



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**

OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

**Kointegrace a modely
korekce chyb**

Analýza panelových dat

**Nelinearita finančních
časových řad a modely
volatility**

Finanční ekonometrie

3. tutoriál



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Kointegrace a modely korekce chyb



Kointegrace

- Ekonomické časové řady jsou velmi často integrovány řádu $I(1)$ a obsahují stochastický trend.
- V ekonomické teorii se však očekává, že řady by měly být v určitém dlouhodobém rovnovážném stavu, přestože jejich průběh v čase může být značně kolísavý.
- V krátkodobém horizontu mohou tyto řady značně kolísat, ale v dlouhodobém horizontu by měly dosáhnout rovnovážného stavu.



Kointegrace

- Ve většině případů, pokud se lineárně kombinují (jednorozměrné) nestacionární řady, je výsledná (jednorozměrná) řada opět nestacionární.
- Pro ekonomické a finanční časové řady lze poměrně často původně nestacionární řady lineárně kombinovat tak, že výsledná kombinace je již stacionární.
- Tento případ se označuje jako **kointegrace** (cointegration) a lze jej interpretovat jako vztah určité dlouhodobé rovnováhy (long-run equilibrium) mezi ekonomickými veličinami.
- Tedy **jednotlivé časové řady jsou sice nestacionární, ale jejich společný (kointegrační) pohyb v čase dlouhodobě směřuje** např. v důsledku různých tržních sil **k určitému rovnovážnému stavu** (i když je možné, že v krátkodobých (short-run) časových úsecích dochází k vychýlením od takového dlouhodobému vybalancování).



Testování kointegrace

- Testováním kointegrace se rozumí stanovení počtu r kointegračních vztahů v daném VAR modelu (pro případnou konstrukci EC modelu).
- Kointegrace je potvrzena v případě, že $r > 0$ (speciálně i případ stacionární VAR s $r = m$ lze považovat za kointegraci, kde přímo každá rovnice představuje jeden kointegrační vztah).
- Pro testování kointegrace se v praxi nejvíce využívá Johansenův kointegrační test.



Johansenův kointegrační test

- Johansen (1988) vyvinul odhadovou techniku maximální věrohodnosti, která umožňuje testovat kointegrační vazby.
- Johansenův přístup testuje omezení vyplývající z kointegrace na VAR modelu.
- Při testování kointegrace je nejdříve nutné aplikovat test jednotkového kořene k zjištění, zda všechny proměnné jsou integrovány řádu $I(1)$ neboli stacionární na první diferenci.



Johansenův kointegrační test

- V závislosti na tom, zda y_t a/nebo kointegrační vektory mají konstantu a/nebo deterministický trend, existuje v praxi pět modelů:
 - (i) žádný deterministický trend v datech - žádná konstanta nebo trend v kointegrační rovnici nebo test VAR,
 - (ii) žádný deterministický trend v datech - konstanta (ne trend) v kointegrační rovnici;
 - (iii) existují deterministické trendy v datech – konstanta (ne trend) v kointegrační rovnici a test VAR;
 - (iv) existují deterministické trendy v datech – konstanta a trend v kointegrační rovnici, ne konstanta ve VAR;
 - (v) existují kvadratické deterministické trendy v datech – konstanta a trend v kointegrační rovnici, konstanta ve VAR.



Johansenův kointegrační test

- V Johansenově testu je počítáno pomocí maximalizace.
- Uvedených pět specifikací je pak testováno pomocí dvou pravděpodobnostních testovacích kritérií k určení počtu kointegračních vazeb, tedy Maximum eigenvalue statistic a Trace statistic.
- K testování hypotézy $H_0: r \leq r_0$, že existuje r kointegračních vektorů a alternativní hypotéze $H_1: r = r_0 + 1$, slouží Maximum eigenvalue statistic.



Johansenův kointegrační test

- Maximum eigenvalue test je založen na odhadu největší charakteristické hodnoty matice (eigenvalue).
- Nulová hypotéza $H_1: r_0 < r \leq k$ a alternativní hypotéza $H_0: r \leq r_0$, může být testována použitím Trace testu, který kontroluje, zda nejmenší charakteristické hodnoty matice jsou významně odlišné od nuly.



Model korekce chyby

- Pokud se v rámci kointegrace zjistí dlouhodobá rovnovážná vazba mezi proměnnými a možnosti vzniku krátkodobých výkyvů mezi danými veličinami, k odhalení těchto výkyvů slouží v rámci kointegrace model korekce chyby.
- Model korekce chyby (error correction model, ECM) je adekvátním nástrojem pro zkoumání krátkodobých odchylek nutných k dosáhnutí dlouhodobé rovnováhy mezi zkoumanými proměnnými.



Model korekce chyb

- Uvažujme dvě řady $\{x_t\}$ a $\{y_t\}$, které jsou obě nestacionární typu $I(1)$.
- Podezření, že první řada ovlivňuje druhou, se bude vzhledem k jejich nestacionaritě vyšetřovat pomocí modelu

$$\Delta y_t = \gamma * \Delta x_t + \varepsilon_t$$

- Protože nás vztah mezi proměnnými x a y zajímá až po jeho dlouhodobém vyvážení do rovnovážného stavu, kdy přírůstky proměnných za časové jednotky jsou (téměř) nenulové, nemá z tohoto pohledu výše uvedený vztah žádnou vypovídací schopnost.
- Pokud je reálné považovat řady $\{x_t\}$ a $\{y_t\}$ právě v dlouhodobém horizontu za kointegrované, pak můžeme tento model korigovat a uvažovat opravený model

$$\Delta y_t = \gamma * \Delta x_t + \alpha(y_{t-1} + \beta x_{t-1}) + \varepsilon_t$$



Model korekce chyb

- Tento model se označuje jako EC model, pro zdůraznění VAR kontextu se používá označení VEC (vector error correction).
- Výrazy y_{t-1} a x_{t-1} jsou korekční členy (error correction terms),
- Parametry typu β popisují dlouhodobé kointegrační vztahy mezi proměnnými, parametry typu γ popisují krátkodobé vztahy mezi proměnnými a parametry typu α **určují rychlost přizpůsobení rovnovážnému stavu.**



Konstrukce VEC modelu

- 1. Provedou se testy na jednotkové kořeny. Pokud jsou nulové hypotézy o jednotkových kořenech zamítnuty, pak jsou tyto časové řady stacionární. V opačném případě obsahují dané řady vzhledem k jednotkovým kořenům stochastické trendy, takže se přejde ke kroku (2).
- 2. Provedou se testy na kointegraci, např. Johansenův test. Pokud je kointegrace zamítnuta ($r=0$), přejde se ke kroku (3). Pokud je potvrzena existence r kointegračních vztahů ($0 < r < m$), přejde se ke kroku (4). (Pozn. případ $r=m$ je vyloučen krokem (1)).
- 3. Protože kointegrace byla zamítnuta, zkonstruuje se pro stacionární řadu model VAR či jiný model.
- 4. Protože existuje r kointegračních vztahů ($0 < r < m$), odhadne se pro y_1, \dots, y_n příslušný EC model.

Příklad

- Zjištění koitegrační rovnice pro vývoj kurzu akciového indexu S&P 500 (^GSPC) a NASDAQ Composite (^IXIC)
- Období: 22. 2. 2016 – dosud
- Úkoly:
 - Stáhněte dané časové řady z Finance Yahoo
 - Pomocí VAR modelu určete optimální zpoždění
 - Zjistěte, zda jsou obě řady stacionární $I(1)$
 - Zjistěte, zda existuje kointegrační vztah mezi proměnnými + запиšte kointegrační rovnici
 - Pomocí modelu korekce chyby zjistěte rychlost přizpůsobení k dlouhodobé rovnováze



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Analýza panelových dat



Analýza panelových dat

- Panelová regrese (neboli analýza panelových dat) je statisticko-ekonomická metoda, která se zabývá analýzou vztahů a souvislostí dat ve dvourozměrném prostoru.
- První rozměr tvoří časová veličina, druhým rozměrem jsou průřezová data jednotlivých objektů pozorování.
- Analýzu panelových dat lze definovat jako studium jednotlivých subjektů (jednotlivců, domácností, podniků, regionů, států, ...) a jejich vzájemných vztahů, u kterých se periodicky provádí zjišťování charakteristických znaků a jejich následné hlubší prozkoumávání.



Panelová data

- Panelová data jsou data, kde jsou charakteristiky za jednotlivá pozorování zjišťovány za více časových období.
- Panel (panel data set) je soubor jednotek, které si jsou nějakou charakteristickou vlastností velmi podobné nebo příbuzné (osoby, domácnosti, firmy, země), na kterých se provádí kontinuální (v čase se opakující) pozorování.
- Nutnou podmínkou pro možnost definování panelu a následné analýzy panelových dat je zejména ta skutečnost, že soubor jednotek se v čase nemění vypadnuté jednotky se nenahrazují novými.



Panelová regrese - výhody

- lze získat velké množství pozorování, které není v konvenčních časových řadách dostupné
- kontrola individuální heterogenity
- více informační data
- lépe vystihují dynamiku přizpůsobivosti
- lépe identifikují a měří efekty nedekovatelné pouze analýzou průřezových dat nebo časové rady
- dovolují konstruovat a testovat komplikovanější modely
- eliminují odchylky způsobené agregací přes pozorované jednotky



Panelová regrese - nevýhody

- problémy s návrhem a sběrem dat
- problémy výběru vzorku, krátká časová řada, nebo průřezové závislosti
- zkreslení chyb měření
- malé dimenze časových řad
- problém heteroskedasticity či autokorelace, problém průřezových korelací mezi jednotlivými subjekty v daných časových obdobích apod.



Panelová regrese

- Základní regresní model panelových dat:

$$y_{it} = \beta_1 x_{it1} + \beta_2 x_{it2} + \dots + \beta_k x_{itk} + \alpha_1 Z_{i1} + \alpha_2 Z_{i2} + \dots + \alpha_q Z_{iq} + u_{it}$$

- kde:
 - index i označuje průřezový rozměr $i = 1, \dots, n$,
 - index t časový rozměr $t = 1, \dots, T$,
 - proměnné x_1 až x_k jsou vysvětlující proměnné nezahrnující vektor jednotek,
 - proměnné z_1 až z_q představují individuální efekty – různorodost, kterou se může odlišovat jednotlivec nebo celá skupina od ostatních entit – sem se zařazuje případný vektor jednotek.
 - Individuální efekty se nemění s časem.



Individuální efekty

- Problém heterogenity v panelových modelech řeší dva typy modelů, a to modely fixních efektů a modely náhodných efektů.
- Efekty slouží k odstranění určité veličiny z panelových dat, která se liší mezi jednotlivými skupinami nebo v čase.
- Modely umožňují postihnout určitá specifika dílčí časové řady nebo země.

- Model s fixními efekty (Fixed Effects Model)
- Model náhodných efektů (Random Effects Model)



Model s fixními efekty

- Model s fixními efekty je lineární regresní model, ve kterém se konstanta mění v průběhu jednotlivých jednotek i



Model s náhodnými efekty

- V regresní analýze se považuje za standardní praxi předpokládat, že velká část faktorů, které mají dopad na chování závislé proměnné a přitom nejsou explicitně součástí nezávislých proměnných, jsou zahrnuty do faktoru vyjadřujícího náhodné výkyvy.
- Pokud provedeme v čase opakované zjišťování u N objektů, předpokládá se často, že některé proměnné budou reprezentovat faktory, které jsou příznačné jak jednotlivým objektům, tak jednotlivým časovým úsekům.
- Jiné proměnné budou odrážet individuální rozdíly, které mají v průběhu času sklon ovlivňovat získané hodnoty jednotlivých objektů víceméně stejným způsobem.
- Konečně poslední část proměnných bude odrážet faktory, které jsou vlastní specifickým časovým úsekům, ale mají podobný dopad na chování jednotlivých objektů panelu.



Test individuálních efektů

- Pro panelová data vhodnou volbou mezi fixními a náhodnými efekty zahrnuje zkoumání, zda regresory jsou korelovány s individuálním (nepozorovaným ve většině případů) efektem.
- K rozhodování mezi metodou fixních a náhodných efektů se používá **Hausmanův test**.
- Hausmanův test testuje, zda odhad fixními a náhodnými efekty je výrazně odlišný.
- Nulová hypotéza H_0 zní, že náhodné efekty jsou konzistentní a efektivní.
- Alternativní hypotéza H_1 říká, že náhodné efekty jsou nekonzistentní (a fixní efekty budou vždy konzistentní).
- **Pokud je nulová hypotéza zamítnuta, není vhodné použití metody náhodných efektů** z důvodu, že náhodná proměnná, která je zahrnutá do chybové složky, je pravděpodobně korelována s jednou nebo více nezávisle proměnnými.
- V tomto případě je tedy vhodnější **použití metody fixních efektů**.
- V případě, že **nulová hypotéza zamítnuta není**, což značí, že mezi odhadnutými koeficienty neexistují podstatné rozdíly, **lze použít obě metody**.



Test individuálních efektů

- Při rozhodování mezi použitím fixních a náhodných efektů je nutné zhodnotit, zda jsou jednotlivé veličiny (pozorování) náhodně vybrány z určité skupiny.
- Pokud nejsou náhodně vybrány, není možné použít regresní analýzy s náhodnými efekty, ale je potřeba použít regresní analýzu s fixními efekty.

Testy jednotkových kořenů panelových dat

- Testování hypotéz o existenci jednotkových kořenů a kointegrace za použití panelových dat oproti testům v rámci jednorozměrných časových řad přináší dodatečné komplikace.
 - 1. panelová data obecně vnášejí do modelů podstatné množství nepozorované heterogenity, která je spodobněná ve specifických parametrech jednotlivých objektů.
 - 2. v mnoha empirických aplikacích, zejména v aplikacích typu reálných měnových kurzů, se neadekvátně předpokládá nezávislost průřezových dat.
 - 3. je často velmi obtížné interpretovat výsledky určitého panelového modelu v případě zamítnutí hypotézy neexistence jednotkových kořenů nebo neexistence kointegračních vztahů mezi proměnnými v modelu.
- Závěr uskutečněný na základě výsledků testů nemůže tedy obvykle vypadat následovně: statisticky významná část objektů panelu je stacionární nebo kointegrovaná.

Testy jednotkových kořenů panelových dat

- Práce současných autorů navrhují tedy testy jednotkových kořenů panelových dat, které mají větší sílu než testy jednotkových kořenů používaných pro ověřování stacionarity jednorozměrných časových řad. Lze zmínit testy autorů:
 - Levin, Lin a Chu (2002) – test LLC,
 - Breitung (2000),
 - Im, Pesaran a Shin (2003) – test IPS,
 - Maddala a Wu (1999), Choi (2001) – Fisher-ADF test a Fisher-PP test,
 - Hadri (2000).
- Ačkoli se tyto testy nazývají jako „panel unit root“ testy, jedná se v podstatě o testy paralelního zapojení „jednoduchých“ testů jednotkových kořenů jednotlivých časových řad, které jsou aplikovány na panelovou strukturu dat.

Nelinearita finančních časových řad a modely volatility



Finanční časové řady

- Speciálně lineární modely časových řad nejsou schopny zohlednit některé typické vlastnosti finančních řada, jako je např.:
 - Leptokurtické rozdělení: míry zisku finančních aktiv mívají rozdělení, která jsou více špičatá kolem středu, přičemž na koncích je jejich hustota větší a v ramenech menší než u normálního rozdělení se stejnou střední hodnotou a rozptylem; významnou charakteristikou takových rozdělení bývá kladný koeficient špičatosti.
 - Shlukování volatility: tendence volatility finančních trhů objevovat ve shlucích vysokých a nízkých volatilit, tj. velké (malé) výkyvy v míře zisku lze očekávat spíše po větších (menších) předchozích výkyvech (někdy také výbuších volatility (bursts)).
 - Pákový efekt (leverage effect): souvisí s kolísáním volatility v čase, se kterým se lineární modely nejsou schopni vypořádat; konkrétně se jedná o tendenci volatility zvětšit se více po cenovém poklesu než po cenovém nárůstu stejné velikosti.



Modelování volatility

- Modelování a předpovídání volatility je v centru zájmu finančních analýz, protože volatilita uvažovaná jako směrodatná odchylka různých ukazatelů výnosnosti či ztrátovosti je dnes základní mírou rizikovosti finančních aktiv.
- Přestože volatilita není přímo pozorovatelná, má určité charakteristiky, které jsou obvyklé, když se právě sleduje výnosnost nejrozličnějších finančních aktiv:
 - Shlukování volatility: volatilita může být v některých obdobích vysoká a v jiných nízká,
 - Pákový efekt: volatilita reaguje odlišně na cenový vzestup a cenový pokles,
 - Volatilita se vyvíjí spíše spojitě bez nějakých výrazných skoků,
 - Volatilita nediverguje k vysokým (neomezeným) hodnotám, ale její průběh bývá spíše stacionární v určitém rozmezí.



Modely volatility

- Modely volatility (tedy modely popisující variabilitu finančních časových řad) se zabývají modelováním podmíněného rozptylu (na rozdíl od modelů podmíněné střední hodnoty - ARMA).
- Na analýzu volatility se velmi často používají modely založené na konceptu autoregresivní podmíněné heteroskedasticity (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*, ARCH).
- Tyto modely předpokládají v čase proměnlivou volatilitu časových řad, což je jeden ze základních rysů ekonomických a především finančních dat.



Modely volatility

- Jelikož až do 80. let 20. století se ve výzkumu i praxi používaly výhradně modely založené na předpokladu konstantní volatility, staly se modely třídy ARCH základem moderní finanční ekonometrie.
- Základem rozsáhlé skupiny modelů volatility je model ARCH, který v roce 1982 sestavil R.F. Engle (1982).
- Jeho model dokázal jako první popsat měnící se variabilitu časových řad, která je odrazem nejistoty a rizika vyskytujícího se ve finančních časových řadách.



Modely volatility

- Vzhledem k faktu, že modely volatility charakterizují vývoj podmíněného rozptylu stochastického procesu, jedná se vlastně o modely nelineární.
- Přesto se v této skupině modelů rozlišují lineární a nelineární modely.
- Lineární modely vycházejí z jednoduchého funkčního vztahu, kdy je podmíněný rozptyl lineární funkcí zpožděných čtverců reziduí stacionárního autoregresního procesu.
- Mezi nejznámější lineární modely volatility patří ARCH model, modely GARCH nebo GARCH-M.
- Tyto modely byly také zahrnuty do statistického software EViews.



Modely volatility

- Pokud je funkce podmíněného rozptylu a zpožděných čtverců reziduí stacionárního autoregresního procesu nelineární, jde o tzv. nelineární modely volatility.
- Ty jsou schopny zachytit empiricky popsanou vlastnost některých finančních časových, která spočívá v přítomnosti různých asymetrických efektů.
- Nejznámější popsal Black (1976) jako pákový efekt, při kterém se kladné a záporné šoky nepromítají do podmíněného rozptylu časové řady symetricky, jak to popisují lineární modely volatility.
- Lineární modely nejsou takovouto asymetrii schopny popsat, protože jimi popsaný podmíněný rozptyl je závislý na čtverci šoků a nerozlišuje tedy, zda je hodnota šoků kladná nebo záporná.
- Mezi nejvýznamnější nelineární modely patří modely EGARCH (Nelson, 1991), GJR-GARCH (Glosten, Jaganathan a Runkle, 1993) a APARCH (Ding a kol., 1993).
- Přičemž APARCH v sobě zahrnuje jak nelineární, tak i lineární modely.
- Odhady těchto parametrů jsou dostupné v programu EViews.



Teoretické vymezení modelů

- Nutnost aplikace modelů třídy ARCH nabývá na významu zejména při použití časových řad s častější frekvencí pozorování, například denní.
- Ve většině případů se dostaneme do situace, kdy nejsou splněny podmínky, za nichž lze aplikovat lineární modely typu ARMA nebo ARIMA.
- K základním „prohřeškům“ patří hlavně nesplnění podmínky homoskedasticity a normality časových řad.
- Filtrace takových časových řad modelem ARMA nebo ARIMA nevede k časové řadě typu bílého šumu a analyzovaná časová řada je zpravidla charakteristická měnící se variabilitou, kterou nazýváme proměnlivou volatilitou časové řady.



Teoretické vymezení modelů

- Fenomén proměnlivé volatility vysokofrekvenčních finančních dat lze spojit i se shlukováním volatility (volatility clustering).
- Princip shlukování vychází z tendence výrazných změn v cenách finančních aktiv následovat výrazné změny a tendence malých změn následovat malé změny.
- Jinými slovy je současná úroveň volatility pozitivně korelována s úrovní v bezprostředně předcházejících obdobích.
- Finanční časové řady s denní frekvencí pozorování obvykle mají i rozdělení pravděpodobnosti hodnot, které se liší od normálního rozdělení.
- Jejich typické rozdělení je ve skutečnosti špičatější a má „tlustší chvosty“ než normální rozdělení.



Teoretické vymezení modelů

- Engle (1982) upozornil na skutečnost, že standardní lineární modely typu ARMA nebo ARIMA sice umožňují v čase proměnlivou střední hodnotu, ale podmíněný rozptyl je konstantní, což už realitě neodpovídá.
- Bylo tedy nutné navrhnout modely, které by splňovaly předpoklad v čase se měnícího podmíněného rozptylu (případně podmíněné střední hodnoty a podmíněného rozptylu).
- Podstatným rysem této koncepce je, že se nemění původní požadavek normality.



Modely ARCH

- Formálně pak můžeme obecný lineární model ARCH(q) s q členy v autoregresní formě pro n zpoždění zapsat takto:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2$$

- nebo

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{j=1}^p \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 = \omega + \alpha(L) \varepsilon_{t-1}^2$$

- kde σ^2 je podmíněný rozptyl reziduí časové řady, ω je konstanta, α je koeficient a ε^2 jsou rezidua. Jelikož podmíněný rozptyl musí být kladné číslo, pak je dáno, že ω musí být > 0 a α_n musí být ≥ 0 .
- Tyto modely se vyznačují schopností zachytit shluky volatility, protože jestliže je ε_{t-1}^2 nízké, pak lze očekávat, že ε_t^2 bude také nízké, a naopak.



Modely GARCH

- **Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity**
- Autorem modelu GARCH je T. Bollerslev (1986).
- Model GARCH je rozšířením modelu ARCH o zpožděný podmíněný rozptyl.
- Nahrazuje jednodušší model tam, kde by bylo nutné odhadovat velké množství parametrů α_j (*model ARCH s vysokým stupněm q*).
- Podmíněný rozptyl procesu je tedy lineární funkcí čtverců reziduí modelu a zpožděného podmíněného
- rozptylu:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{j=1}^p \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

- nebo

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha(L) \varepsilon_{t-1}^2 + \beta(L) \sigma_{t-1}^2$$



Modely GARCH

- Kladné hodnoty nepodmíněného rozptylu je dosaženo, když $\omega > 0$, $\alpha_i > 0$ pro $i = 1, 2, \dots, q$ a $\beta_j \geq 0$ pro $j = 1, 2, \dots, p$.
- Nepodmíněný rozptyl procesu ε_t je konstantní a má tvar:

$$D(\varepsilon_t) = \frac{\omega}{1 - \alpha(1) - \beta(1)}$$

- Také tento model dokáže podchytit zvýšenou špičatost časové řady.
- Parametry modelů GARCH lze odhadovat pomocí programu EViews, který je odhaduje prostřednictvím maximalizace věrohodnostní funkce.



Modely EGARCH

- **Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity**
- Model je jedním z nejvýznamnějších nelineárních modelů volatility.
- Byl publikován v roce 1991 D.B. Nelsonem .
- *Cílem modelu EGARCH bylo zachytit tzv. asymetrické efekty ve finančních časových řadách.*
- Nejznámějším je pákový efekt, při kterém je vliv záporných šoků na hodnotu podmíněného rozptylu výrazně vyšší nežli vliv šoků kladných.
- Pákový efekt pojmenoval F. Black (1976).
- Model podmíněného rozptylu má následující tvar:

- **EGARCH (1, 1)**

$$\log \sigma_t^2 = \omega + \beta \log \sigma_{t-1}^2 + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + \alpha \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right|$$

- **EGARCH (p, q)**

$$\log \sigma_t^2 = \omega + \sum_{j=1}^q \beta_j \log \sigma_{t-1}^2 + \sum_{j=1}^p \left(\alpha_j \left| \frac{\varepsilon_{t-j}}{\sigma_{t-j}} \right| + \gamma_j \frac{\varepsilon_{t-j}}{\sigma_{t-j}} \right)$$



Modely EGARCH

- Zde platí, že pro popis případné asymetrie je důležitá hodnota parametrů γ_i .
- Je-li různá od nuly, asymetrie se v modelu vyskytuje.
- Je-li hodnota parametru záporná, existuje v časové řadě pákový efekt, tedy vyšší vliv záporných šoků než šoků kladných.
- Je-li hodnota γ_i kladná, je asymetrický efekt opačný.
- Kladné šoky v takovém případě zvyšují volatilitu časové řady více než šoky záporné.

TGARCH

- **Threshold Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity**
- Model vytvořil J.M. Zakoian (1990), dále jej dopracoval spolu R. Rabemananjarem (1993) do tvaru:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{j=1}^p \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 + \sum_{k=1}^r \gamma_k \varepsilon_{t-k}^2 d_{t-k}$$

- **TARCH (1, 1)**

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma \varepsilon_{t-1}^2 d_{t-1}$$

- Vliv kladných šoků je popsán parametry α_i , a vliv šoků záporných parametry γ_k .
- *Pákový efekt se v řadě vyskytuje pokud platí nerovnost $\alpha_i < \gamma_k$.*



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Děkuji za pozornost a
přeji pěkný den 😊