EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Název projektu	Rozvoj vzdělávání na Slezské univerzitě v Opavě
Registrační číslo projektu	CZ.02.2.69/0.0./0.0/16_015/0002400

Expertní systémy

Neurčitost

Jan Górecki

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Neurčitost

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

- Neurčitost je charakteristickým rysem složitých systémů. Vlastní povaha reality způsobuje, že poznatky, které z ní získáváme, jsou neurčité či vágní.

Příčiny neurčitosti

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

– problémy s daty; např.:
  - chybějící nebo nedostupná data
  - nespolehlivá data (např. z důvodu chyb měření)
  - nepřesná nebo nekonzistentní reprezentace dat

Příčiny neurčitosti

– nejisté znalosti; např.:
  - znalost nemusí být platná ve všech případech
  - znalost může obsahovat vágní pojmy.

Vyjádření neurčitosti

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

- Neurčitost bývá v ES vyjadřována obvykle numerickými parametry, které se v různých systémech nazývají různě, např. *váhy*, *míry*, *stupně důvěry*, *faktory jistoty*.

Vyjádření neurčitosti

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

- Tyto numerické parametry se přiřazují jednotlivým tvrzením nebo pravidlům. Často nabývají hodnot z intervalu $\langle 0,1 \rangle$ nebo $\langle -1,1 \rangle$.

Vyjádření neurčitosti

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

- Většinou se neurčitost vyjadřuje pomocí jediného čísla. Postupně se však začínají prosazovat přístupy, v nichž je neurčitost vyjadřována dvojicí čísel (tato dvojice může být např.interpretována jako interval hodnot).

Vyjádření neurčitosti

- Existují také systémy, kde se pracuje s kvalitativně vyjádřenými neurčitostmi.

Přístupy ke zpracování neurčitosti

- Přístupy založené na *ad hoc* modelech, použitých např. v:
  - systému MYCIN (jsou zde použity faktory jistoty),
  - systému PROSPECTOR (pseudobayesovské přístupy).

Přístupy ke zpracování neurčitosti

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

- Přístupy založené na teoretických principech, např. na:
  - teorii pravděpodobnosti,
  - teorii fuzzy množin,
  - teorii fuzzy míry (sem patří např. Dempster-Shaferova teorie a teorie možnosti).

Problémy při zpracování neurčitosti

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

- Omezme se na problematiku pravidlových systémů. Při zpracování neurčitosti se zde střetáváme s následujícími problémy (problémy aproximativní inference):

Problémy při zpracování neurčitosti

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

- Jak kombinovat neurčitá data v předpokladu pravidla?

Problémy při zpracování neurčitosti

- Jak kombinovat neurčitost předpokladu pravidla a neurčitost pravidla jako celku?

Bayesovský přístup

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

- Bayesovský přístup je nejstarší a nejlépe definovanou technikou pro zpracování neurčitosti.
- Uvažujme znalost ve tvaru pravidla $E \rightarrow H$, které říká, že předpoklad (*evidence*) E podporuje závěr (*hypothesis*) H.
- Neurčitost závěru H v závislosti na předpokladu E může být kvantifikována pomocí podmíněné pravděpodobnosti

$$P(H \mid E).$$

Bayesovy vzorce (1)

$$P(H \mid E) = \frac{P(E \mid H)P(H)}{P(E)}$$

Bayesovy vzorce (2)

$$P(H \mid E) = \frac{P(E \mid H)P(H)}{P(E \mid H)P(H) + P(E \mid \neg H)P(\neg H)}$$

Apriorní pravděpodobnostní šance

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

$$O(H) = \frac{P(H)}{P(\neg H)} = \frac{P(H)}{1 - P(H)}$$

Aposteriorní pravděpodobnostní šance:

$$O(H \mid E) = \frac{P(H \mid E)}{P(\neg H \mid E)} = \frac{P(H \mid E)}{1 - P(H \mid E)}$$

Šance a pravděpodobnost

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Pravděpodobnost lze ze šance vypočítat podle vztahu

$$P = \frac{O}{O+1}$$

Míry postačitelnosti a nezbytnosti

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Z Bayesových vzorců pro $P(H|E)$ a $P(\neg H|E)$ plyne, že

$$O(H\mid E) = L \cdot O(H) \qquad \text{kde} \qquad L = \frac{P(E\mid H)}{P(E\mid \neg H)}$$

L se nazývá *mírou postačitelnosti* (velká hodnota $L >> 1$ říká, že předpoklad E je postačitelný k dokázání hypotézy H).

Míry postačitelnosti a nezbytnosti

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Obdobně platí $O(H \mid \neg E) = L^{\wedge} \cdot O(H)$ kde $L^{\wedge} = \dfrac{P(\neg E \mid H)}{P(\neg E \mid \neg H)}$

je *míra nezbytnosti* (malá hodnota $0 < L^{\wedge} << 1$) znamená, že *E* je nezbytné pro dokázání *H*).

Váhy pravidel v prospectorovských systémech

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

- Míry postačitelnosti a nezbytnosti zadává pro každé pravidlo expert jako svoje subjektivní váhy. Pravidlo $E \rightarrow H$ se vlastně chápe jako pravidlo

$$\text{if } E \text{ then } H \text{ with váha } L \text{ else } H \text{ with váha } L^{\wedge},$$

- resp. jako dvojice pravidel

$$E \rightarrow H\,(L) \text{ a } \neg E \rightarrow H\,(L^{\wedge})\,.$$

Vliv neurčitosti tvrzení *E*

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

- Předpokládejme, že k výroku E není přiřazena logická hodnota pravda nebo nepravda, ale je k dispozici pouze nějaké relevantní pozorování E'. Pak platí

$$P(H \mid E') = P(H \wedge E \mid E') + P(H \wedge \neg E \mid E') =$$
$$= P(H \mid E \wedge E')P(E \mid E') + P(H \mid \neg E \wedge E')P(\neg E \mid E')$$

Vliv neurčitosti tvrzení *E*

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

- Můžeme udělat tento oprávněný předpoklad: Víme-li, že *E* je pravda nebo nepravda, pak pozorování *E*′ nepřináší žádnou další informaci o *H*. Potom můžeme předchozí vztah přepsat do tvaru

$$
\begin{aligned}
P(H \mid E') &= P(H \mid E)P(E \mid E') + P(H \mid \neg E)P(\neg E \mid E') = \\
&= P(H \mid \neg E) + \left[P(H \mid E) - P(H \mid \neg E)\right]P(E \mid E')
\end{aligned}
$$

Aproximace výpočtu $P(H|E')$

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Vztah

$$P(H \mid E') = P(H \mid \neg E) + \left[P(H \mid E) - P(H \mid \neg E)\right]P(E \mid E')$$

představuje lineární závislost $P(H \mid E')$ na $P(E \mid E')$.

Aproximace výpočtu $P(H|E')$

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

- Protože však expert nezávisle zadává $P(H \mid E)$ a $P(H \mid \neg E)$ (přímo nebo prostřednictvím L a L^) a dále $P(H)$ a $P(E)$, je uvedená přímka přeurčena a může dojít k rozporu (zadávané údaje nemusejí být konzistentní).

Aproximace výpočtu $P(H|E')$

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

- Proto se výše uvedený teoretický vztah nahrazuje nějakou aproximací. Obvykle se fixují tyto tři body grafu:
- $[0, P(H|\neg E)]$, $[P(E), P(H)]$ a $[1, P(H|E)]$.
- Mezi těmito body se pak závislost interpoluje lineárními funkcemi.

Příklad aproximace $P(H|E')$

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

- Uvažujme případ $P(H|\neg E) \leq P(H) \leq P(H|E)$. Pak můžeme $P(H|E')$ aproximovat pomocí vztahů

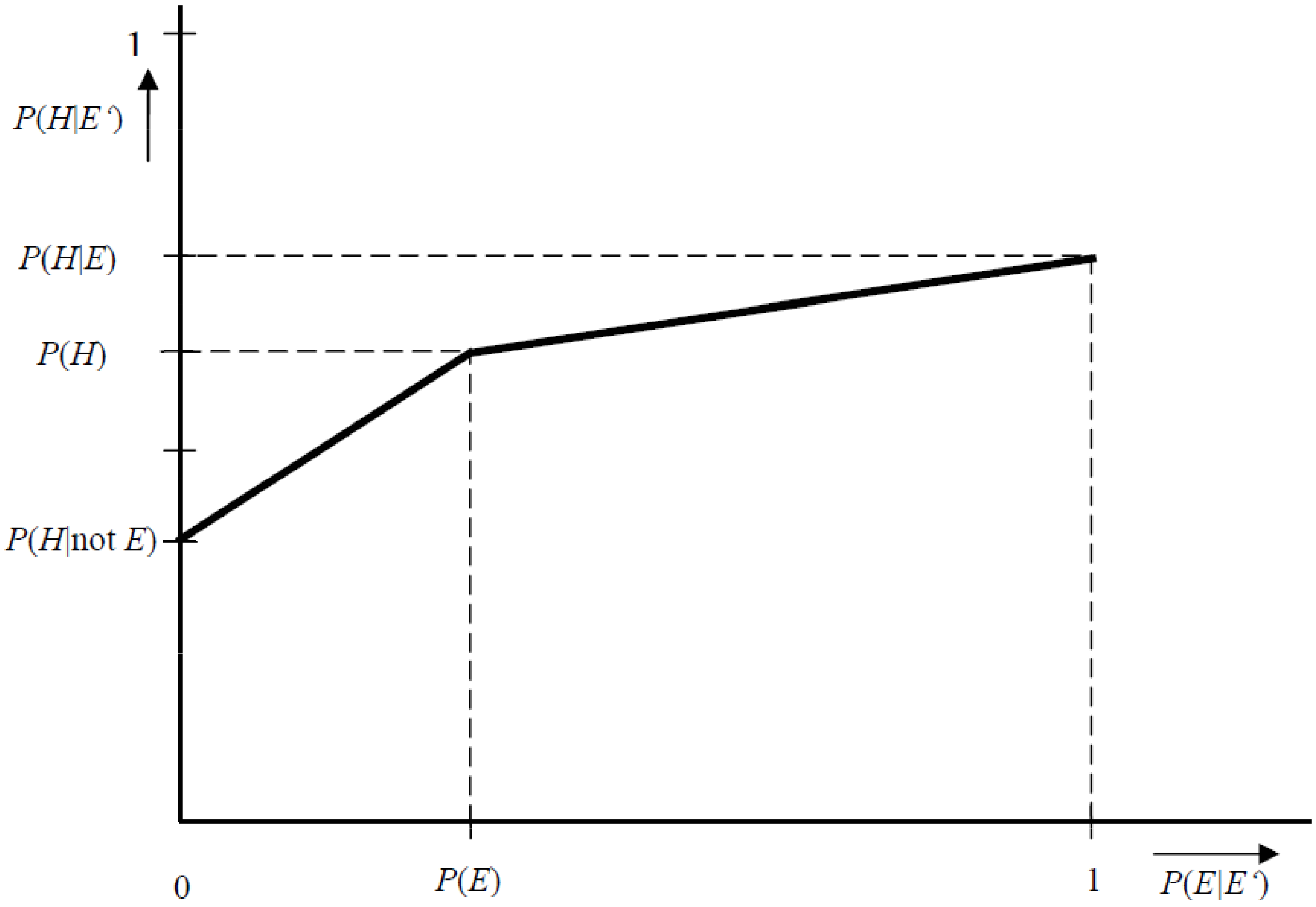
$$P(H|E') = P(H|\neg E) + \frac{P(H) - P(H|\neg E)}{P(E)} \cdot P(E|E')$$

- pro $0 \leq P(E|E') \leq P(E)$ a

$$P(H|E') = P(H) + \frac{P(H|E) - P(H)}{1 - P(E)} \cdot \left(P(E|E') - P(E)\right)$$

- pro $P(E) \leq P(E|E') \leq 1$.

Příklad aproximace $P(H|E')$



Kombinace více pravidel

Mějme pravidla $E_1 \to H$, $E_2 \to H$, … , $E_n \to H$. Pak se aposteriorní šance za předpokladu nezávislosti evidencí E_i vypočte takto:

$$O(H \mid E_1 \wedge \ldots \wedge E_n) = L_1 \cdot \ldots \cdot L_n \cdot O(H)$$

Kombinace více pravidel

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Pokud místo přesných evidencí E_i jsou k dispozici pouze pozorování E_i', pak se aposteriorní šance vypočte podle vztahu

$$O(H \mid E_1' \wedge \ldots \wedge E_n') = L_1' \cdot \ldots \cdot L_n' \cdot O(H)$$

kde

$$L_i' = \frac{O(H \mid E_i')}{O(H)}$$

Kombinace předpokladů

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Vztahy pro výpočet vah disjunkce, konjunkce a negace předpokladů přebírají prospectorovské systémy z fuzzy logiky.

Disjunkce předpokladů:

$$P(E_1 \vee E_2) = \max\{P(E_1), P(E_2)\}$$

Konjunkce předpokladů:

$$P(E_1 \wedge E_2) = \min\{P(E_1), P(E_2)\}$$

Negace předpokladu:

$$P(\neg E) = 1 - P(E)$$

Výhody a nevýhody bayesovských přístupů

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

- Výhody:
  - dobré teoretické základy
  - dobře definovaná sémantika rozhodování
- Nevýhody:
  - potřeba velkého množství pravděpodobnostních dat
  - nebezpečí neúplnosti a nekonzistence dat
  - předpoklad nezávislosti evidencí E_i bývá v praxi zřídka splněn
  - možnost ztráty informace v důsledku popisu neurčitosti jedním číslem
  - obtížnost vysvětlování

Děkuji za pozornost

Některé snímky převzaty od:

RNDr. Jiří Dvořák, CSc. dvorak@fme.vutbr.cz