

Kointegrace a modely korekce chyb



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**

OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ



Kointegrace

- Ekonomické časové řady jsou velmi často integrovány řádu $I(1)$ a obsahují stochastický trend.
- V ekonomické teorii se však očekává, že řady by měly být v určitém dlouhodobém rovnovážném stavu, přestože jejich průběh v čase může být značně kolísavý.
- V krátkodobém horizontu mohou tyto řady značně kolísat, ale v dlouhodobém horizontu by měly dosáhnout rovnovážného stavu.



Kointegrace

- Ve většině případů, pokud se lineárně kombinují (jednorozměrné) nestacionární řady, je výsledná (jednorozměrná) řada opět nestacionární.
- Pro ekonomické a finanční časové řady lze poměrně často původně nestacionární řady lineárně kombinovat tak, že výsledná kombinace je již stacionární.
- Tento případ se označuje jako **kointegrace** (cointegration) a lze jej interpretovat jako vztah určité dlouhodobé rovnováhy (long-run equilibrium) mezi ekonomickými veličinami.
- Tedy **jednotlivé časové řady jsou sice nestacionární, ale jejich společný (kointegrační) pohyb v čase dlouhodobě směřuje** např. v důsledku různých tržních sil **k určitému rovnovážnému stavu** (i když je možné, že v krátkodobých (short-run) časových úsecích dochází k vychýlením od takového dlouhodobému vybalancování).



Testování kointegrace

- Testováním kointegrace se rozumí stanovení počtu r kointegračních vztahů v daném VAR modelu (pro případnou konstrukci EC modelu).
- Kointegrace je potvrzena v případě, že $r > 0$ (speciálně i případ stacionární VAR s $r = m$ lze považovat za kointegraci, kde přímo každá rovnice představuje jeden kointegrační vztah).
- Pro testování kointegrace se v praxi nejvíce využívá Johansenův kointegrační test.



Johansenův kointegrační test

- Johansen (1988) vyvinul odhadovou techniku maximální věrohodnosti, která umožňuje testovat kointegrační vazby.
- Johansenův přístup testuje omezení vyplývající z kointegrace na VAR modelu.
- Při testování kointegrace je nejdříve nutné aplikovat test jednotkového kořene k zjištění, zda všechny proměnné jsou integrovány řádu $I(1)$ neboli stacionární na první diferenci.



Johansenův kointegrační test

- V závislosti na tom, zda y_t a/nebo kointegrační vektory mají konstantu a/nebo deterministický trend, existuje v praxi pět modelů:
 - (i) žádný deterministický trend v datech - žádná konstanta nebo trend v kointegrační rovnici nebo test VAR,
 - (ii) žádný deterministický trend v datech - konstanta (ne trend) v kointegrační rovnici;
 - (iii) existují deterministické trendy v datech – konstanta (ne trend) v kointegrační rovnici a test VAR;
 - (iv) existují deterministické trendy v datech – konstanta a trend v kointegrační rovnici, ne konstanta ve VAR;
 - (v) existují kvadratické deterministické trendy v datech – konstanta a trend v kointegrační rovnici, konstanta ve VAR.



Johansenův kointegrační test

- V Johansenově testu je počítáno pomocí maximalizace.
- Uvedených pět specifikací je pak testováno pomocí dvou pravděpodobnostních testovacích kritérií k určení počtu kointegračních vazeb, tedy Maximum eigenvalue statistic a Trace statistic.
- K testování hypotézy $H_0: r \leq r_0$, že existuje r kointegračních vektorů a alternativní hypotéze $H_1: r = r_0 + 1$, slouží Maximum eigenvalue statistic.



Johansenův kointegrační test

- Maximum eigenvalue test je založen na odhadu největší charakteristické hodnoty matice (eigenvalue).
- Nulová hypotéza $H_1: r_0 < r \leq k$ a alternativní hypotéza $H_0: r \leq r_0$, může být testována použitím Trace testu, který kontroluje, zda nejmenší charakteristické hodnoty matice jsou významně odlišné od nuly.



Model korekce chyby

- Pokud se v rámci kointegrace zjistí dlouhodobá rovnovážná vazba mezi proměnnými a možnosti vzniku krátkodobých výkyvů mezi danými veličinami, k odhalení těchto výkyvů slouží v rámci kointegrace model korekce chyby.
- Model korekce chyby (error correction model, ECM) je adekvátním nástrojem pro zkoumání krátkodobých odchylek nutných k dosažení dlouhodobé rovnováhy mezi zkoumanými proměnnými.



Model korekce chyb

- Uvažujme dvě řady $\{x_t\}$ a $\{y_t\}$, které jsou obě nestacionární typu $I(1)$.
- Podezření, že první řada ovlivňuje druhou, se bude vzhledem k jejich nestacionaritě vyšetřovat pomocí modelu

$$\Delta y_t = \gamma * \Delta x_t + \varepsilon_t$$

- Protože nás vztah mezi proměnnými x a y zajímá až po jeho dlouhodobém vyvážení do rovnovážného stavu, kdy přírůstky proměnných za časové jednotky jsou (téměř) nenulové, nemá z tohoto pohledu výše uvedený vztah žádnou vypovídací schopnost.
- Pokud je reálné považovat řady $\{x_t\}$ a $\{y_t\}$ právě v dlouhodobém horizontu za kointegrované, pak můžeme tento model korigovat a uvažovat opravený model

$$\Delta y_t = \gamma * \Delta x_t + \alpha(y_{t-1} + \beta x_{t-1}) + \varepsilon_t$$



Model korekce chyb

- Tento model se označuje jako EC model, pro zdůraznění VAR kontextu se používá označení VEC (vector error correction).
- Výrazy y_{t-1} a x_{t-1} jsou korekční členy (error correction terms),
- Parametry typu β popisují dlouhodobé kointegrační vztahy mezi proměnnými, parametry typu γ popisují krátkodobé vztahy mezi proměnnými a parametry typu α **určují rychlost přizpůsobení rovnovážnému stavu.**



Konstrukce VEC modelu

- 1. Provedou se testy na jednotkové kořeny. Pokud jsou nulové hypotézy o jednotkových kořenech zamítnuty, pak jsou tyto časové řady stacionární. V opačném případě obsahují dané řady vzhledem k jednotkovým kořenům stochastické trendy, takže se přejde ke kroku (2).
- 2. Provedou se testy na kointegraci, např. Johansenův test. Pokud je kointegrace zamítnuta ($r=0$), přejde se ke kroku (3). Pokud je potvrzena existence r kointegračních vztahů ($0 < r < m$), přejde se ke kroku (4). (Pozn. případ $r=m$ je vyloučen krokem (1)).
- 3. Protože kointegrace byla zamítnuta, zkonstruuje se pro stacionární řadu model VAR či jiný model.
- 4. Protože existuje r kointegračních vztahů ($0 < r < m$), odhadne se pro y_1, \dots, y_n příslušný EC model.

Příklad

- Zjištění koitegrační rovnice pro vývoj kurzu akciového indexu S&P 500 (^GSPC) a NASDAQ Composite (^IXIC)
- Období: 22. 2. 2016 – dosud
- Úkoly:
 - Stáhněte dané časové řady z Finance Yahoo
 - Pomocí VAR modelu určete optimální zpoždění
 - Zjistěte, zda jsou obě řady stacionární $I(1)$
 - Zjistěte, zda existuje kointegrační vztah mezi proměnnými + запиšte kointegrační rovnici
 - Pomocí modelu korekce chyby zjistěte rychlost přizpůsobení k dlouhodobé rovnováze

Děkuji za pozornost a přeji pěkný
den 😊