

## Příklady k písemné části zkoušky z Mechaniky

### 1. Rovnoměrný pohyb

**8C.** Automobil jede po rovné silnici rychlostí 30 km/h. Poté, co urazil dráhu 40 km, zvýší rychlost na 60 km/h a pokračuje v jízdě dalších 40 km. (a) Jaká je průměrná rychlost automobilu na celé osmdesátakilometrové trati? (Zvolte soustavu souřadnic tak, aby osa  $x$  byla souhlasně rovnoběžná se směrem jízdy automobilu a určete průměrnou rychlost včetně znaménka.) (b) Jaká je průměrná velikost rychlosti automobilu? (c) Určete průměrnou rychlost graficky (pomocí grafu  $x(t)$ ).

**9Ú.** Vypočítejte průměrnou rychlost pohybu člověka ve dvou případech: (a) Chůze 72 m rychlostí  $1,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  a běh 72 m rychlostí  $3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . (b) Chůze 1 min rychlostí  $1,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  a běh 1 min rychlostí  $3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . (c) V obou případech určete průměrnou rychlost graficky (z grafu  $x(t)$ ).

**79C.** Sníh padá svisle rychlostí o velikosti  $8,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Pod jakým úhlem od svislého směru vidí padat sníh řidič automobilu, který jede po rovné silnici rychlostí o velikosti 50 km/h?

**83Ú.** Malé letadlo může vzhledem k okolnímu vzduchu dosáhnout rychlosti o velikosti 500 km/h. Pilot má dopravit pasažéry do místa vzdáleného 800 km přesně na sever. Zjistí však, že má-li letět přímo k severu, musí odklonit kurs o  $20,0^\circ$  na východ. Let trvá 2,00 h. Určete rychlost větru (směr i velikost).

### 2. Nerovnoměrný pohyb

**33C.** Pohyb hlavy útočícího chřestýše je tak prudký, že její zrychlení může dosáhnout až hodnoty  $50 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ . Představme si, že by takového zrychlení mohl dosáhnout rozjíždějící se automobil. Za jakou dobu by dosáhl rychlosti 100 km/h, pokud by byl zpočátku v klidu?

**36C.** Kosmická loď se pohybuje s konstantním zrychlením  $9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ , aby se podmínky pro pobyt posádky co nejvíce blížily pozemským. (a) Za jak dlouho dosáhne loď jedné desetiny rychlosti světla ve vakuu, startuje-li z klidu? Jakou dráhu přitom urazí?

**37C.** Startující tryskové letadlo musí mít před vzlétnutím rychlost nejméně  $360 \text{ km/h}$ . S jakým nejmenším konstantním zrychlením může startovat na rozjezdové dráze dlouhé  $1,8 \text{ km}$ ?

**40C.** Automobil jedoucí rychlostí  $100 \text{ km/h}$  začne rovnoměrně brzdit a zastaví na dráze  $43 \text{ m}$ . (a) Určete velikost jeho zrychlení v jednotkách SI a jednotkách  $g$ . (b) Jak dlouho trvá brzdění? Kolikrát je doba brzdění delší než reakční doba řidiče, která činí  $400 \text{ ms}$ ?

**41C.** 19. března 1954 dosáhl plukovník John P. Stapp pozemního rychlostního rekordu při jízdě na raketových saních. Rekordní rychlost měla velikost  $1\,020 \text{ km/h}$ . Poté byly saně zabrzděny za dobu  $1,4 \text{ s}$  (obr. 2.8). Jakému zrychlení byl jezdec vystaven? Výsledek vyjádřete v jednotkách  $g$ .

**42C.** Na kvalitní suché silnici může automobil s neopotřeбенými pneumatikami brzdit se zrychlením o velikosti  $4,92 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ . (a) Za jak dlouho automobil zastaví, je-li jeho počáteční rychlost  $24,6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ? (b) Jak dlouhá bude brzdná dráha? (c) Nakreslete grafy závislostí  $x(t)$  a  $v_x(t)$  během brzdění.

**43C.** Při zkoumání fyziologických účinků velkého zrychlení na lidský organismus se používá raketových saní. Saně se pohybují přímočaře a při klidovém startu mohou dosáhnout rychlosti  $1\,600 \text{ km/h}$  za pouhých  $1,8 \text{ s}$ . Za předpokladu, že se saně pohybují rovnoměrně zrychleně, určete (a) jejich zrychlení v jednotkách  $g$  a (b) dráhu potřebnou k dosažení maximální rychlosti.

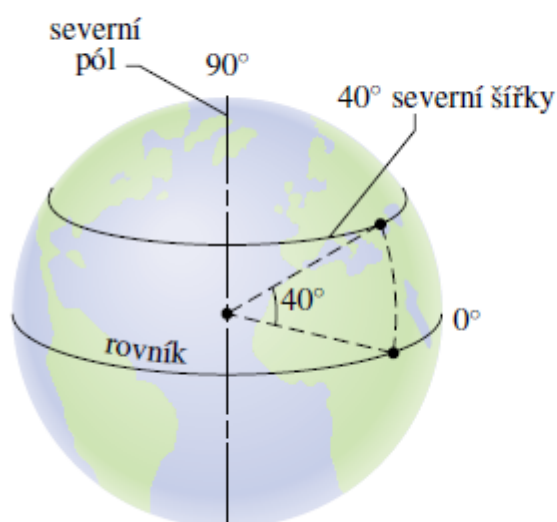
### 3. Rovnoměrný pohyb po kružnici

**57C.** Jeden z modelů atomu vodíku je založen na představě elektronu obíhajícího kolem protonu po kruhové dráze o průměru  $5,28 \cdot 10^{-11}$  m rychlostí o velikosti  $2,18 \cdot 10^6$  m·s<sup>-1</sup>. Určete (a) zrychlení elektronu a (b) periodu jeho pohybu.

**58C.** Určete (a) velikost, (b) směr zrychlení sprintera při běhu zatáčkou o poloměru 25 m. Velikost rychlosti běžce je 10 m·s<sup>-1</sup>.

**62C.** Kosmická sonda odolá mechanickým pnutím při zrychlení nejvýše 20g. (a) Jaký je nejmenší přípustný poloměr její trajektorie, je-li velikost její rychlosti rovna jedné desetině rychlosti světla? (b) Za jakou dobu opíše polohový vektor takové sondy oblouk příslušný úhlu 90°?

**69Ú.** Vypočtete zrychlení člověka na 40° severní šířky způsobené rotací Země (obr. 4.39).



Obr. 4.39 Úloha 69

## 4. Newtonovy pohybové zákony

9. Na obr. 5.29 je nehmotné lano vedeno přes kladku, která se může otáčet bez tření. Na laně visí opice a dívá se do zrcadla, které má stejnou hmotnost jako ona a je zavěšeno na druhém konci lana. Může opice „uniknout“ svému obrazu v zrcadle, jestliže (a) poleze po laně vzhůru, (b) poleze po laně dolů, (c) pustí lano? Zdůvodněte.



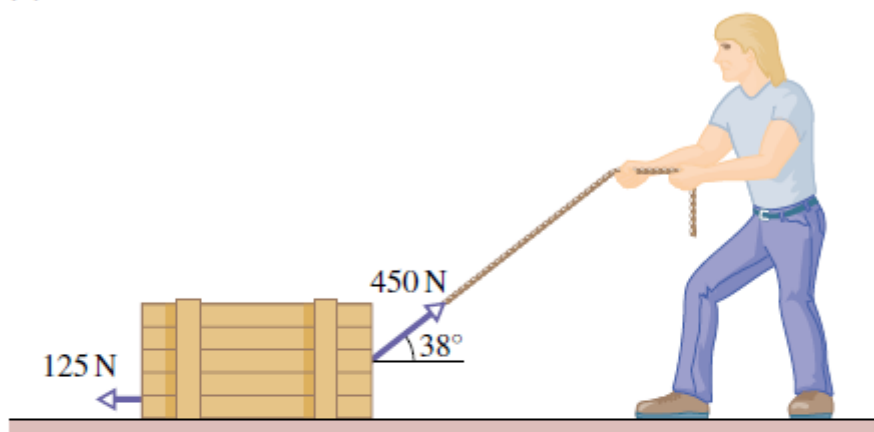
Obr. 5.29 Otázka 9

20C. Jaká je velikost výslednice sil působících na automobil o hmotnosti 1 900 kg, který se rozjíždí se zrychlením o velikosti  $3,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ?

22C. Automobil jedoucí rychlostí  $53 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$  narazil do mostního pilíře. Řidič se přitom pohnul o 65 cm dopředu (vzhledem k silnici), než byl jeho pohyb zastaven airbagem. Jak velká síla (předpokládáme stálou sílu) působila na řidičovu horní část těla, jejíž hmotnost je 41 kg?

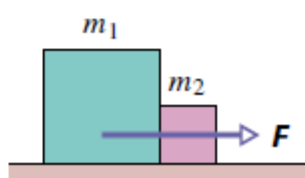
34C. Určete počáteční zrychlení rakety o hmotnosti  $1,3\cdot 10^4 \text{ kg}$ , je-li počáteční tažná síla jejího motoru  $2,6\cdot 10^5 \text{ N}$ . Nezanedbávejte tíhovou sílu působící na raketu.

**39Ú.** Dělník vleče bednu po podlaze pomocí lana (obr. 5.44). Lano je od vodorovného směru odkloněno o úhel  $38^\circ$  a dělník je táhne silou o velikosti 450 N. Podlaha působí na bednu mj. vodorovnou silou o velikosti 125 N, směřující proti jejímu pohybu. Vypočtěte zrychlení bedny, (a) je-li její hmotnost 310 kg, (b) váží-li bedna 310 N.



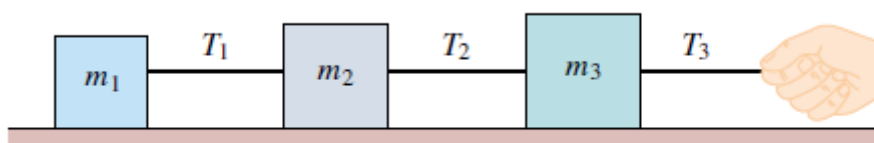
Obr. 5.44 Úloha 39

**40Ú.** Dvě kostky ležící na dokonale hladkém stole se dotýkají (obr. 5.45). (a) Určete síly, jimiž na sebe kostky navzájem působí, je-li  $m_1 = 2,3$  kg,  $m_2 = 1,2$  kg a  $F = 3,2$  N. (b) Předpokládejme, že síla o stejné velikosti  $F$  bude působit na kostku  $m_2$  v opačném směru. Ukažte, že velikost sil, jimiž na sebe nyní kostky působí, je 2,1 N, tj. je odlišná od výsledku úlohy (a). Zdůvodněte tento rozdíl.



Obr. 5.45 Úloha 40

**48Ú.** Tři kostky spojené podle obr. 5.47 jsou taženy po dokonale hladké vodorovné podložce směrem vpravo. Tahová síla má velikost  $T_3 = 65$  N. Hmotnosti kostek jsou  $m_1 = 12,0$  kg,  $m_2 = 24,0$  kg a  $m_3 = 31,0$  kg. Vypočtěte (a) zrychlení soustavy, (b) velikosti tahových sil  $T_1$  a  $T_2$  vláken spojujících kostky.



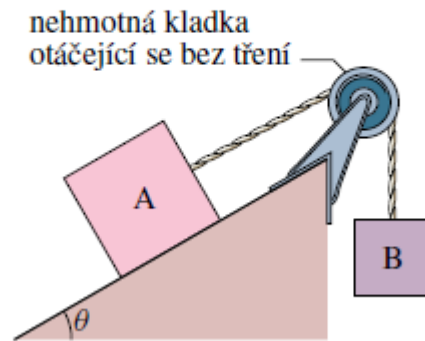
Obr. 5.47 Úloha 48

## 5. Tření

**2C.** Hráč baseballu o hmotnosti  $m = 79$  kg klouže k druhé metě a je brzděn třecí silou o velikosti  $F = 470$  N. Jaký je koeficient dynamického tření mezi hráčem a trávíkem?

**6C.** Jakého největšího zrychlení může dosáhnout běžec, je-li koeficient statického tření mezi obuví a běžeckou dráhou 0,95? (Při běhu je v kontaktu s dráhou jen jedna noha běžce.)

**33Ú.** Uspořádání těles je stejné jako na obr. 6.38. Kostka A má hmotnost 10 kg, koeficient dynamického tření mezi ní a nakloněnou rovinou je 0,22. Úhel  $\theta$  je  $30^\circ$ . Kostka A klouže dolů po nakloněné rovině stálou rychlostí. Jakou hmotnost má kostka B?



Obr. 6.38 Úlohy 32 a 33

## 6. Mechanická práce, energie

**1C.** Jaká je kinetická energie rakety Saturn V, spojené s kosmickou stanicí Apollo, je-li jejich celková hmotnost  $2,9 \cdot 10^5$  kg a dosáhnou-li společné rychlosti  $11,2 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ ?

**2C.** Volný elektron (hmotnost  $m = 9,11 \cdot 10^{-31}$  kg) v mědi má při nejnižší dosažitelné teplotě kinetickou energii  $6,7 \cdot 10^{-19}$  J. Jak velká je jeho rychlost?

**3C.** Určete kinetickou energii následujících objektů, pohybujících se danou rychlostí: (a) fotbalový obránce o hmotnosti 110 kg, který běží rychlostí 8,1 m/s, (b) kulka o hmotnosti 4,2 g letící rychlostí 950 m/s, (c) letadlová loď *Nimitz* o výtlačku 91 400 tun při rychlosti 32 uzlů (1 uzel  $\doteq 0,51 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ).

**4C.** Dne 10. srpna 1972 proletěl atmosférou nad východním územím USA a Kanady velký meteorit. Odrážel se od horní vrstvy atmosféry, asi jako když se kamenem hází žabičky po vodě. Ohnivá koule na obloze byla tak jasná, že byla vidět i ve dne (obr. 7.27). Hmotnost meteoritu byla asi  $4 \cdot 10^6$  kg, velikost jeho rychlosti zhruba  $15 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ . Kdyby meteorit vstoupil do atmosféry ve svislém směru, dosáhl by povrchu Země s přibližně nezměněnou rychlostí. (a) Vypočítejte ztrátu energie meteoritu (v joulech) při jeho zabrzdění po kolmém dopadu na povrch Země. (b) Vyjádřete tuto energii jako násobek energie uvolněné při výbuchu jedné megatuny TNT, která činí  $4,2 \cdot 10^{15}$  J. (c) Energie uvolněná při výbuchu atomové bomby svržené na Hirošimu byla ekvivalentní 13 kilotunám TNT. Kolika „hirošimským bombám“ odpovídá srážka meteoritu se Zemí?



**Obr. 7.27** Cvičení 4. Velký meteorit prolétá atmosférou nad pohořím (vpravo nahoře).

**5C.** Výbuch na zemském povrchu zanechá kráter, jehož průměr je úměrný třetí odmocnině z energie, která se při tom uvolnila. Při výbuchu jedné megatuny TNT vznikne kráter o průměru 1 km. Pod Huronským jezerem v Michiganu byl objeven starý kráter o průměru 50 km. Jaká byla kinetická energie tělesa, které kráter vytvořilo, vyjádřená (a) v megatunách TNT, (b) v jednotkách odpovídajících ekvivalentu hirošimské bomby (cvič. 4)? (Takový dopad meteoritu nebo komety mohl významně ovlivnit pozemské podnebí či přispět k vyhynutí dinosaurů i jiných forem života.)

**9C.** Objekt o hmotnosti 102 kg se pohybuje po vodorovné přímce a je brzděn se zpožděním  $2,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ . Jeho počáteční rychlost má velikost  $53 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . (a) Jaká je velikost brzdící síly? (b) Jakou vzdálenost těleso urazí, než se zastaví? (c) Jakou práci vykoná brzdná síla? (d) Zodpovězte otázky (a) až (c) pro případ, že zpoždění je  $4,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .

**10C.** Dělník vleče bednu o hmotnosti 50 kg po dokonale hladké vodorovné podlaze. Působí na ni při tom silou o velikosti 210 N pod úhlem  $20^\circ$  vzhledem k podlaze. Zjistěte, jakou práci vykonaly při posunutí bedny o 3,0 m následující síly: (a) síla, kterou působí na bednu dělník, (b) tíhová síla, (c) tlaková síla, jíž působí na bednu podlaha. (d) Jaká je celková práce všech sil působících na bednu?

**11C.** Plovoucí ledová kra je hnána proudem vody podél pobřeží. Proud na ni působí silou  $\mathbf{F} = (210 \text{ N})\mathbf{i} - (150 \text{ N})\mathbf{j}$ . Jakou práci vykoná tato síla při posunutí kry o vektor  $\mathbf{d} = (15 \text{ m})\mathbf{i} - (12 \text{ m})\mathbf{j}$ ?



## Hybnost tělesa, impulz síly, impulzová věta

**1C.** Hybnost automobilu o hmotnosti 1 500 kg vzrostla během 12 s o  $9,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ . (a) Za předpokladu, že urychlující síla je konstantní, určete její velikost. (b) Určete přírůstek rychlosti automobilu.

**2C.** Kulečnickové tágo udeří do stojící koule průměrnou silou o velikosti 50 N. Úder trvá 10 ms. Jakou rychlost koule získá, je-li její hmotnost 0,20 kg?

**3C.** Výrobce automobilů testuje odolnost nových vozů při nárazu pomocí tzv. bariérových zkoušek. Při jedné z nich narazil automobil o hmotnosti 2 300 kg do mostního pilíře rychlostí  $15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  a zastavil se za 0,56 s. Předpokládejme, že při nárazu působila konstantní síla. Jaká byla její velikost?

**4C.** Míč o hmotnosti  $m$  narazil kolmo do zdi rychlostí  $v$  a odrazil se zpět stejně velkou rychlostí. (a) Určete průměrnou sílu, kterou stěna působila na míč, trval-li náraz po dobu  $\Delta t$ . (b) Pro číselný výpočet použijte hodnoty  $m = 140 \text{ g}$ ,  $v = 7,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  a  $\Delta t = 3,8 \text{ ms}$ .

**5C.** Nadhazovač hodil baseballový míč rychlostí  $40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Pálkař jej odehrál zpět přesně v opačném směru rychlostí  $60 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Určete průměrnou sílu, jíž působila pálka na míč, trval-li úder 5,0 ms.

**6C.** Jako sedmnáctiletý ohromoval artista Henri LaMothe diváky skoky z výšky 12 m do vody hluboké pouhých 30 cm (obr. 10.29). Za předpokladu, že se jeho pád zastavil právě u dna vodní nádrže, vypočtete průměrnou brzdou sílu, která na artistu o hmotnosti 73 kg ve vodě působila.



Obr. 10.29 Cvičení 6

**7C.** V únoru 1955 byla zaznamenána pozoruhodná událost: jistému parašutistovi se po seskoku z výšky 366 m nepodařilo otevřít padák. Naštěstí spadl do sněhu, a tak byla jeho zranění jen nepatrná. Předpokládejme, že velikost jeho rychlosti měla bezprostředně před dopadem hodnotu  $56 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , jeho hmotnost činila 85 kg a velikost největší brzděné síly, kterou může člověk přežít, je  $1,2\cdot 10^5 \text{ N}$ . Určete nejmenší tloušťku sněhové pokrývky, v níž tehdy let parašutisty tak šťastně skončil.

**8C.** Při srážce trvající 27 ms působila na ocelovou kouli o hmotnosti 0,40 kg a rychlosti  $14 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  stálá síla o velikosti 1 200 N. Určete výslednou rychlost koule, působila-li síla přímo proti směru jejího pohybu.

**9C.** Medicinbal o hmotnosti 1,2 kg dopadne kolmo na podlahu rychlostí  $25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  a odrazí se v opačném směru rychlostí  $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . (a) Vypočtete impulz síly, která na míč při odrazu působila. (b) Za předpokladu, že míč byl s podlahou v kontaktu 0,020 s, určete průměrnou sílu působící na míč během srážky.

**10C.** Hráč golfu odpálí míček rychlostí o velikosti  $50 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  pod elevačním úhlem  $30^\circ$ . Předpokládejme, že míč má hmotnost 46 g a je v kontaktu s golfovou hůl po dobu 1,7 ms. Určete (a) impulz síly, kterou při úderu působí hůl na míček, (b) impulz síly, která působí na golfovou hůl, (c) průměrnou sílu působící na míček a (d) práci, kterou vykonala síla působící na míček.

**11Ú.** Automobil o hmotnosti 1 400 kg jede na sever (kladný směr osy  $y$ ) rychlostí  $5,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Po průjezdu pravoúhlou pravo-točivou zatáčkou (do kladného směru osy  $x$ ), který trval 4,6 s, ztratí řidič na okamžik pozornost. Vůz narazí do stromu a zastaví

se za 350 ms. Pomocí jednotkových vektorů kartézské soustavy souřadnic zapište vektor impulzu síly, která působila na vůz (a) při zatáčení, (b) při srážce. Jaká je velikost průměrné síly působící na vůz (c) při zatáčení a (d) při srážce? (e) Jaký úhel svírá průměrná síla vypočtená v části (c) s kladným směrem osy  $x$ ?

## 7. Pohyby v homogenním tíhovém poli

**60C.** Dělníkovi na stavbě spadl nešťastnou náhodou hasák a narazil na zem rychlostí  $24 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . (a) Z jaké výšky padal? (b) Jak dlouho trval jeho pád? (c) Nakreslete grafy závislostí  $y(t)$ ,  $v_y(t)$  a  $a_y(t)$ .

**61C.** (a) Jakou rychlostí musíme svisle vyhodit míč, aby dosáhl výšky 50 m? (b) Za jak dlouho dopadne zpět na zem? (c) Nakreslete grafy závislostí  $y(t)$ ,  $v_y(t)$  a  $a_y(t)$  popisující let míče. V prvních dvou z nich vyznačte okamžik, kdy je míč právě ve výšce 50 m.

**62C.** Kapka deště dopadne na zem z mraku ve výšce 1 700 m. Jakou rychlostí by dopadla, kdyby její let nebyl brzděn odporem vzduchu? Bylo by v tomto případě bezpečné setrvávat během bouře venku?

**63C.** Nákladní stavební výtah je upevněn na jediném laně. Lano se náhle přetrhne, když výtah stojí v nejvyšším patře budovy, ve výšce 120 m. (a) Jakou rychlostí dopadne kabina na zem? (b) Jak dlouho poletí? (c) Jakou rychlost bude mít právě v polovině vzdálenosti měřené od výchozího bodu k zemi? (d) Za jak dlouho urazí první polovinu této vzdálenosti?

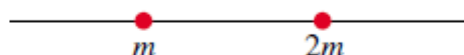
**64C.** Zlý výrostek Hugo hází kamením svisle dolů ze střechy budovy vysoké 30 m. Počáteční rychlost kamene má velikost  $12,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . (a) Za jak dlouho dopadne kámen na zem? (b) Jak velká bude jeho rychlost při dopadu?

**8.** Letadlo letí rychlostí o velikosti 350 km/h ve stálé výšce nad povrchem Země. Pilot vypustí balík se zásobou potravin. Jaká je (a) vodorovná, (b) svislá složka počáteční rychlosti balíku? (c) Jaká je vodorovná složka jeho rychlosti těsně před dopadem na zem? (d) Jak by se změnila doba pádu balíku, kdyby letadlo letělo rychlostí 450 km/h? Vliv odporu prostředí neuvažujte.

**23C.** Při zkušební střelbě z pistole stojí střelec na ocelové konstrukci ve výšce 45,0 m nad vodorovným povrchem Země. Střela opustí hlaveň vodorovnou rychlostí o velikosti  $250 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . (a) Za jak dlouho a (b) v jaké vzdálenosti od paty konstrukce dopadne střela na zem? (c) Jaká je v tom okamžiku svislá složka její rychlosti?

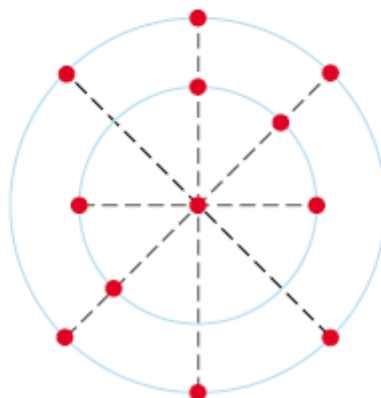
## 8. Gravitační pole

1. Mějme dvě částice o hmotnostech  $m$  a  $2m$  připevněny k ose (obr. 14.23). (a) Kde můžeme na ose umístit třetí částici s hmotností  $3m$  (jinde než v nekonečnu), aby celková gravitační síla, která by na ni od prvních dvou částic působila, byla nulová? Je to vlevo od obou částic, vpravo, anebo mezi nimi — blíže k hmotnější, nebo k lehčí? (b) Změní se odpověď, pokud by třetí částice měla hmotnost  $16m$ ? (c) Existuje pro třetí částici bod mimo osu, ve kterém by celková na ni působící síla byla nulová?



Obr. 14.23 Otázka 1

2. Na obr. 14.24 je centrální částice obklopena dvěma kruhovými prstýnkami částic s poloměry  $r$  a  $R$ ,  $R > r$ . Všechny částice mají hmotnost  $m$ . Jaká je velikost a směr výsledné gravitační síly, kterou působí částice v prstýncích na centrální částici?



Obr. 14.24 Otázka 2

1C. Jaká musí být vzdálenost mezi částicemi o hmotnostech 5,2 kg a 2,4 kg, aby se gravitačně přitahovaly silou  $2,3 \cdot 10^{-12}$  N?

17C. V jaké výšce nad zemským povrchem má gravitační zrychlení velikost  $4,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ?

49Ú. Náboj je vystřelen svisle z povrchu Země s počáteční rychlostí 10 km/s. Jak vysoko nad povrch Země dolétne, jestliže zanedbáme odpor vzduchu?