Diskrétní náhodná veličina

Distribuční funkce $$F(x) = P(X \leq x)$$

Platí:
$$p(x) \geq 0, x \in X$$
$$\sum_{x \in X} p(x) = 1$$

Střední hodnota: $$E(X) = \sum_{x \in X} x\, p(x)$$

Rozptyl: $$Var(X) = \sum \left(x - E(X)\right)^2 p(x)$$

Směrodatná odchylka: $$\sigma(X) = \sqrt{Var(X)}$$

Kvantily:
$$P(X \leq x_p) \geq p$$
$$P(X \geq x_p) \geq 1 - p$$

Spojitá náhodná veličina

Distribuční funkce $$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt$$

Platí:
$$f(x) \geq 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$$

Střední hodnota: $$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,dx$$

Rozptyl: $$Var(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(x - E(X)\right)^2 f(x)\,dx$$

Rozhodněte, které z uvedených předpisů představují diskrétní rozdělení pravděpodobnosti.

součet pravděpodobností p(x) musí být jedna, jednotlivé pravděpodobnosti p(x) jsou nezáporné

a)

x	*p(x)*
0	0.1
1	0.1
2	0.6
3	0.1

součet 0.9 NE

b)

x	*p(x)*
-1	0.5
0	0.7
1	-0.3
2	0.1

součet 1

ale p(1) je záporná, tudíž NE

c)

x	*p(x)*
-2	0.4
-1	0.2
0	0.1
1	0.1
2	0.2

součet 1 ANO

Dlouhodobým pozorováním bylo zjištěno, že počet pracovních úrazů v jedné firmě je náhodná veličina s následujícím rozdělením pravděpodobnosti:

x	*p(x)*	F(x)
0	0.14	0.14
1	0.22	0,14+0,22=0,36
2	0.37	0,36+0,37=0,73
3	0.25	0,73+0,25=0,98
4	0.02	0,98+0,02=1

1. Určete hodnoty distribuční funkce F(x). F(x) kumuluje p(x)
2. Určete pravděpodobnost
   - právě 1 pracovního úrazu v následujícím měsíci, slovo "právě" odkazuje na pravděpodo
   - nejvýše 2 pracovních úrazů v následujícím měsíci, slovo "nejvýše" odkazuje na distribuční
   - alespoň 3 pracovních úrazů v následujícím měsíci. slovo "alespoň" odkazuje na negaci výr
3. Určete
   - střední hodnotu počtu úrazů během měsíce, Σx*p(x) = 0*0,14+1*0,22+2*0,37*3*0,25+4*0,02=1,79
   - modus, počet úrazů s největší pravděpodobností p(x), tedy Mod(X)=2

- medián. medián je 50procentní kvantil, P(X≤2) = F(2) = 0,73 > 0,5 … OK

P(X≥2) = 1 - F(1) = 1 - 0,36 = 0,64 > 0,5 … OK Med(X) =

4. Určete směrodatnou odchylku počtu úrazů. Var(X) = Σ(x-E(x))^2*p(x) = (0-1,79)^2*0,14+(1-1,79)^2*0,22+(2-1,79

$$P(X \leq x_p) \geq p$$
$$P(X \geq x_p) \geq 1 - p$$

bnost, tedy p(1)= 0,22
funkci, tedy F(2) = 0,73
azu "nejvýše", tedy 1 - F(2) = 1 - 0,73 = 0,27

2

)^2*0,37+(3-1,79)^2*0,25+(4-1,79)^2*0,22=1,0659

Životnost nové výrobní linky na strojové česání chmele má charakter náhodné veličiny s rozdělením pravděpodobnosti daným předpisem:

$$f(x) = \frac{3}{2}x - \frac{3}{4}x^2 \qquad 0 \le x \le 2$$

1. Dokažte, že uvedený předpis představuje funkci hustoty pravděpodobnosti spojité náhodné veličiny.
2. Nalezněte vztah pro distribuční funkci tohoto rozdělení.
3. Vypočtěte střední hodnotu a směrodatnou odchylku rozdělení.

ad 1

první podmínka: f(x)≥0

výpočet: 3/2*x-3/4*x^2≥0

…

získáme: x patří do intervalu <0;2>

druhá podmínka

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$$

výpočet: $\int_0^2 \left(\frac{3}{2}x - \frac{3}{4}x^2\right) dx = \cdots = 1$

ad 2

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt$$

výpočet: $F(X) = \int_{0}^{x} f(t)dt = \int_{0}^{x} \left(\frac{3}{2}t - \frac{3}{4}t^2\right) dt = \cdots = \frac{1}{4}x^2(3-x)$

ad 3

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,dx$$

střední hodnota

výpočet: $E(X) = \int_{0}^{x} x\left(\frac{3}{2}x - \frac{3}{4}x^2\right) dx = \cdots = 1$

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - E(X))^2 f(x)\,dx$$

rozptyl

výpočet: $Var(X) = \int_{0}^{2} (x-1)^2 \left(\frac{3}{2}x - \frac{3}{4}x^2\right) dx = \cdots = 0{,}2$

směrodatná odchylka je odmocninou z rozptylu, tj. odmocnina z 0,2 = 0,45