



# *Nákladová funkce*



## Cíl a struktura přednášky

*Cílem přednášky je představit nákladovou funkci.*

*Jsou vysvětleny metody stanovování parametrů nákladových funkcí.*



## *Nákladová funkce*

Analýza **nákladové funkce** umožňuje členění nákladů do dvou základních skupin:

- fixní (*konstantní*) náklady,
- variabilní (*proměnné*) náklady.

Uvedené členění nákladů je výsledkem závislosti nákladů na množství (*objemu*) produkce.

- fixní náklady (má se na mysli celková výše fixních nákladů za určité období) jsou vůči změnám objemu produkce netečné.



## *Nákladová funkce*

Nákladová funkce vyjadřuje matematickou (grafickou) formou vztah mezi náklady a objemem produkce.

proporcionální náklady  
podproporcionální náklady  
nadproporcionální náklady

Využití nákladových funkcí:

v řadě rozhodovacích úloh managementu podniku,  
ale i v soukromé sféře v oblasti osobních rozhodovacích úloh.



## *Nákladová funkce (v krátkém období)*

Krátkodobé nákladové funkce charakterizují průběh nákladů v krátkém období, tj. v období, ve kterém lze měnit pouze některé výrobní faktory (množství vynakládané lidské práce a spotřebované materiálové vstupy), zatímco výrobní faktor „dlouhodobý hmotný (nehmotný) majetek“ je neměnný.

Objem výroby je limitován vybudovanou **výrobní kapacitou**, kterou „formuje“ použitý **dlouhodobý majetek** v podobě **fixních nákladů**.

**Dlouhodobý majetek** lze spojovat s následnou proměnou do podoby **fixních nákladů**. **Proměnné výrobní faktory** (lidská práce, výrobní předměty) se formou spotřeby proměňují ve **variabilní náklady**.



## *Nákladová funkce (v dlouhém období)*

Dlouhodobé nákladové funkce charakterizují průběh nákladů v delším časovém úseku, ve kterém lze změnit všechny výrobní činitele (vybudovat nové výrobní kapacity, vyvinout nové technologické postupy, využít nových poznatků z oblasti primárního výzkumu).

*V dlouhodobé nákladové funkci nejsou FIXNÍ NÁKLADY; veškeré náklady se redukují pouze do podoby průměrných celkových nákladů a marginálních nákladů.*

*Dlouhodobou nákladovou funkci využívají zejména členové vrcholového managementu podniků při rozhodování o velikosti podnikatelské jednotky, druhu výrobního zařízení, jeho výkonu, aplikované výrobní technologie.*

*Při kalkulaci o nákladech v souvislosti s cenou nabízených výrobků nelze opomenout dopad dopravních nákladů*



# *Nákladová funkce*

## **Nákladová funkce**

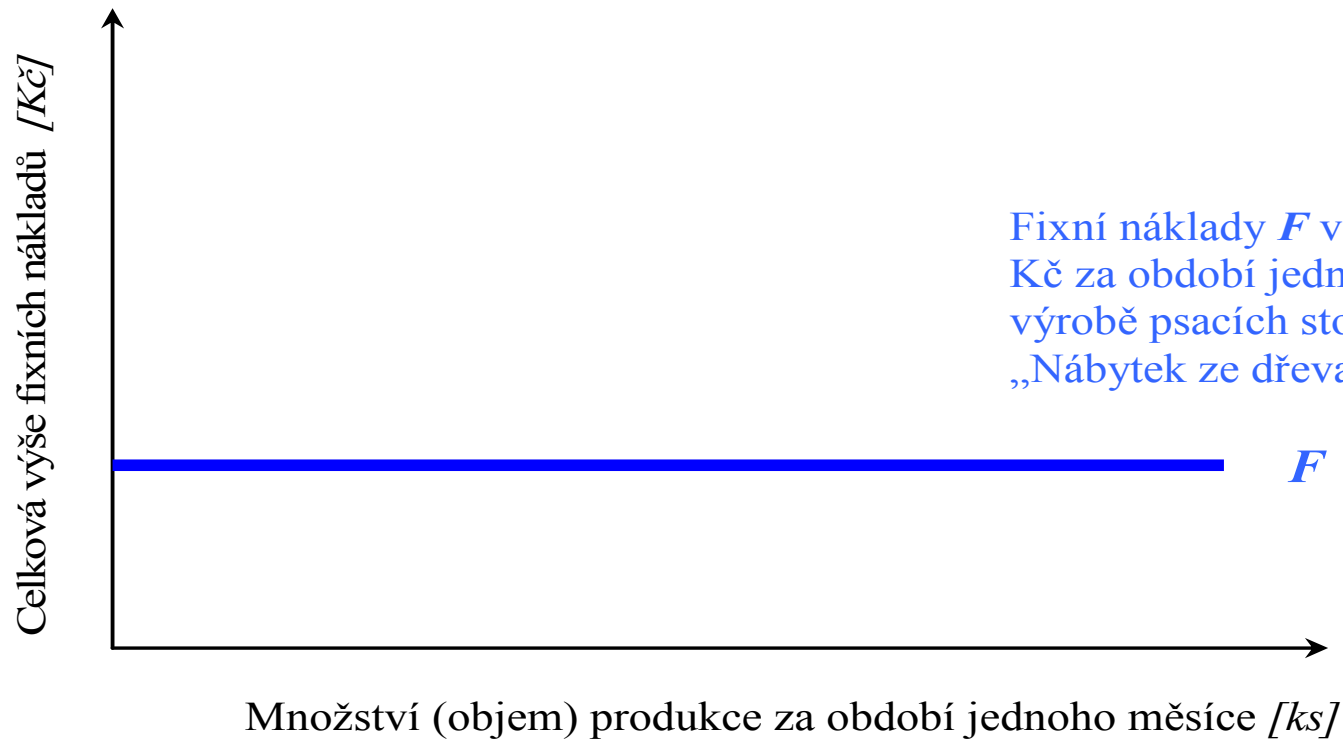
Nákladová funkce vyjadřuje matematickou formou (respektive grafickou formou) vztah mezi náklady a objemem produkce.  $N = f(Q)$ .

*Umožňuje rozdělit celkové náklady na jejich variabilní a fixní složku.*

S poukazem na uvedené třídění variabilních nákladů (lineární, progresivní, degresivní) je možné obdobné hodnocení vztáhnout na vývoj závislosti celkových nákladů na objemu produkce.



## Závislost fixních nákladů na množství (objemu) produkce



Fixní náklady  $F$  ve výši 450 000 Kč za období jednoho měsíce při výrobě psacích stolů ve firmě „Nábytek ze dřeva, s. r. o.“





## *Variabilní náklady*

Variabilní náklady  $N_V$  mění svou výši v závislosti na objemu produkce.

Obvykle tvoří variabilní náklady celá plejáda nákladových položek, jednicových nákladů.



## *Variabilní náklady*

Celkové variabilní náklady na výrobu 40 ks psacích strojů dle předchozího obrázku činí:

<input type="checkbox"/> dřevo na vrchní desku stolu	39 270 Kč
<input type="checkbox"/> dřevo na boční stěny stolu	21 450 Kč
<input type="checkbox"/> barva a lak	2 200 Kč
<input type="checkbox"/> spojovací šrouby	1 400 Kč
<input type="checkbox"/> <b>VARIABILNÍ NÁKLADY CELKEM</b>	<b>64 320 Kč</b>



## *Variabilní náklady*

Na 40 ks psacích stolů, připadá za 64 320 Kč variabilních nákladů  $N_V = 64\,320\text{ Kč}$ ;  
=> jeden kus psacího stolu vyžaduje jednotkové variabilní náklady v hodnotě:

$$v = 64\,320 / 40$$

$$v = 1\,608\text{ Kč/ks}$$

Potom celková výše variabilních nákladů na libovolný počet vyrobených psacích stolů je:

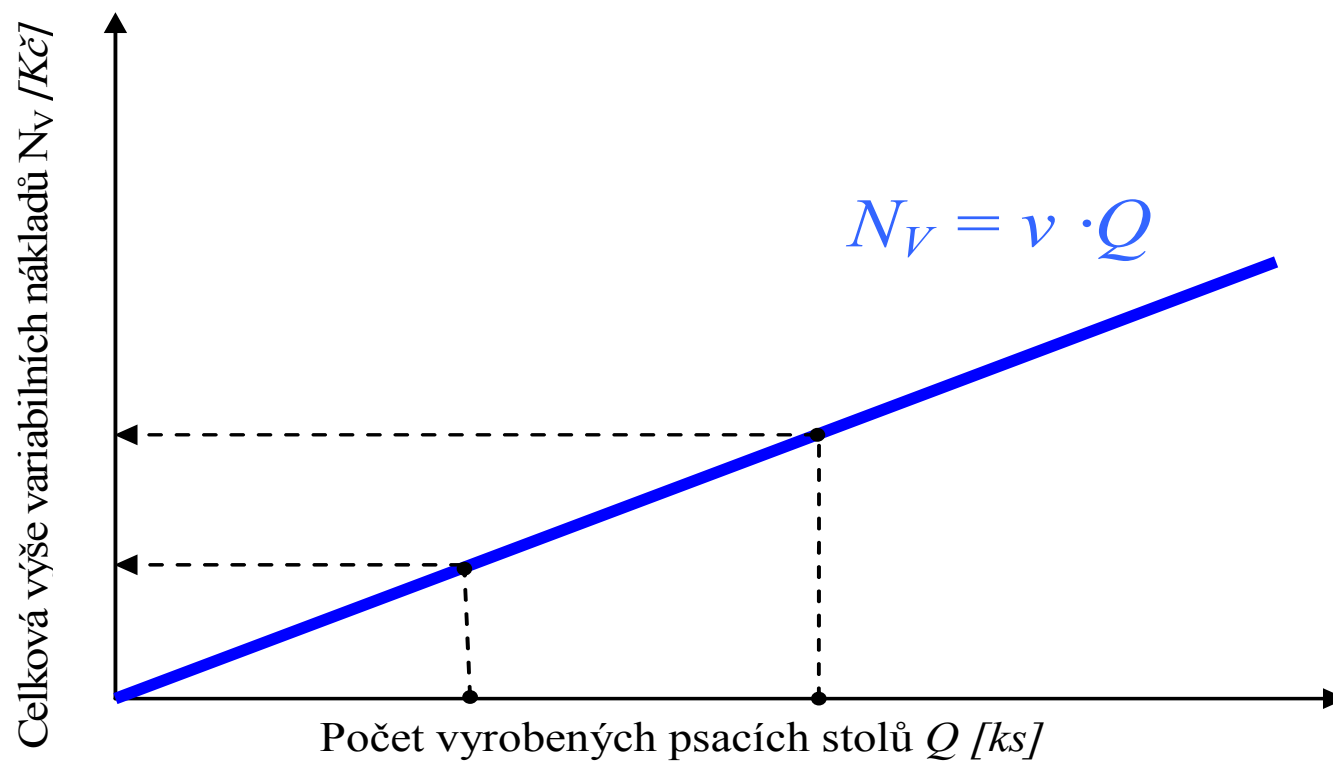
$$N_V = v \cdot Q$$

$$N_V = 1\,608 \cdot Q \text{ [Kč]}$$

## Graf proporcionalní závislosti celkových variabilních nákladů $N_V$ na objemu produkce



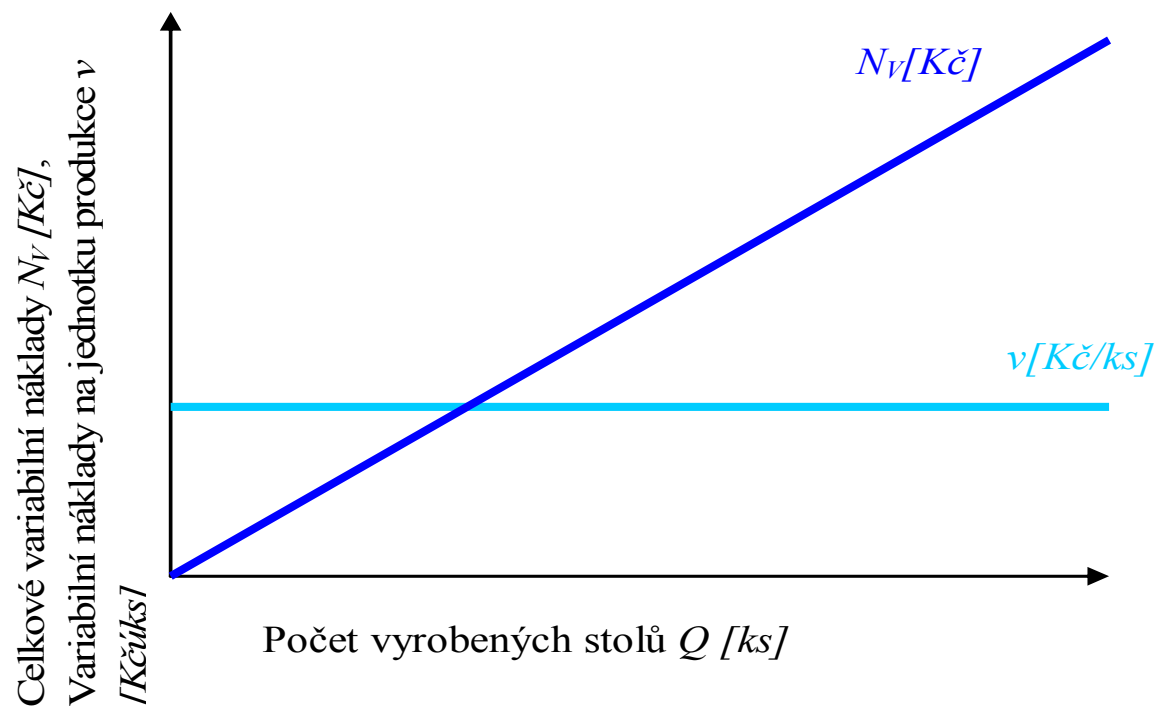
SLEZSKÁ  
UNIVERZITA  
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ  
FAKULTA V KARVINĚ



## Graf proporcionální závislosti celkových a jednotkových variabilních nákladů v závislosti na objemu produkce



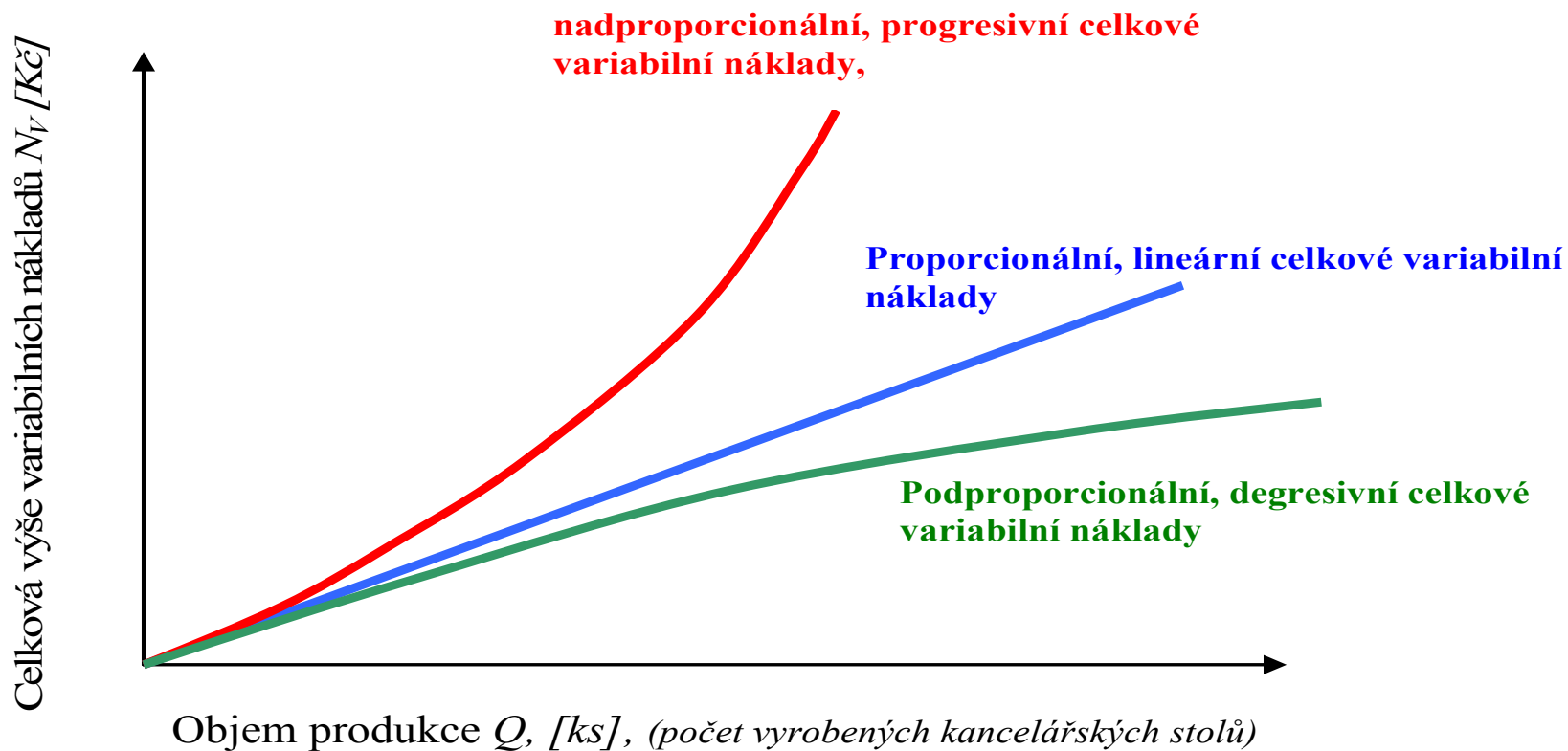
SLEZSKÁ  
UNIVERZITA  
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ  
FAKULTA V KARVINĚ



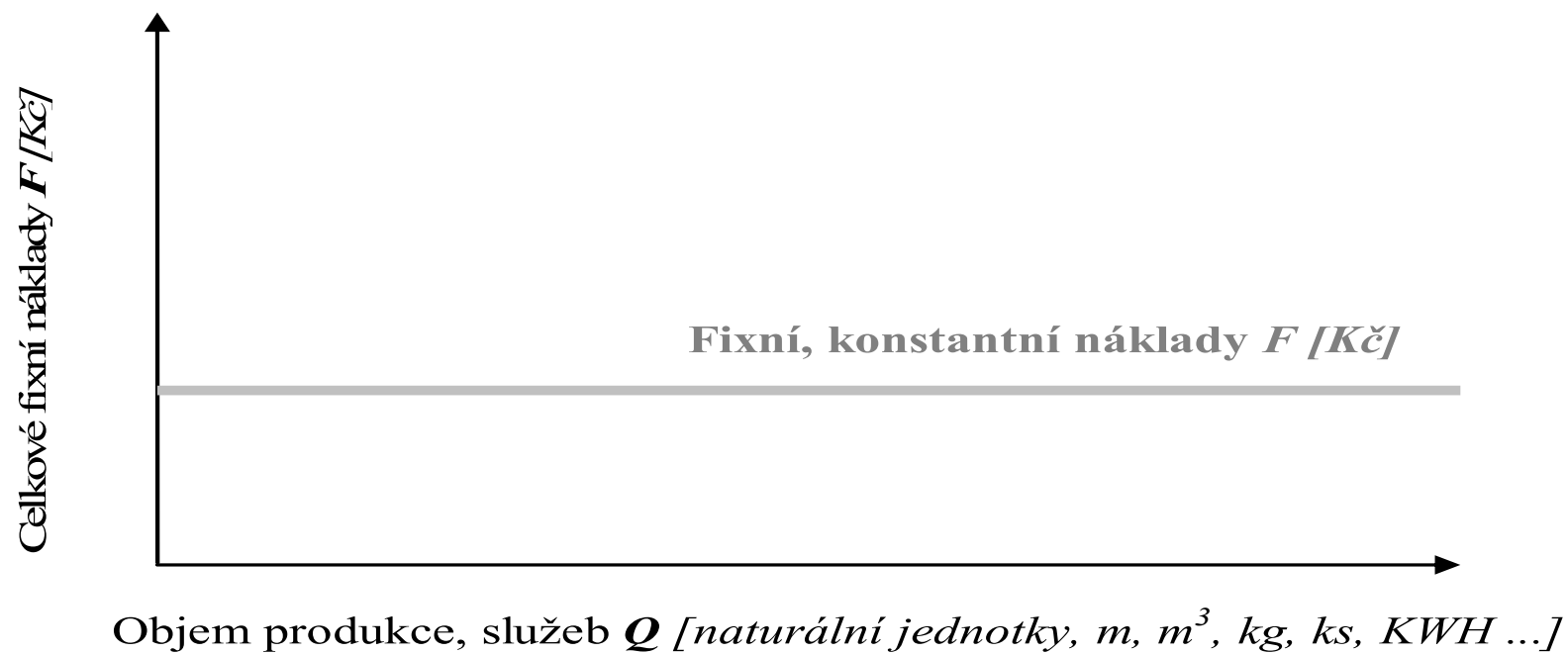
# Graf lineární a nelineární závislosti celkových variabilních nákladů na objemu produkce



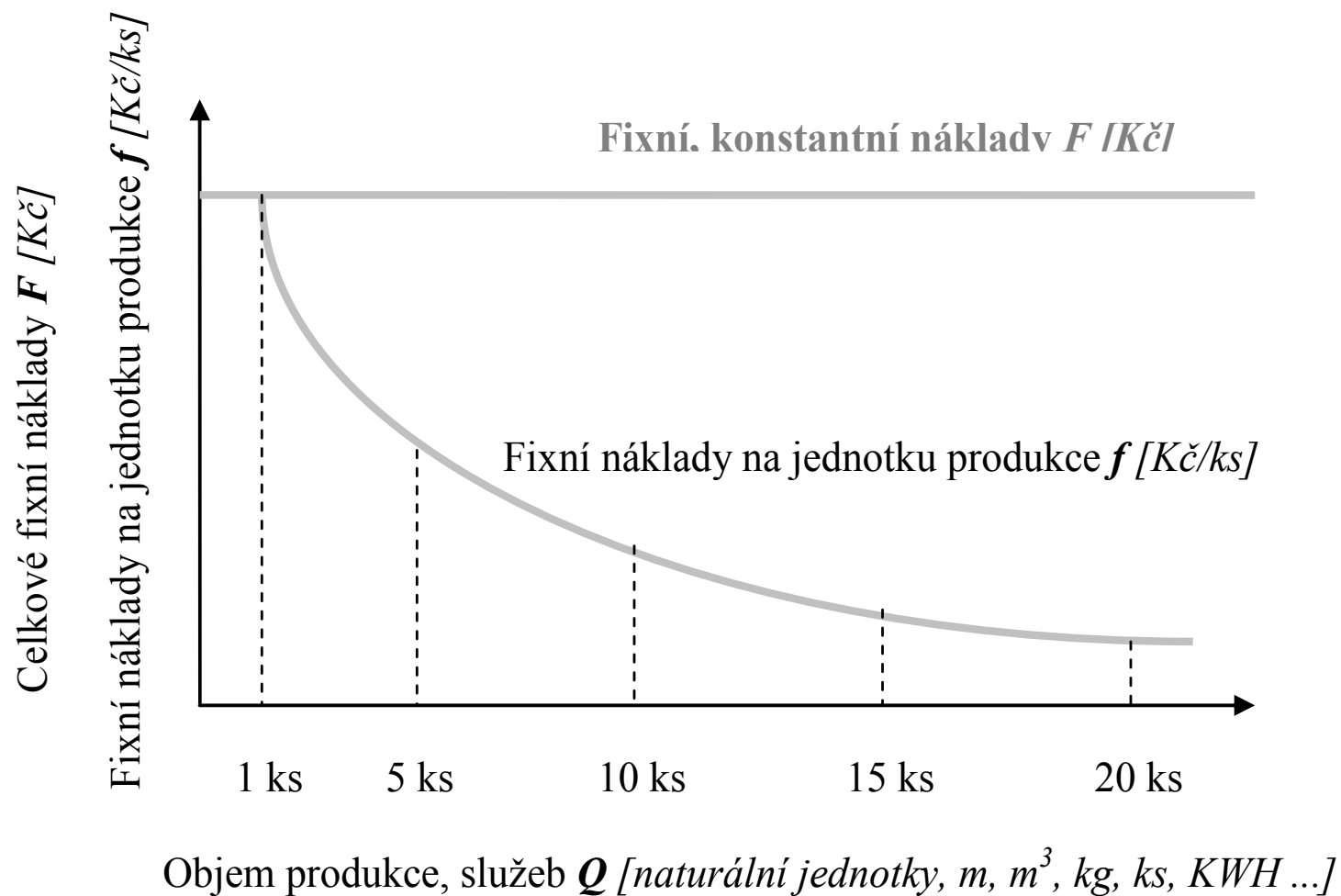
SLEZSKÁ  
UNIVERZITA  
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ  
FAKULTA V KARVINĚ



## Graf závislosti celkových fixních nákladů $F$ na objemu produkce, služeb



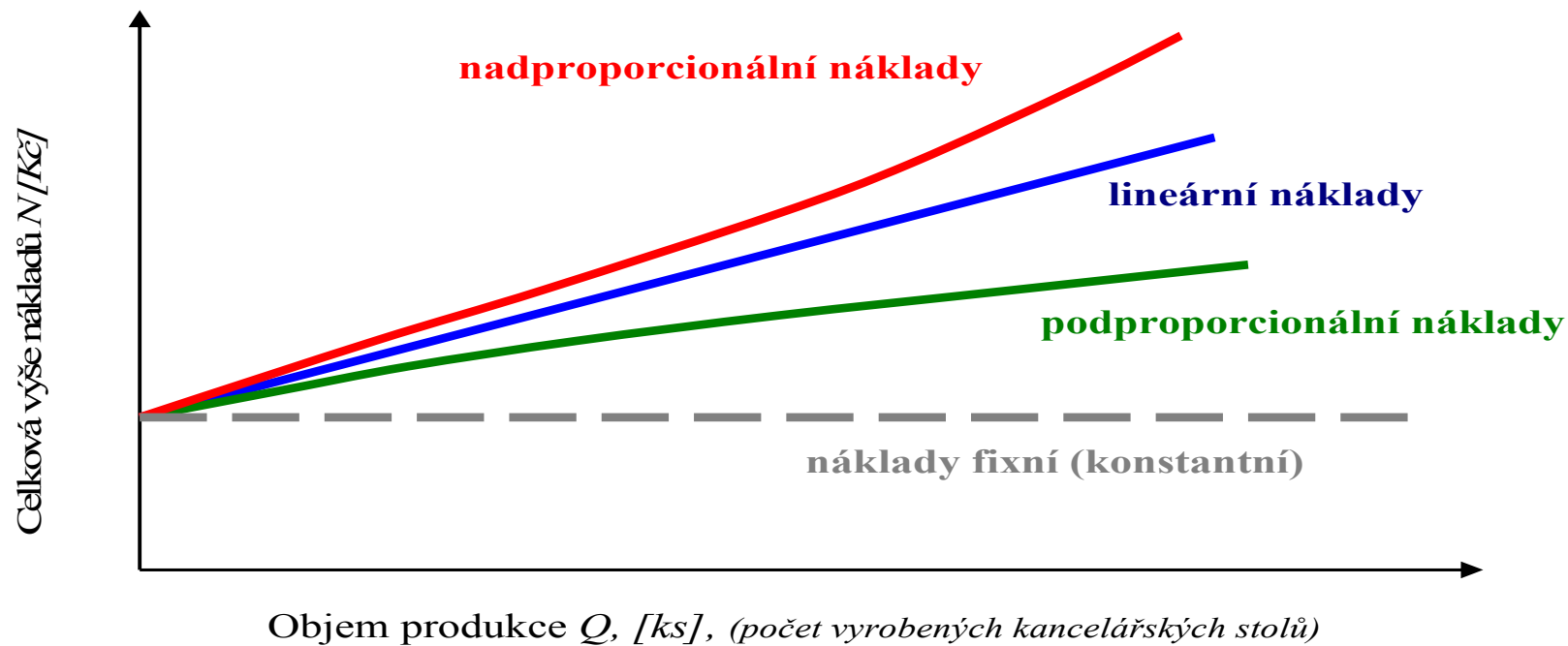
*Graf závislosti celkových fixních nákladů  $F$  a fixních nákladů vztážených na jednotku produkce  $f$  v závislosti na výši produkce  $Q$*







# Metody pro stanovení parametrů nákladových funkcí





# *Metody pro stanovení parametrů nákladových funkcí*

Parametrem (parametry) nákladové funkce se rozumí stanovení (kvantifikace) hodnot variabilních nákladů  $v$  (jednotkových) a celkových fixních nákladů  $F$  v nákladové funkci.

Platí vztah:

$$N = N_V + F \quad (1)$$

Dále platí:

$$N_V = v \cdot Q$$



# Metody pro stanovení parametrů nákladových funkcí

$$N = v \cdot Q + F$$

kde:

$v$  variabilní náklady vztažené na jednotku produkce (jednotkové variabilní náklady)  
[Kč/ks,m,kg...]

$Q$  množství (objem, masa) produkce [ks,m,kg...]

$F$  celková výše fixních nákladů za příslušné období [Kč]



# *Metody pro stanovení parametrů nákladových funkcí*

V případě dříve uváděné modelové situace výroby psacích stolů platí:

Obecná formulace nákladové funkce:  $N = v \cdot Q + F$

Konkrétní nákladová funkce pro

měsíční výrobu psacích stolů:

$$N = 1\,608 \cdot Q + 450\,000$$

jednotky

[Kč]

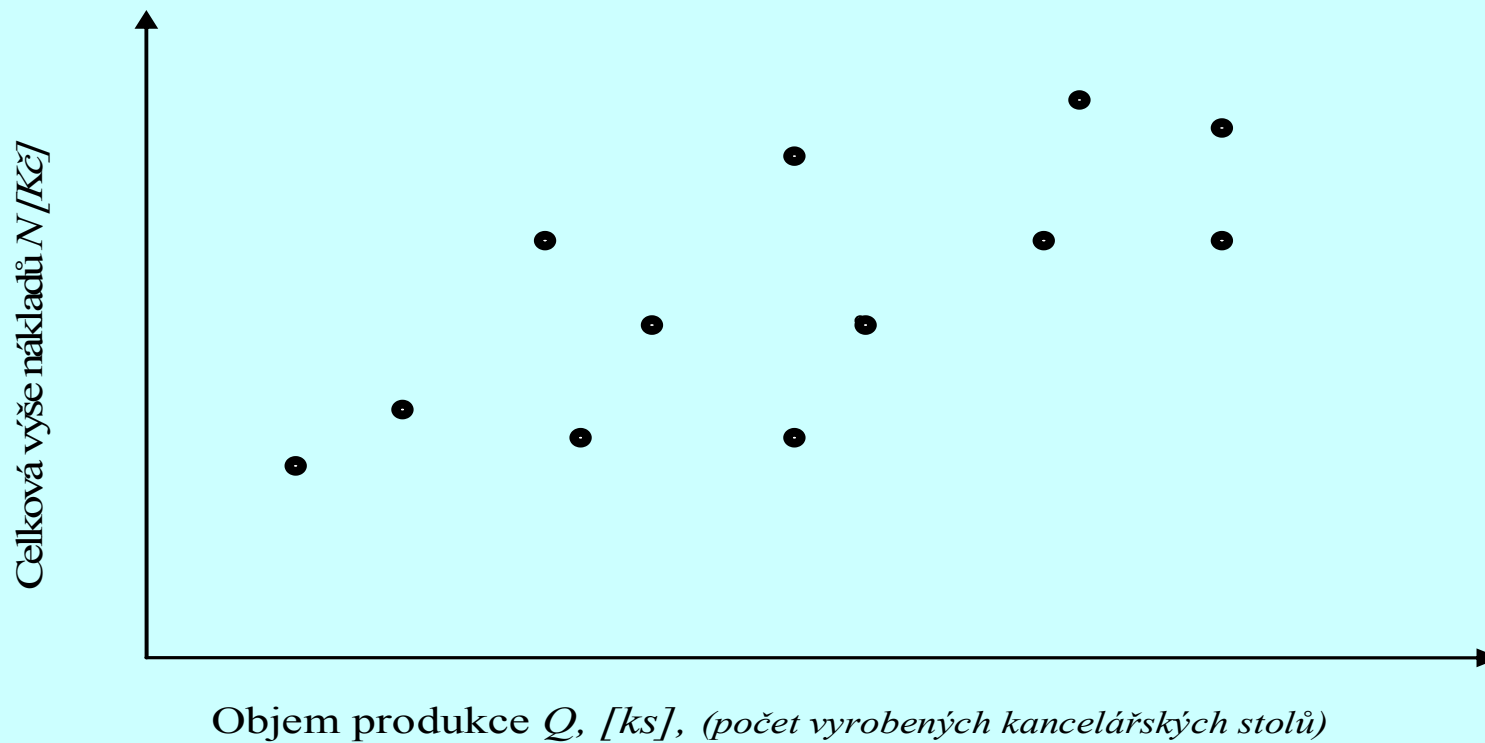


# *Metody pro stanovení parametrů nákladových funkcí*

Přehled vybraných metodických postupů k stanovení matematické (grafické) formy **nákladové funkce:**

- klasifikační analýza (expertní analýza),
- metoda dvou období,
- grafické řešení (bodový diagram),
- metoda dvou bodů.
- regresní a korelační analýza,
- aj.

*Měsíční hodnoty produkce a celkových nákladů převzaté z účetnictví  
podnikatelského subjektu*





# *Nákladová funkce (klasifikační analýza)*

Metoda **klasifikační analýzy (expertní)** je založena na roztrídění jednotlivých nákladových položek do skupin variabilních a fixních (konstantních) nákladů na základě posouzení jejich chování při měnícím se objemu produkce.

*Poznámka:*

*Druhově stejný typ nákladů nemusí být zařazen „jednoznačně a trvale“ do jedné z skupin nákladů.*



## *Nákladová funkce (klasifikační analýza)*

V měsíci září 2017 vykázala firma „Tepelné izolace s. r. o.“ na středisku „Výroba izolačních prvků“ následující strukturu nákladů (viz tabulka). U nákladových položek „Spotřeba materiálu“ a „Mzda pracovníků na lisu“ bylo zjištěno:

Spotřeba materiálu – ve sledovaném období byla vykázána spotřeba materiálu na opravu poškozeného dopravníku v hodnotě 80 000 Kč. Další materiál byl spotřebován v rámci výrobního procesu jako **variabilní položka nákladů**.

Mzda prac. na lisu – ve sledovaném období činila „tarifní složka mzdy“ (**fixní položka nákladů**) 90 000 Kč. Zbývající část mezd pracovníků na lisu byla „pohyblivá položka mzdy“ (**variabilní náklad**), závislá na počtu vyrobených kusů izolačních prvků

Ve zmíněném období bylo vyrobeno 2 000 ks izolačních prvků.





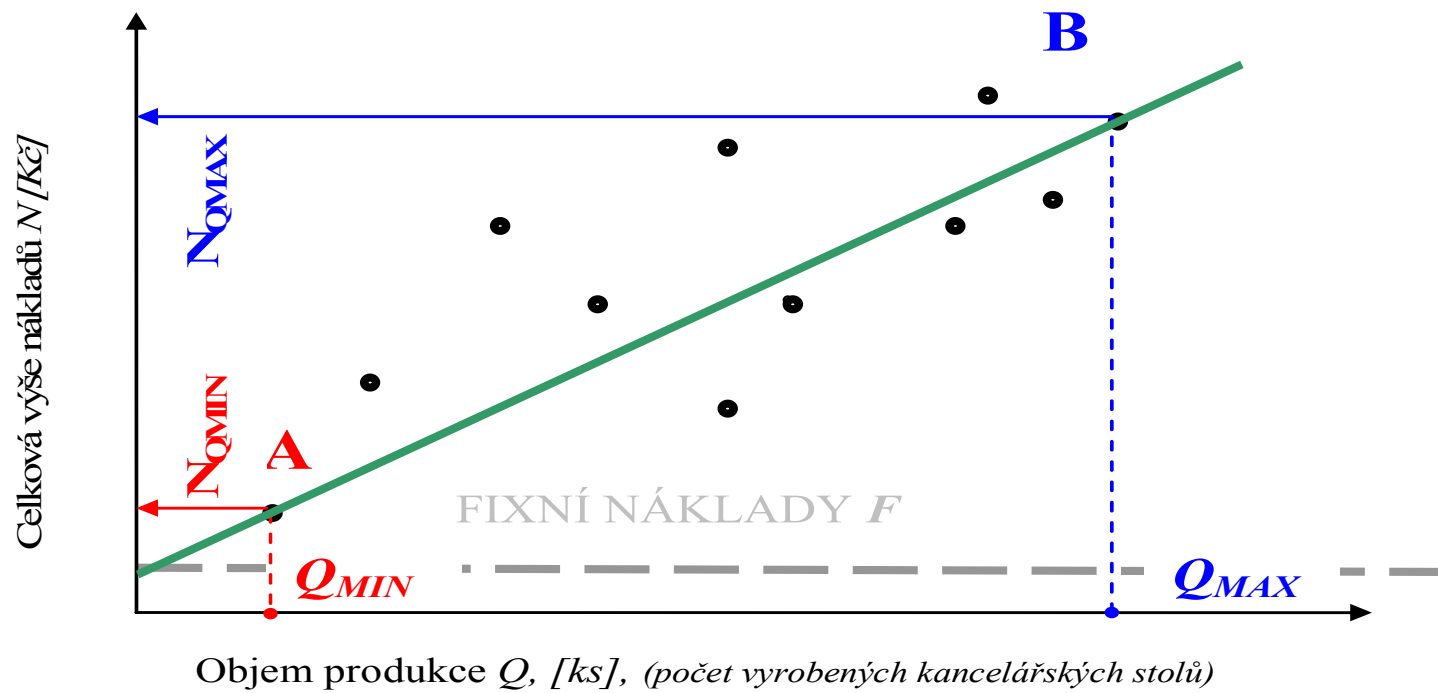
## Nákladová funkce (klasifikační analýza)

Tabulka: Struktura nákladů firmy „Tepelné izolace s. r. o.“

<b>Nákladová položka</b>	<b>Výše nákladů</b>	<b>Variab. náklady</b>	<b>Fixní náklady</b>
	<i>[tis. Kč]</i>	<i>[tis. Kč]</i>	<i>[tis. Kč]</i>
<i>(a)</i>	<i>(b)</i>	<i>(c)</i>	<i>(d)</i>
Spotřeba materiálu	1 000		
Úkolová mzda	150		
Časová mzda	750		
Energie technologická (pohon výr. zařízení)	100		
Vodné a netechnologická pára	50		
Odpisy dlouhodobého hmotného majetku	100		
Přeprava materiálu	200		
Daně, poplatky	15		



# Nákladová funkce (metoda dvou období)





## *Nákladová funkce (metoda dvou období)*

Metoda dvou období využívá ke konstrukci nákladové funkce pouze dva extrémní body ve výrobě. Principem řešení je sestavení rovnice přímky s využitím „souřadnic“ dvou extrémních bodů:

- $N_{QMIN} = v \cdot Q_{MIN} + F$  byly dosazeny souřadnice bodu A dle předchozího diagramu A  
 $[Q_{MIN}, N_{QMIN}]$
- $N_{QMAX} = v \cdot Q_{MAX} + F$  byly dosazeny souřadnice bodu B dle předchozího diagramu B  
 $[Q_{MAX}, N_{QMAX}]$



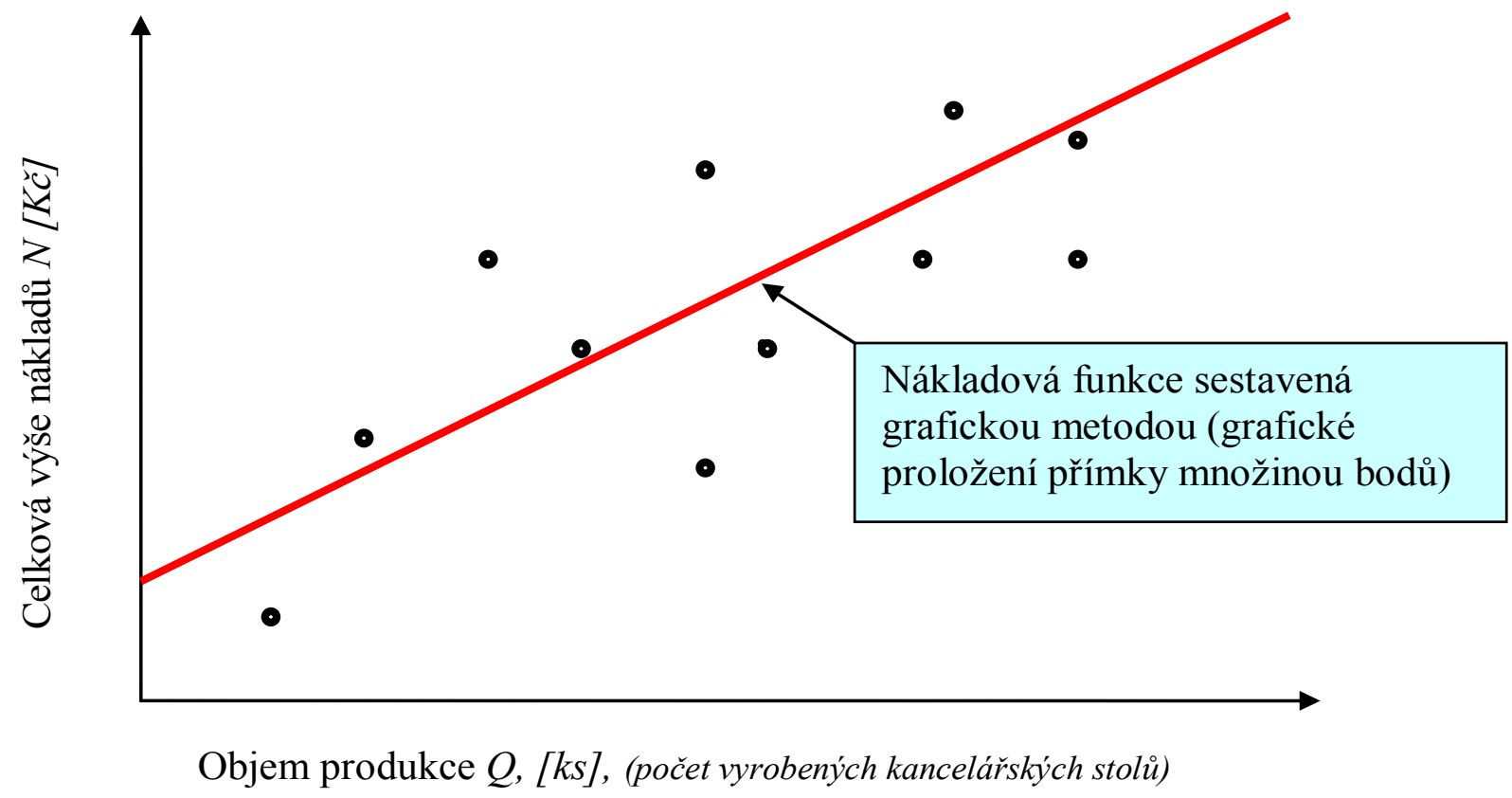
## Nákladová funkce (metoda dvou období)

Tabulka Měsíční výsledky firmy „Parapety s.r.o. v roce 2020

měsíc	výroba	náklady
	[ks]	[Kč]
leden	5 260	2 230 000
únor	4 720	2 030 000
březen	8 030	3 450 000
duben	6 410	2 950 000
květen	5 590	2 600 000
červen (minimální produkce)	4 200	2 105 000
červenec	7 010	3 060 000
srpen	6 320	2 850 000
září (maxim. produkce)	8 600	3 790 000
říjen	7 560	3 260 000
listopad	6 980	2 950 000
prosinec	5 070	2 290 000



# Nákladová funkce (grafická metoda)





# *Nákladová funkce (metoda dvou bodů)*

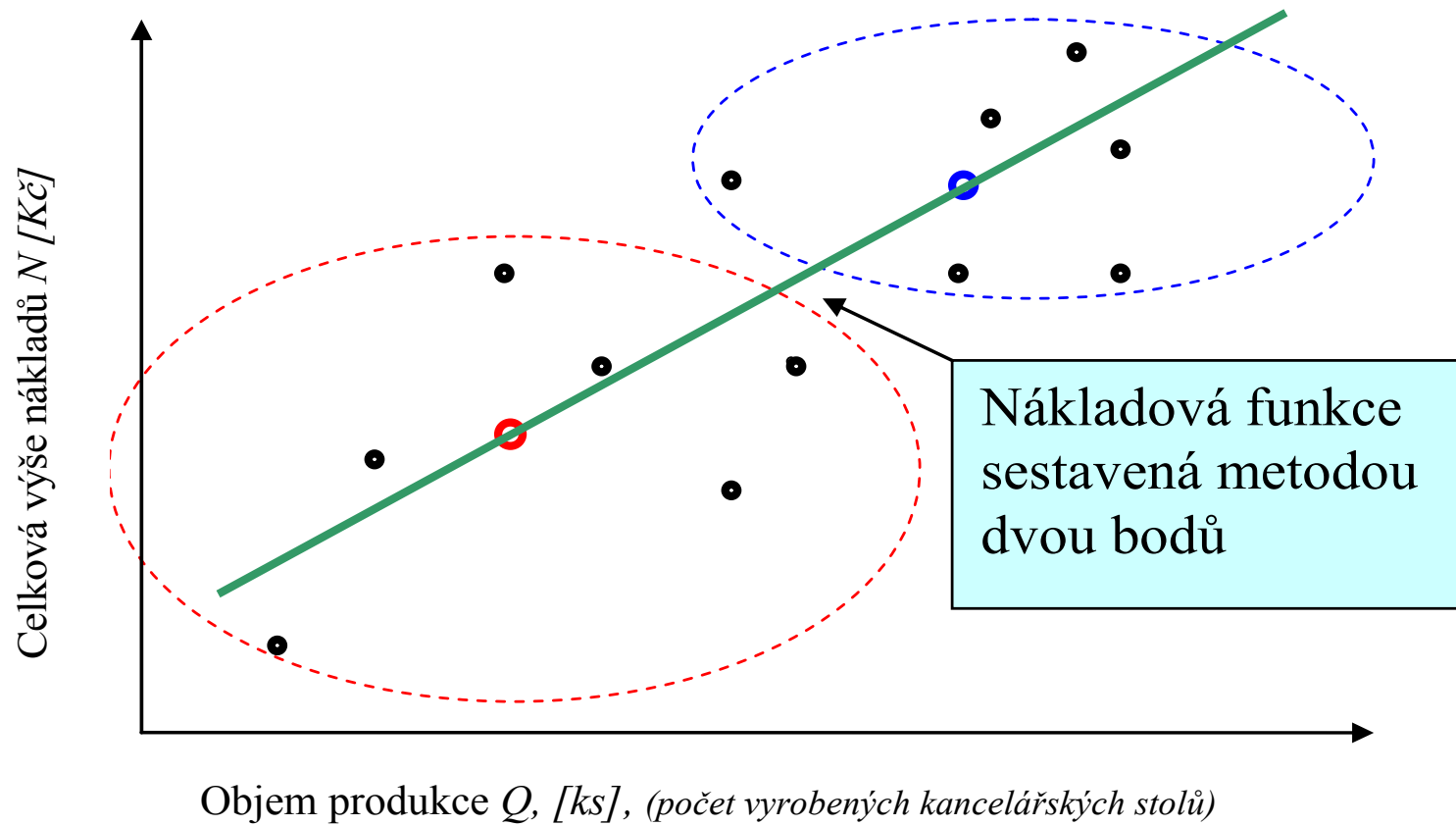
## **Metoda dvou bodů (metoda průměru)**

Vyžaduje údaje *alespoň* za čtyři období. Vstupní údaje se seřadí od největšího objemu výroby k nejmenšímu. Pak se soubor vstupních údajů rozdělí na dvě skupiny, pro každou skupinu se vypočítá průměrný objem výroby za jedno období a průměrné náklady za jedno období.

Vypočtené průměrné hodnoty se dosadí v obou případech do lineárních rovnic o dvou neznámých se zjistí konstanty nákladové funkce. Postup stanovení parametrů nákladové funkce v této fázi výpočtu je shodný s výpočtem dle metody dvou období.



# Nákladová funkce (metoda dvou bodů)





## *Nákladová funkce (metoda dvou bodů)*

Tabulka Měsíční výsledky firmy „Parapety s.r.o. v roce 2020

<i>měsíc</i>	<i>výroba</i>	<i>náklady</i>
	[ks]	[Kč]
<i>leden</i>	5 260	2 230 000
<i>únor</i>	4 720	2 030 000
<i>březen</i>	8 030	3 450 000
<i>duben</i>	6 410	2 950 000
<i>květen</i>	5 590	2 600 000
<i>červen (minimální produkce)</i>	4 200	2 105 000
<i>červenec</i>	7 010	3 060 000
<i>srpen</i>	6 320	2 850 000
<i>září (maxim. produkce)</i>	8 600	3 790 000
<i>říjen</i>	7 560	3 260 000
<i>listopad</i>	6 980	2 950 000
<i>prosinec</i>	5 070	2 290 000





## Nákladová funkce (metoda dvou bodů)

Tabulka Měsíční výsledky firmy „Parapety s.r.o. v roce 2020

měsíc	výroba	náklady
	[ks]	[Kč]
červen	4 200	2 105 000
únor	4 720	2 030 000
prosinec	5 070	2 290 000
leden	5 260	2 230 000
květen	5 590	2 600 000
srpen	6 320	2 850 000
duben	6 410	2 950 000
listopad	6 980	2 950 000
červenec	7 010	3 060 000
říjen	7 560	3 260 000
březen	8 030	3 450 000
září	8 600	3 790 000



## Nákladová funkce (metoda dvou bodů)

Tabulka Měsíční výsledky firmy „Parapety s.r.o. v roce 2020

Tabulka: výpočty hodnot pro metodu dvou bodů

měsíc	výroba	náklady
	[ks]	[Kč]
červen	4 200	2 105 000
únor	4 720	2 030 000
prosinec	5 070	2 290 000
leden	5 260	2 230 000
květen	5 590	2 600 000
srpen	6 320	2 850 000
$\Sigma$	31 160	14 105 000
$\emptyset$	5 193,33	2 350 833,33
duben	6 410	2 950 000
listopad	6 980	2 950 000
červenec	7 010	3 060 000
říjen	7 560	3 260 000
březen	8 030	3 450 000
září	8 600	3 790 000
$\Sigma$	44 590	19 460 000
$\emptyset$	7 431,67	3 243333,33



## *Nákladová funkce (metoda dvou bodů)*

$$\emptyset Q_{\text{MIN}} = 5\,193,33 \text{ ks} \quad \emptyset N_{\text{QMIN}} = 2\,350\,833,3 \text{ Kč}$$

$$\emptyset Q_{\text{Max}} = 7\,431,67 \text{ ks} \quad \emptyset N_{\text{QMAX}} = 3\,243\,333,3 \text{ Kč}$$

**Další postup výpočtu shodný s metodou dvou období, tj.:**

$$N = v \cdot Q + F$$



## *Nákladová funkce (metoda regresní a korelační analýzy)*

**Metoda regresní a korelační analýzy** dává nejvěrohodnější výsledky při sestavování **nákladové funkce**. Její nespornou předností je fakt, že lze **nákladové funkce** sestavit i pro **nelineární průběh**.

S využitím tabulkového programu „Excel“ lze rychle zjistit i korelační koeficient (koeficient spolehlivosti).

**Princip metody regresní a korelační analýzy:**



## *Nákladová funkce (metoda regresní a korelační analýzy)*

S využitím metody regresní a korelační analýzy lze rovněž stanovit hodnotu korelačního koeficientu  $r$ , který čím více se blíží hodnotě  $1$ , tím stanovená nákladová funkce lépe popisuje vývoj (závislost) nákladů

Výpočet parametrů nákladové funkce metodou regresní a korelační analýzy je poměrně pracný. K výpočtu se využívá následujících vztahů:



## *Nákladová funkce (metoda regresní a korelační analýzy)*

$$v = \frac{n \sum Q \cdot N - \sum Q \cdot \sum N}{n \sum Q^2 - (\sum Q)^2}$$

$$F = \bar{N} - v \cdot \bar{Q}$$

$$r = \frac{n \sum Q \cdot N - \sum Q \cdot \sum N}{\sqrt{\left\{ \left[ n(\sum Q)^2 \right] \cdot \left[ n \sum N^2 - (\sum N)^2 \right] \right\}}}$$



# Nákladová funkce (metoda regresní a korelační analýzy)

Ke zpracování a následnému balení zeleného čaje do krabiček, o obsahu 20 sáčků porcovaného čaje se používá v pytlích dovážený suchý čaj z Indie a Číny. V průběhu týdne byly zjištěny a zaznamenány v níže uvedených tabulkách, hodnoty produkce sáčkováného čaje včetně nákladů na jeho výrobu.

S využitím metody:

- *regresní a korelační analýzy stanovte parametry ( $v$ ,  $F$ ) nákladové funkce při lineárním průběhu závislosti nákladů na objemu výroby pro firmu zabývající se zpracováním a balením zeleného čaje. K výpočtům využijte níže předdefinovanou výpočtovou tabulku.*

Tabulka: Celkové náklady a výše produkce zeleného čaje

<i>Pracovní den</i>	<i>Výše produkce</i>	<i>Celkové náklady</i>
	<i><math>Q^*</math></i>	<i><math>N</math></i>
	<i>[ks]</i>	<i>[Kč]</i>
<i>Pondělí</i>	<i>4 900</i>	<i>59 900</i>
<i>Úterý</i>	<i>5 100</i>	<i>60 640</i>
<i>Středa</i>	<i>5 600</i>	<i>61 100</i>
<i>Čtvrtek</i>	<i>6 800</i>	<i>69 500</i>
<i>Pátek</i>	<i>4 200</i>	<i>48 500</i>
<i>Sobota</i>	<i>2 300</i>	<i>40 050</i>

Poznámka:

Produkce je měřena počtem balení v ks, ve kterém je 20 sáčků o hmotnosti 1.75 g čaje

## *Nákladová funkce (regresní a korelační analýza)*

Tabulka: Údaje pro výpočet variabilních ( $v$ ) a fixních nákladů ( $F$ ) metodou regresní a korelační analýzy

<i>Pracovní den</i>	<i><math>Q</math></i> [ks]	<i><math>N</math></i> [Kč]	<i><math>Q \cdot N</math></i> [ks·Kč]	<i><math>Q^2</math></i> [ks <sup>2</sup> ]
<i>Pondělí</i>				
<i>Úterý</i>				
<i>Středa</i>				
<i>Čtvrtek</i>				
<i>Pátek</i>				
<i>Sobota</i>				
$\Sigma$				

$$v = \frac{n \cdot \Sigma Q \cdot N - \Sigma Q \cdot \Sigma N}{n \cdot \Sigma Q^2 - (\Sigma Q)^2} \quad F = \bar{N} - v \cdot \bar{Q}$$

<i>Pracovní den</i>	<i>Výše produkce</i> <i><math>Q^*</math></i> [ks]	<i>Celkové náklady</i> <i><math>N</math></i> [Kč]
<i>Pondělí</i>	4 900	59 900
<i>Úterý</i>	5 100	60 640
<i>Středa</i>	5 600	61 100
<i>Čtvrtek</i>	6 800	69 500
<i>Pátek</i>	4 200	48 500
<i>Sobota</i>	2 300	40 050





# Nákladová funkce (metoda regresní a korelační analýzy)

Pracovní den	Q [ks]	N [Kč]	Q·N [ks·Kč]	Q <sup>2</sup> [ks <sup>2</sup> ]
Pondělí	4 900	59 900	293 510 000,00	24 010 000
Úterý	5 100	60 640	309 264 000,00	26 010 000
Středa	5 600	61 100	342 160 000,00	31 360 000
Čtvrtek	6 800	69 500	472 600 000,00	46 240 000
Pátek	4 200	48 500	203 700 000,00	17 640 000
Sobota	2 300	40 050	92 115 000,00	5 290 000
Σ	<b>28 900</b>	<b>339 690</b>	<b>1 713 349 000,00</b>	<b>150 550 000</b>

## Poznámka:

Do níže uvedených vzorců jsou dosazeny hodnoty  $Q \cdot 10^{-3}$  a  $N \cdot 10^{-3}$ , což nemá vliv na absolutní výši ukazatele „v“

$$r = \frac{n \sum Q \cdot N - \sum Q \cdot \sum N}{\sqrt{n \sum Q^2 - (\sum Q)^2} \cdot \sqrt{n \sum N^2 - (\sum N)^2}} = \frac{6 \cdot 1\,713,349 - 9\,817,041}{\sqrt{6 \cdot 150,550 - 835,21} \cdot \sqrt{6 \cdot 339,690 - 835,21}} = \frac{10\,280,094 - 9\,817,041}{903,3 - 835,21}$$

$$r = \frac{463,053}{68,09} = 6,8006021 \text{ Kč/ks}$$

$$r = 6,8006021 \text{ Kč/ks}$$

$$r = \bar{N} - r \cdot \bar{Q} = \frac{339\,690}{6} - 6,8006021 \cdot \frac{28\,900}{6} = 56\,615 - 32\,756,233 = 23\,858,767$$

$$r = 23\,858,767 \text{ Kč}$$



# *Využití nákladových funkcí v praxi*

## **Příklad** *(nákladová funkce klienta mobilního operátora)*

Společnost Sporttel nabízí službu za následujících podmínek: za poplatek 450 Kč/měsíc je cena hovoru za jednu minutu 4 Kč/minutu. Společnost Intertel účtuje za 1 minutu hovoru 6 Kč/minutu.

Úkol:

- *Schematicky vyznačte grafickou podobu nákladových funkcí*
- *Stanovte, v jakém časovém intervalu hovorů jsou výhodné jednotlivé nabídky?*