

# MATEMATIKA – 11.5.2011 – verze A

Jméno a příjmení : ..... BODY.....

Osobní číslo:....., PREZENČNÍ x KOMBINOVANÉ

1.  $\int x^2 \cdot \ln x dx = \dots\dots\dots$  **5b**

2.  $\int \frac{6x^3 + 4x + 1}{x^4 + x^2} dx = \dots\dots\dots$  **5b**

3.  $\int \sqrt{\sin x + 4} \cdot \cos x dx = \dots\dots\dots$  **5b**

4. Vypočtete obsah obrazce ohraničeného parabolami. Graficky znázorněte.  
 $y = x^2 - 4x + 2, \quad y = -x^2 + 6x - 6.$  **5b**

5. Určete, zda dané číselné řady *konvergují* či *divergují*:

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(n+1)!}$       a) L=.....      Řada..... **4b**

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{10}}{\left(3 + \frac{2}{n}\right)^n}$       b) L=.....      Řada ..... **4b**

6. Určete střed a poloměr mocninné řady  $\sum_{n=1}^{\infty} n! x^n$ . Určete interval konvergence.

Střed je v bodě ....., poloměr je ....., IK = ..... **5b**

7. Graficky znázorněte definiční obor funkce  $z = \frac{\ln(y-x)}{\sqrt{25-x^2-y^2}}$ . **5b**

8.a) Uved'te nutnou a postačující podmínku konvergence číselných řad. **3b**

.....

b) Na jejím základě určete, zda konverguje tato řada  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}}$ . **3b**

**Řada** .....

9. Určete vázané lokální extrémy funkce  $z = 2x - y$  vzhledem ke křivce  $x^2 + y^2 = 20$ .  
Nezapomeňte na funkční hodnoty extrémů. **6b**

10. Řešte diferenciální rovnici:  $2x(2 + y^2) + y(4 - x^2)y' = 0$ . **6b**

**Obecné řešení rovnice** : .....

Najděte partikulární řešení rovnice, splňující podmínku  $y(1) = 2$ .

**Partikulární řešení rovnice**: .....

11. Stanovte obor konvergence OK a obor absolutní konvergence OAK funkční řady

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{e^{nx}}{n}$ . (Nejedná se o mocninovou řadu!!!). **6b**

**OAK** = ....., **OK** = .....

12. Pomocí logaritmické derivace derivujte funkci  $y = \left(\frac{3x-2}{5x+4}\right)^{\sin x}$  **4b**

13. Pomocí Taylorova polynomu rozviňte funkci  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 4$  podle mocnin  $(x+3)$ .

**4b**

# MATEMATIKA – 11.5.2011 – verze B

Jméno a příjmení : ..... BODY.....

Osobní číslo:....., PREZENČNÍ x KOMBINOVANÉ

1) a)  $\int \frac{x}{x^2 + 2x - 8} dx = \dots\dots$

b)  $\int \frac{x}{x^2 + 2x + 8} dx = \dots\dots$

7b

2) Vypočtete **obsah** obrazce omezeného křivkami  $y = x$ ,  $y = -x$ ,  $y = 2$ .

Grafické znázornění:

**Řešte zde:**

**Obsah** = .....

6b

3) Vypočtete, zda nevlastní integrál  $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x^3 + x^2}$  konverguje nebo diverguje.

6b

$\int_2^{\infty} \frac{dx}{x^3 + x^2} = \dots\dots$  konverguje (diverguje)

4) Určete, zda řada  $\sum_1^{\infty} \frac{1}{n}$  konverguje či diverguje na základě následujících kritérií:

**Řešte zde:**

a) nutné podmínky konvergence

10b

b) podílového kritéria

c) odmocninového kritéria

d) integrálního kritéria

5) a) Uved'te Leibnitzovo kritérium. Kterých číselných řad se toto kritérium týká?

Uved'te konkrétní příklad alternující řady, která je relativně konvergentní.

**3b**

**Řešte zde:**

b) Výpočtem určete, zda je funkce  $F(x) = \ln \frac{x-1}{x+1}$  primitivní funkcí k funkci  $f(x) = \frac{2}{x^2-1}$ .

JE, protože .....

NENÍ, protože.....

**5b**

6) Určete interval konvergence (IK), obor absolutní konvergence (OAK), obor konvergence (OK) následující mocninné řady:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{n^3 \cdot 3^n}$ .

IK = ....., OAK = ....., OK = .....

**8b**

7) Napište diferenciál prvního řádu funkce  $f(x,y) = \operatorname{arctg} \frac{x+y}{1-xy}$  v bodě  $[1,0]$ .

**4b**

**Řešte zde:**

8) Graficky znázorněte definiční obor funkce  $f(x,y) = \frac{\arccos(y-1)}{\sqrt{-x^2-y^2+9}}$

**5b**

**Řešte zde:** podmínky:

Grafické znázornění:

9) Najděte lokální extrémů funkce  $f(x,y) = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$ .

**10b**

10) Najděte partikulární řešení diferenciální rovnice  $y' - xy^3 \sin x = 0$  odpovídající počáteční podmínce  $y(0) = 1$ .

**Řešte zde:**

**6b**