

System výuky a podmínky zápočtu a zkoušky

System

Dotace: 45min přednáška + 135min cvičení = 3 hodiny čistého času

Každý týden: 2 nové témata + opakování z minula

Analytická geometrie a vektorový počet

souřadnicové soustavy a transformace souřadnic; vektor, sčítání vektorů, skalární a vektorový součin, smíšený a dvojný součin; lineární kombinace vektorů, vektory lineárně závislé a nezávislé, báze vektory; parametrické a obecné rovnice přímky a roviny; vzdálenost bodu od přímky a roviny, vzájemná poloha přímek a rovin, úhel dvou přímek a rovin; parametrické a obecné rovnice rovinných křivek.

Matematická analýza I

funkce jedné reálné proměnné, definiční obor, obor hodnot; polynomické, racionální lomené, exponenciální a goniometrické funkce; limita a spojitost funkce; derivace funkce a její geometrický význam; derivace elementárních funkcí; základní vlastnosti derivací; diferenciál a Taylorův vzorec; průběh funkce.

Matematická analýza II

primitivní funkce a neurčitý integrál funkce jedné reálné proměnné; integrace elementárních funkcí; základní vlastnosti neurčitých integrálů a integrační metody; Riemannův určitý integrál a jeho vlastnosti; geometrické aplikace Riemannova určitého integrálu.

Hodnocení/bodování

Bodování	
Docházka	10
Písemka 1	15
Písemka 2	15
Úkol 1	15
Domácí úkoly	16
Zkouška	45
Součet	116

Splnění zápočtů minimálně 30b (po obou písemkách)

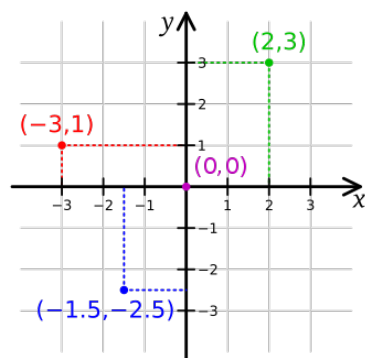
Splnění zkoušky minimálně 70b (po zápočtu a zkouškové písemce)

Minimálně jedna (důstojná) prezentace počítání u tabule

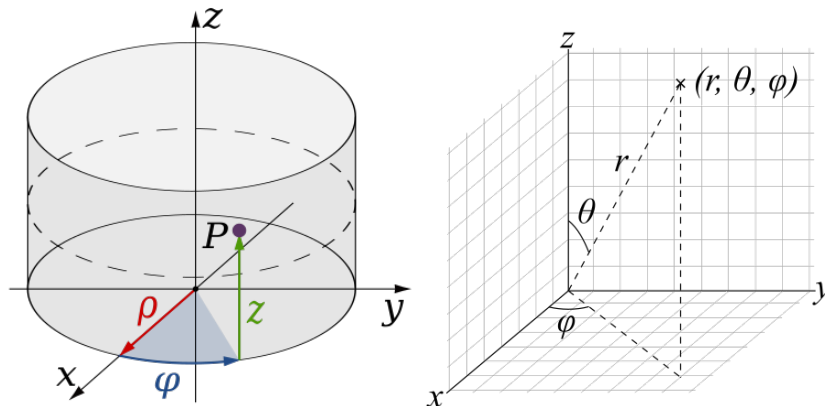
1 Souřadnicové soustavy a transformace souřadnic

Soustava souřadnic: Umožňuje jednoznačně popsat polohu bodu pomocí čísel jakožto souřadnic čili koordinát.

Příklady soustav souřadnic:



Obrázek 1: Kartézská soustava souřadnic ve 2D.



Obrázek 2: Polární soustava souřadnic ve 3D vlevo, sférická soustava souřadnic ve 3D napravo.

Bod v prostoru je dán uspořádanou n-ticí koordinát v dané soustavě souřadnic. Bod v různých souřadných systémech může mít různé hodnoty koordinát, nicméně jeho poloha v prostoru je pořád stejná. Např: $A = (a_x, a_y) = (1, 1)$ v kartézské soustavě a $A = (a_r, a_\theta) = (\sqrt{2}, 45^\circ)$ v polární soustavě.

Transformace souřadnic: Udává vztah mezi dvěma souřadnicovými systémy.

Např.: Prevod sferických na kartezske

$$\begin{aligned}x &= r \sin \theta \cos \phi \\y &= r \sin \theta \sin \phi \\z &= r \cos \theta\end{aligned}\tag{1}$$

a prevod kartezske na sfericke

$$\begin{aligned}r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \varphi &= \operatorname{arctg} 2(y, x) \\ \theta &= \arccos\left(\frac{z}{r}\right)\end{aligned}\tag{2}$$

1.1 Příklady:

1. Proč existují různé soustavy souřadnic?
2. Je-li transformace mezi kartezskou a sférickou soustavou souřadnic dána vztahy (1), určete koordináty těchto bodů v kartézské soustavě souřadnic:
 - $A = [2, 0, \pi]$
 - $B = [-1, \pi/2, \pi/2]$
 - $C = [10, 0, 0]$

2 Vektor, sčítání vektorů, skalární a vektorový součin, smíšený a dvojný součin

Skalár je ve fyzice, v matematice nebo informatice veličina, jejíž hodnota je v daných jednotkách plně určena jediným číselným údajem. Napr. čas, hmotnost... **Vektor** je definován jako prvek vektorového prostoru. V něm lze zavést bázi a dále souřadnice daného vektoru vzhledem k této bázi. Pokud je vektorový prostor konečnědimenzionální, souřadnice vektoru tvoří uspořádané n -tice čísel, označovaných jako složky (též komponenty) vektoru. Vektor lze definovat také jako vzdálenost a směr mezi dvěma body.

Ve fyzice potřebujeme u některých veličin znázornit nejen její velikost, ale také směr. Napr. budeme-li na těleso působit nějakou silou, je pro výsledný pohyb tělesa podstatný směr, kterým síla působí. Proto se síla znázorňuje úsečkami, u nichž je určen počáteční a koncový bod - orientovanými úsečkami. (graficky znázorňujeme orientovanou úsečku jako úsečku opatřenou šipkou u koncového bodu.)

Velikost orientované úsečky je vzdálenost bodů A, B. Máme-li tedy bod A a bod B , vektor definovaný těmito body vypočteme jako rozdíl koordinát obou bodů $\vec{v} = B - A = (b_1 - a_1, b_2 - a_2)$

Báze vektorového prostoru Jedná se o množinu jistým způsobem výjimečných

vektorů z daného vektorového prostoru, pomocí níž jsme schopni vyjádřit libovolný vektor tohoto prostoru.

Příklad báze a vektoru:

báze - $\vec{a} = (1, 0)$; $\vec{b} = (0, 1)$

vektor - $\vec{v} = (2, 3) = 2 \cdot \vec{a} + 3 \cdot \vec{b} = 2 \cdot (1, 0) + 3 \cdot (0, 1)$

Velikost vektoru: Udává délku daného vektoru $|\vec{v}|$. $|u| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$

Skalární součin: Zobrazení, které dvojici vektorů přiřadí číslo (skalár), které má vztah k velikosti těchto vektorů, k tzv. ortogonalitě a případně k úhlu, který svírají.

$\vec{x} \cdot \vec{y} = (x_1, x_2, x_3) \cdot (y_1, y_2, y_3) = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 = |x| |y| \cos \alpha$, kde α je úhel mezi vektory $\vec{x}$ a $\vec{y}$.

Vektorový součin: Binární operace vektorů v trojrozměrném vektorovém prostoru. Výsledkem této operace je vektor (na rozdíl od součinu skalárního). Výsledný vektor je kolmý k oběma původním vektorům.

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1)$$

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (1, 2, 0) \times (0, 1, 2) = (2 \cdot 2 - 0 \cdot 1, 0 \cdot 0 - 1 \cdot 2, 1 \cdot 1 - 2 \cdot 0) = (4, -2, 1)$$

$$\mathbf{v} \times \mathbf{u} = (0, 1, 2) \times (1, 2, 0) = (1 \cdot 0 - 2 \cdot 2, 2 \cdot 1 - 0 \cdot 0, 0 \cdot 2 - 1 \cdot 1) = (-4, 2, -1)$$

Je zřejmé, že vektory $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ a $\mathbf{v} \times \mathbf{u}$ jsou navzájem opačné vektory. Oba jsou kolmé na rovinu určenou vektory $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$.

• Výpočet pomocí determinantu matice:

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

Pro výpočet determinantu matice řádu 3 lze použít například [Sarrusovo pravidlo](#), podle nějž je výsledek

$$\begin{aligned} \mathbf{u} \times \mathbf{v} &= \mathbf{i} u_2 v_3 + u_1 v_2 \mathbf{k} + v_1 \mathbf{j} u_3 - \mathbf{k} u_2 v_1 - u_3 v_2 \mathbf{i} - v_3 \mathbf{j} u_1 \\ &= \mathbf{i} \cdot 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 \cdot \mathbf{k} + 0 \cdot \mathbf{j} \cdot 0 - \mathbf{k} \cdot 2 \cdot 0 - 0 \cdot 1 \cdot \mathbf{i} - 2 \cdot \mathbf{j} \cdot 1 \\ &= 4\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 1\mathbf{k} \end{aligned}$$

