Diskrétní pravděpodobnostní modely

Stejnoměrné rozdělení

pravděpodobnostní funkce $$P(x) = \frac{1}{k}$$ k … počet hodnot

střední hodnota $$E(X) = \frac{k+1}{2}$$

rozptyl $$Var(X) = \frac{k^2 - 1}{12}$$

Binomické rozdělení

pravděpodobnost $$P(X = x) = \frac{n!}{(n-x)!\,x!} p^x (1-p)^{n-x}$$

střední hodnota $$E(X) = n \cdot p$$

n … počet opakování
p … pravděpodobnost úspěchu

rozptyl $$Var(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$$

Poissonovo rozdělení

Pravděpodobnost $$P(x \mid \lambda, t) = \frac{(\lambda t)^x e^{-\lambda t}}{x!}$$

střední hodnota $$E(X) = \lambda.t$$

λ … intenzita
t … časový úsek
e … Eulerovo číslo; přibližně 2,7183

rozptyl $$Var(X) = \lambda.t$$

Stejnoměrné rozdělení

(náhodná veličina nabývá *k* různých hodnot se stejnou pravděpodobností)

1. Určete, s jakou pravděpodobností padne při hodu kostkou trojka.

$P\ ($

k = 6, na hrací kostce je 6 hodnot pravděpodobnost = 0.16667

2. Určete, s jakou pravděpodobností padne při hodu kostkou nejvýše trojka.

nejvýše trojka = jednička nebo dvojka nebo trojka pravděpodobnost = 0.5

3. Určete střední hodnotu.

$$E(X) = \frac{k+1}{2}$$ 3.5

4. Určete rozptyl.

$$Var(X) = \frac{k^2 - 1}{12}$$ 2.91667

$$P(x) = \frac{1}{k}$$

Binomické rozdělení
(2 navzájem se vylučující alternativy)

Na 1000 novorozenců se narodí 515 chlapců a 485 dívek.
Předpokládáme rodinu se 4 dětmi.
1. Určete pravděpodobnost, že se v rodině narodí právě 4 chlapci.

pravděpodobnost narození chlapce: 515/1000 = 0,515

funkce BINOM.DIST:
počet úspěchů… počet dětí vybraného pohlaví
pokusy … počet dětí v rodině
pravděpodobnost úspěchu
kumulativní … 0 pro "právě", 1 pro "nejvýše"

pravděpodobnost = 0.07034

2. Určete pravděpodobnost, že se v rodině narodí alespoň 2 dívky.

pravděpodobnost narození dívky: 485/1000 = 0,485

negace "alespoň 2 dívky" je "nejvýše 1 dívka"

pravděpodobnost = 0.66467

3. Určete střední hodnotu počtu dívek narozených v rodině se 4 potomky.

$$E(X) = n \cdot p$$

1.94

4. Určete rozptyl počtu chlapců narozených v rodině se 4 potomky.

$$Var(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$$

0.9991

Poissonovo rozdělení
(jevy nastávají během určitého časového intervalu s danou intezitou)

Do prodejny přicházejí průměrně 3 zákazníci během hodiny.
1. S jakou pravděpodobností přijde během následujcí hodiny právě 1 zákazník?

funkce POISSON.DIST:
X … počet osob
střední … průměrný počet zákazníků během hodiny * časový interval
kumulativní … 0 pro "právě", 1 pro "nejvýše"

pravděpodobnost = 0.14936

2. S jakou pravděpodobností přijde během následujcích 20 minut právě 1 zákazník?

20 minut = 1/3 hodiny

pravděpodobnost = 0.36788

3. S jakou pravděpodobností přijdou během následujících 20 minut alespoň 2 zákazníci?

negace "alespoň 2 zákazníci" je "nejvýše 1 zákazník"

pravděpodobnost = 0.26424

4. S jakou pravděpodobností přijde během následujících 90 minut více než 5 zákazníků?

90 minut = 1,5 hodiny

negace "více než 5 zákazníků" je "nejvýše 5 zákazníků"

pravděpodobnost = 0.29707

5. S jakou pravděpodobností přijdou během následujících 90 minut nejvíce 2 zákazníci?

pravděpodobnost = 0.173578