



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Název projektu	Rozvoj vzdělávání na Slezské univerzitě v Opavě
Registrační číslo projektu	CZ.02.2.69/0.0./0.0/16_015/0002400

Expertní systémy

Neurčitost

Jan Górecki



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ



- Neurčitost je charakteristickým rysem složitých systémů. Vlastní povaha reality způsobuje, že poznatky, které z ní získáváme, jsou neurčité či vágní.
-

Příčiny neurčitosti



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- problémy s daty; např.:
 - chybějící nebo nedostupná data
 - nespolehlivá data (např. z důvodu chyb měření)
 - nepřesná nebo nekonzistentní reprezentace dat
-

Příčiny neurčitosti



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- nejisté znalosti; např.:
 - znalost nemusí být platná ve všech případech
 - znalost může obsahovat vágní pojmy.
-

Vyjádření neurčitosti



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- Neurčitost bývá v ES vyjadřována obvykle numerickými parametry, které se v různých systémech nazývají různě, např. *váhy*, *míry*, *stupně důvěry*, *faktory jistoty*.
-

Vyjádření neurčitosti



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- Tyto numerické parametry se přiřazují jednotlivým tvrzením nebo pravidlům. Často nabývají hodnot z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$ nebo $\langle -1, 1 \rangle$.
-

Vyjádření neurčitosti



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- Většinou se neurčitost vyjadřuje pomocí jediného čísla. Postupně se však začínají prosazovat přístupy, v nichž je neurčitost vyjadřována dvojicí čísel (tato dvojice může být např. interpretována jako interval hodnot).
-

Vyjádření neurčitosti



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- Existují také systémy, kde se pracuje s kvalitativně vyjádřenými neurčitostmi.
-

Přístupy ke zpracování neurčitosti



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- Přístupy založené na *ad hoc* modelech, použitých např. v:
 - systému MYCIN (jsou zde použity faktory jistoty),
 - systému PROSPECTOR (pseudobayesovské přístupy).
-



- Přístupy založené na teoretických principech, např. na:
 - teorii pravděpodobnosti,
 - teorii fuzzy množin,
 - teorii fuzzy míry (sem patří např. Dempster-Shaferova teorie a teorie možnosti).
-

Problémy při zpracování neurčitosti



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- Omezme se na problematiku pravidlových systémů. Při zpracování neurčitosti se zde střetáváme s následujícími problémy (problémy aproximativní inference):
-

Problémy při zpracování neurčitosti



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- Jak kombinovat neurčitá data v předpokladu pravidla?
-

Problémy při zpracování neurčitosti



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- Jak kombinovat neurčitost předpokladu pravidla a neurčitost pravidla jako celku?
-

Bayesovský přístup



- Bayesovský přístup je nejstarší a nejlépe definovanou technikou pro zpracování neurčitosti.
- Uvažujme znalost ve tvaru pravidla $E \rightarrow H$, které říká, že předpoklad (*evidence*) E podporuje závěr (*hypothesis*) H .
- Neurčitost závěru H v závislosti na předpokladu E může být kvantifikována pomocí podmíněné pravděpodobnosti

$$P(H | E).$$

Bayesovy vzorce (1)



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

$$P(H | E) = \frac{P(E | H)P(H)}{P(E)}$$

Bayesovy vzorce (2)



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

$$P(H | E) = \frac{P(E | H)P(H)}{P(E | H)P(H) + P(E | \neg H)P(\neg H)}$$

Apriorní pravděpodobnostní šance



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

$$O(H) = \frac{P(H)}{P(\neg H)} = \frac{P(H)}{1 - P(H)}$$

Aposteriorní pravděpodobnostní šance:



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

$$O(H | E) = \frac{P(H | E)}{P(\neg H | E)} = \frac{P(H | E)}{1 - P(H | E)}$$

Šance a pravděpodobnost



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Pravděpodobnost lze ze šance vypočítat podle vztahu

$$P = \frac{O}{O+1}$$

Míry postačitelnosti a nezbytnosti



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Z Bayesových vzorců pro $P(H | E)$ a $P(\neg H | E)$ plyne, že

$$O(H | E) = L \cdot O(H) \quad \text{kde} \quad L = \frac{P(E | H)}{P(E | \neg H)}$$

L se nazývá *mírou postačitelnosti* (velká hodnota $L \gg 1$ říká, že předpoklad E je postačitelny k dokázání hypotézy H).

Míry postačitelnosti a nezbytnosti



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Obdobně platí $O(H | \neg E) = \hat{L} \cdot O(H)$ kde $\hat{L} = \frac{P(\neg E | H)}{P(\neg E | \neg H)}$

je *míra nezbytnosti* (malá hodnota $0 < \hat{L} \ll 1$) znamená, že E je nezbytné pro dokázání H).

Váhy pravidel v prospectorovských systémech



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- Míry postačitelnosti a nezbytnosti zadává pro každé pravidlo expert jako svoje subjektivní váhy. Pravidlo $E \rightarrow H$ se vlastně chápe jako pravidlo

if E then H with váha L else H with váha L^{\wedge} ,

- resp. jako dvojice pravidel

$E \rightarrow H (L)$ a $\neg E \rightarrow H (L^{\wedge})$.

Vliv neurčitosti tvrzení E



- Předpokládejme, že k výroku E není přiřazena logická hodnota pravda nebo nepravda, ale je k dispozici pouze nějaké relevantní pozorování E' . Pak platí

$$\begin{aligned} P(H | E') &= P(H \wedge E | E') + P(H \wedge \neg E | E') = \\ &= P(H | E \wedge E')P(E | E') + P(H | \neg E \wedge E')P(\neg E | E') \end{aligned}$$

Vliv neurčitosti tvrzení E



- Můžeme udělat tento oprávněný předpoklad: Víme-li, že E je pravda nebo nepravda, pak pozorování E' nepřináší žádnou další informaci o H . Potom můžeme předchozí vztah přepsat do tvaru

$$\begin{aligned} P(H | E') &= P(H | E)P(E | E') + P(H | \neg E)P(\neg E | E') = \\ &= P(H | \neg E) + [P(H | E) - P(H | \neg E)]P(E | E') \end{aligned}$$

Aproximace výpočtu $P(H|E')$



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Vztah

$$P(H | E') = P(H | \neg E) + [P(H | E) - P(H | \neg E)]P(E | E')$$

představuje lineární závislost $P(H | E')$ na $P(E | E')$.

Aproximace výpočtu $P(H|E')$



- Protože však expert nezávisle zadává $P(H|E)$ a $P(H|\neg E)$ (přímo nebo prostřednictvím L a L^{\wedge}) a dále $P(H)$ a $P(E)$, je uvedená přímka přeurčena a může dojít k rozporu (zadávané údaje nemusejí být konzistentní).
-

Aproximace výpočtu $P(H|E')$



- Proto se výše uvedený teoretický vztah nahrazuje nějakou aproximací. Obvykle se fixují tyto tři body grafu:
 - $[0, P(H|\neg E)]$, $[P(E), P(H)]$ a $[1, P(H|E)]$.
 - Mezi těmito body se pak závislost interpoluje lineárními funkcemi.
-

Příklad aproximace $P(H|E')$



- Uvažujme případ $P(H|\neg E) \leq P(H) \leq P(H|E)$. Pak můžeme $P(H|E')$ aproximovat pomocí vztahů

$$P(H|E') = P(H|\neg E) + \frac{P(H) - P(H|\neg E)}{P(E)} \cdot P(E|E')$$

- pro $0 \leq P(E|E') \leq P(E)$ a

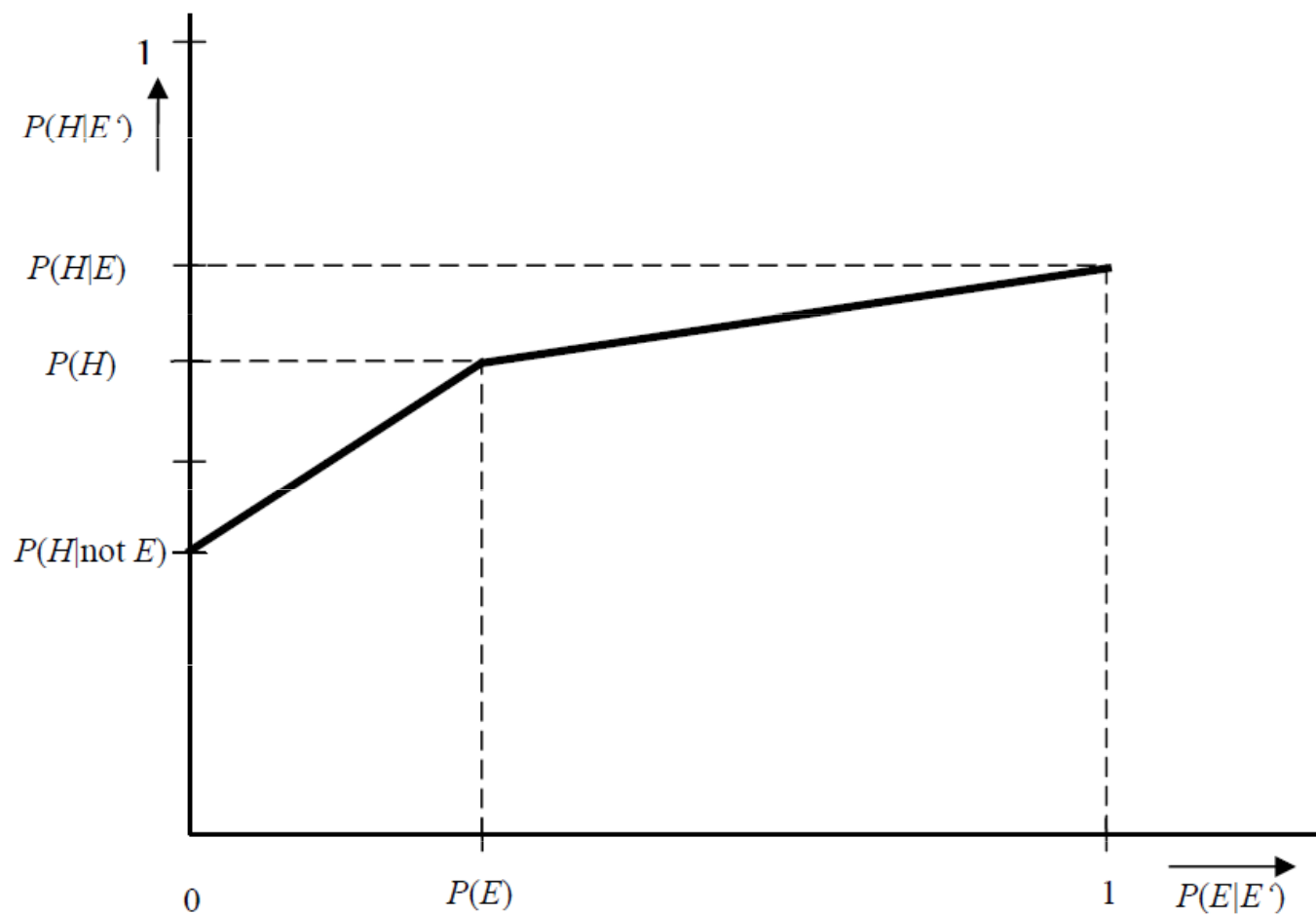
$$P(H|E') = P(H) + \frac{P(H|E) - P(H)}{1 - P(E)} \cdot (P(E|E') - P(E))$$

- pro $P(E) \leq P(E|E') \leq 1$.

Příklad aproximace $P(H|E')$



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ



Kombinace více pravidel



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Mějme pravidla $E_1 \rightarrow H$, $E_2 \rightarrow H$, ..., $E_n \rightarrow H$. Pak se aposteriorní šance za předpokladu nezávislosti evidencí E_i vypočte takto:

$$O(H | E_1 \wedge \dots \wedge E_n) = L_1 \cdot \dots \cdot L_n \cdot O(H)$$

Kombinace více pravidel



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Pokud místo přesných evidencí E_i jsou k dispozici pouze pozorování E_i' , pak se aposteriorní šance vypočte podle vztahu

$$O(H | E'_1 \wedge \dots \wedge E'_n) = L'_1 \cdot \dots \cdot L'_n \cdot O(H)$$

kde

$$L'_i = \frac{O(H | E'_i)}{O(H)}$$

Kombinace předpokladů



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Vztahy pro výpočet vah disjunkce, konjunkce a negace předpokladů přebírají prospectorovské systémy z fuzzy logiky.

Disjunkce předpokladů:

$$P(E_1 \vee E_2) = \max\{P(E_1), P(E_2)\}$$

Konjunkce předpokladů:

$$P(E_1 \wedge E_2) = \min\{P(E_1), P(E_2)\}$$

Negace předpokladu:

$$P(\neg E) = 1 - P(E)$$

Výhody a nevýhody bayesovských přístupů



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- Výhody:
 - dobré teoretické základy
 - dobře definovaná sémantika rozhodování
 - Nevýhody:
 - potřeba velkého množství pravděpodobnostních dat
 - nebezpečí neúplnosti a nekonzistence dat
 - předpoklad nezávislosti evidencí E_i bývá v praxi zřídka splněn
 - možnost ztráty informace v důsledku popisu neurčitosti jedním číslem
 - obtížnost vysvětlování
-

Děkuji za pozornost

Některé snímky převzaty od:

RNDr. Jiří Dvořák, CSc. dvorak@fme.vutbr.cz