



STATISTIKA

5. PŘEDNÁŠKA

Téma přednášky:

- a) rozdělení náhodné veličiny,*
- b) pravděpodobnostní funkce,*
- c) funkce hustoty,*
- d) distribuční funkce.*

Mgr. Radmila Krkošková, Ph.D.

Náhodná veličina



Náhodná veličina (NV) = Číselný výsledek náhodného pokusu.

Výsledky - obecně různé vlivem náhodných činitelů mají různé pravděpodobnosti realizace

Náhodná veličina (NV) = odpovídá kvantitativnímu znaku populačního souboru (je jeho **zobecněním**)

Rozdělení náhodné veličiny



je pravidlo (předpis), které každé číselné hodnotě nebo množině hodnot přiřazuje pravděpodobnost, že náhodná veličina nabude této hodnoty nebo hodnoty z tohoto intervalu.

Rozdělení náhodné veličiny



Rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny =
úplné poznání NV:

- stanovení hodnot, jichž může NV nabývat
- znalost pravděpodobností, s nimiž NV nabývá určité hodnoty, nebo hodnoty z nějakého intervalu

Vyjádření rozdělení náhodné veličiny



- 1. Pravděpodobnostní funkce**
(typ diskrétní NV)
- 2. Hustota pravděpodobnosti**
(typ spojitě NV)
- 3. Distribuční funkce**
(oba typy NV: diskrétní / spojitý)

Pravděpodobnostní funkce



$p(x)$ – každé hodnotě $x \in \mathbf{D}$ přiřazuje odpovídající pravděpodobnost:

$$p(x) = P(X = x)$$

$p(x)$ splňuje vztahy:

$$\sum_{x \in \mathbf{D}} p(x) = 1$$

$$P(a \leq X \leq b) = \sum_{x=a}^b p(x)$$

- pravděpodobnost, že náhodná veličina nabude hodnoty z intervalu $[a, b] \subset \mathbf{D}$, je rovna součtu pravděpodobností hodnot z tohoto intervalu (\mathbf{D} je množina diskrétních hodnot)

Hustota pravděpodobnosti



- **Hustota pravděpodobnosti** $f(x)$ je nezáporná funkce splňující podmínku:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt = 1$$

- **Celá plocha pod grafem funkce** $f(x)$ – nad osou x je rovna 1

Distribuční funkce



- **Distribuční funkce** $F(x)$ je definovaná na \mathbb{R} vztahem:

$$F(x) = P(X \leq x)$$

- $F(x)$ je neklesající funkce splňující:

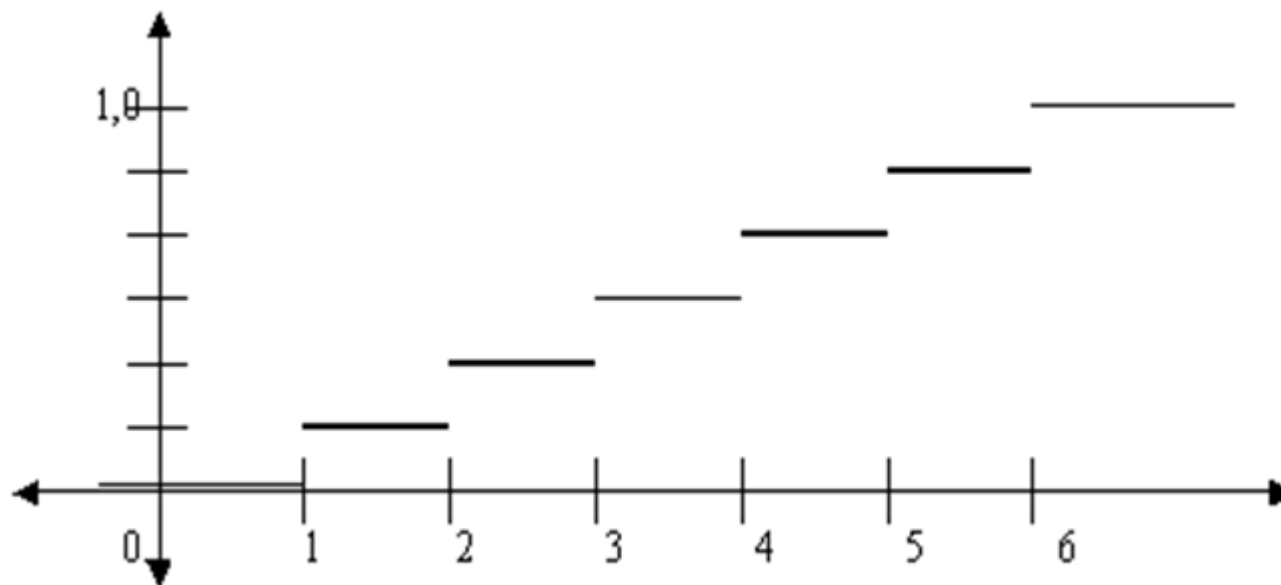
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0 \text{ pro } x \rightarrow -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1 \text{ pro } x \rightarrow +\infty$$

Příklad distribuční funkce pro diskrétní NV: Hrací kostka



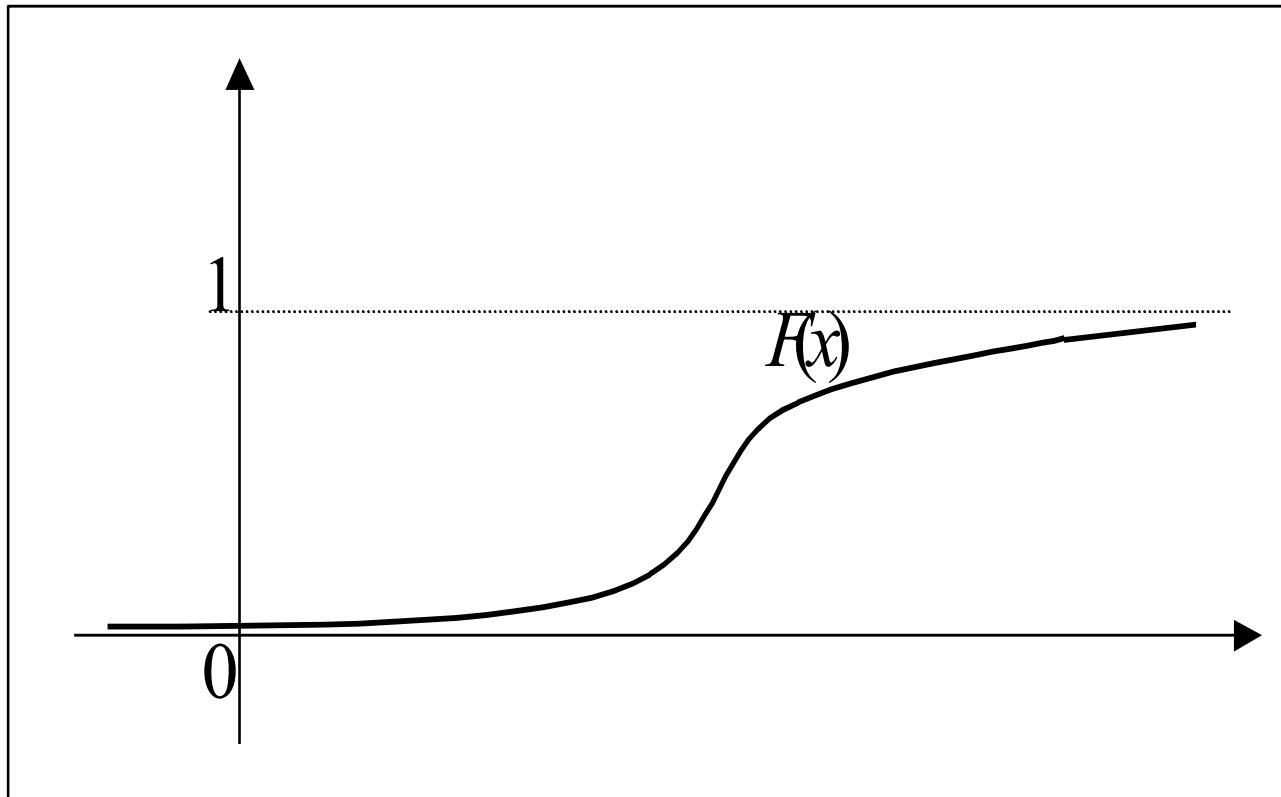
$$F(x) = P(X \leq x)$$



Distribuční funkce spojitě NV



1. Neklesající spojitá funkce
2. Limity 0 a 1 pro $x \rightarrow \pm\infty$



Vztah mezi hustotou a distribuční funkcí



- Mezi hustotou pravděpodobnosti a distribuční funkcí platí následující vztahy: HP je **derivací** DF:

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$$

- Naopak: distribuční funkce náhodné veličiny je **neurčitým integrálem** (primitivní funkcí) k hustotě pravděpodobnosti, tj.

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

Závěr přednášky



Děkuji Vám za pozornost !!!