčíme a v dalekohledu pozorujeme, že směr otáčení stolku je souhlasný se směrem otáčení čárového spektra. V jistém místě se spektrum zastaví a pak se pohybuje opačným směrem ( při nezměněném směru otáčení stolku ). Bod obratu odpovídá minimální deviaci pro vybranou spektrální čáru. Měření se zpravidla provádí pro co největší počet čar ve dvou souměrných polohách hranolu 1 a 2 ( viz. obr. 4). Pak platí

$$(\varphi_1)_{\lambda_i} - (\varphi_2)_{\lambda_i} = 2(\delta_{\min})_{\lambda_i} \quad [16]$$



$$\alpha_1 = \alpha_2$$

obr. 1



$$\cos \alpha_1 \cdot da_1 = n \cos \beta_1 \cdot db_1$$

$$\cos \alpha_2 \cdot da_2 = n \cos \beta_2 \cdot db_2$$

$$d\beta_1 + d\beta_2 = 0$$

Tedy

$$da_1 = - \frac{\cos \beta_1}{\cos \alpha_1} \cdot \frac{\cos \alpha_2}{\cos \beta_2} \cdot da_2$$

$$da_1 = - \frac{\cos \beta_1}{\cos \alpha_1} \cdot \frac{\cos \alpha_2}{\cos \beta_2} \cdot da_2$$

$$\frac{\cos \alpha_1}{\cos \beta_1} = \frac{\cos \alpha_2}{\cos \beta_2}$$

kde  $(\varphi_1)_{\lambda i}$  je úhlová hodnota natočení pro polohu 1 hranolu a  $(\varphi_2)_{\lambda i}$  je úhlová hodnota natočení hranolu pro polohu 2.

Pro odpovídající vlnovou délku jsme tedy schopni určit index lomu materiálu.

### Úkoly:

1. Určete lámavý úhel hranolu.
2. Pro jednotlivé vlnové délky čárového spektra He výbojky určete podle vztahu hodnotu minimální deviace.
3. Vypočítejte hodnoty indexu lomu daného prostředí pro jednotlivé vlnové délky.
4. Sestavte grafickou závislost indexu lomu na vlnové délce.

Tabulka 1 Spektrální čáry He výbojky.

Vlnová délka (nm)	barva	intenzita
706,5	tmavočervená	slabá
667,8	červená	silná
587,6	žlutá	velmi silná
504,8	zelená	slabá
501,6	modrozelená	střední
492,2	modrozelená	střední
471,3	modrá	slabá
447,1	modrá	silná
439,0	fialová	slabá

### Poznámky:

Vstupní napětí naprázdno je max. 8 kV a po zapálení výboje v trubici 1,8 kV. Napájecí proud zdroje je 1,5 až 2 A.

Při práci se zařízením musí být dodrženy bezpečnostní předpisy pro práci s VN.

Napájecí zdroj smí být zapnut jen při vložené výbojce. Při zapnuté výbojce nesundávejte z výbojky kryt.

Nedotýkejte se svítící výbojky.