

Základní pojmy finanční a pojistné matematiky



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**

**OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ**

FIU/BPFPM

Finanční a pojistná matematika

Ing. Roman Hlawiczka, Ph.D.
Katedra financí a účetnictví



- Finanční matematika je matematika aplikovaná ve finanční sféře.
- Pojistná matematika je matematika aplikovaná v pojišťovací činnosti.

- Při matematických operacích v této oblasti je nutné si uvědomit:
 - Řešíme příjem nebo výdej?
 - Kdy dochází k platbě položky?
 - Od kdy se počítá čas?
 - Jaká je doba splatnosti?
 - Jaká je výše každé platby?



- Co jsou to peníze?
- Jaké jsou jejich základní funkce?
- Jaké formy peněz znáte?
- Diskutujte podstatu peněz ve vztahu k finanční a pojistné matematice

Peníze

- za peníze považujeme cokoliv, co může být jednoduše použito k uskutečnění ekonomických transakcí
- Formálně lze definovat peníze jako aktivum, které je obecně přijímáno při platbě za zboží či služby nebo při úhradě závazků

Základní funkce peněz:

- Prostředek směny
- Uchovatel hodnoty
- Účetní jednotka (z hlediska finanční a pojistné matematiky nejdůležitější funkce)

Formy peněz

- hotovostní peníze
- bezhotovostní peníze
 - Obě formy peněz jsou z hlediska studovaných finančních operací **rovnocenné**, v praxi však nemusejí být pro danou konkrétní operaci stejně vhodné.



??? Při sjednání hypotečního úvěru je věřitel ten, komu banka úvěr poskytla,
nebo přímo hypoteční banka???

- Vztahy, které vyjadřují vzájemné platební závazky subjektů
- Finanční vztahy mezi více subjekty lze dekomponovat na více finančních vztahů mezi dvěma subjekty:
 - Věřitel = osoba/instituce, které finanční částka patří
 - Dlužník = osoba/instituce, která peněžitou částku užívá
- Zvláštním případem tohoto partnerství je smluvní poměr mezi vkladatelem a peněžním ústavem, totéž platí v případě pojištění
 - Vkladatel je věřitel a peněžní ústav je dlužník
 - Pojištěný je věřitel a pojišťovna je dlužník

Pozn.: Finanční vztahy mezi subjekty bývají většinou smluvní, tj. dobrovolné. Existují však také vztahy nucené, v nichž smlouva je nahrazena „donucením“ ze strany zákona. Ve všech úlohách finanční matematiky jde vždy **o smluvní platební závazky** mezi dvěma stranami.

Finanční operace = takové operace, které se používají při určování změn finančních vztahů v průběhu času.

Například:

- Emisní činnost
- Směnárenská činnost
- Úvěrová činnost
- Spořitelní činnost
- Pojišťovací činnost

- **Úrok** = cena, kterou požaduje věřitel za dočasné poskytnutí práva využívat jeho kapitál neboli peněžní prostředky.
- Úrok platí věřiteli dlužník, který právo využití kapitálu získal.
 - Z hlediska věřitele (vkladatele, investora) – úrok je odměna za dočasné poskytnutí peněz někomu jinému
 - Z hlediska dlužníka – úrok je cena, kterou dlužník platí za získání peněz pro sebe, tj. za získání úvěru
- Úrok jako cena kapitálu je jako každá jiná cena, určen nabídkou a poptávkou
- Z kvantitativního hlediska je úrok rozdílem mezi částkou vrácenou za poskytnutý úvěr (úrok a splacený úvěr) a výší úvěru.
- Je základním pojmem finanční a pojistné matematiky

Základní pojmy související s úrokem



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Kapitál = užívaná peněžitá částka (jistina)

- Pokud hovoříme o větším počtu pravidelně uhrazovaných peněžitých částek, jedná se o **důchod**, popř. **anuitu**.

Úroková doba/doba splatnosti = doba, po kterou je peněžní částka uložena nebo zapůjčena, tedy za kterou se počítá úrok (doba existence smluvního vztahu)

Úrokovací období = doba, za kterou se úrok pravidelně připisuje

- Roční - p.a.
- Pololetní - p.s.
- Čtvrtletní – p.q.
- Měsíční – p.m.

Základní pojmy související s úrokem



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVÍNĚ

Úročení = způsob započítávání úroků k zapůjčenému kapitálu

Úroková míra = úrok vyjádřený relativně (v procentech), tj. jako část z hodnoty kapitálu

Míra zisku = míra výnosnosti, výnosnost, výnosové procento apod.

- Úroková míra realizovaná v rámci investování (z matematického hlediska jde o ekvivalenty)

Úroková míra vs. Úroková sazba



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Úroková míra = podíl úroku k zapůjčené částce; obvykle vyjadřována v procentech na roční bázi (p.a.).

Úroková sazba = úroková míra v jednotlivých konkrétních transakcích

Změny úrokových sazeb se vyjadřují v procentních respektive základních (bazických) bodech!!!

- Pokud se úroková sazba zvýší z 3 % p.a. na 5 % p.a., jedná se o nárůst o dva procentní body (nikoliv o dvě procenta).
- Jeden základní bod dále odpovídá 0,01 % neboli 0,0001.
- Dojde-li například k poklesu úrokové sazby ze 4 % p.a. na 3,25 % p.a., říkáme, že došlo k poklesu o 75 základních (bazických) bodů.



??? Jaké faktory ovlivňují výši úrokové míry???

Faktory ovlivňující úrokovou míru



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- Diskontní sazba
- Mezibankovní úrokové sazby
- Strategie banky
- Riziko půjčky
- Doba půjčky
- Nejnižší úroková míra na trhu
- Výše zapůjčeného kapitálu
- Daňová politika státu

....

Základní druhy úrokových měr



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- Nominální úroková míra
- Reálná úroková míra
- Efektivní úroková míra
- Zvažovaná úroková míra, požadovaná výnosností
- Vnitřní výnosové procento

Úrokovací období

Úrokovací období = doba, za kterou se pravidelně připisují úroky

- Úrokovací období
 - p.a. (per annum) => roční
 - p.s. (per semestre) => pololetní
 - p.q. (per quartale) => čtvrtletní
 - p.m. (per mensem) => měsíční
- úrokovací období ve dnech je možné vyjádřit dvěma způsoby
 - skutečný počet dnů období
 - celé měsíce jako 30 dnů
- délka roku ve dnech může být také vyjádřena dvojím způsobem
 - rok jako 365 (resp. 366) dnů
 - rok jako 360 dnů

Metody úrokování



- **anglická metoda (přesná)**
 - ACT/365 standard
 - je založena na skutečném počtu dnů úrokovaného období (čitatel) a délce roku 365 (resp. 366) dnů (jmenovatel)
- **francouzská metoda (mezinárodní, bankovnícká)**
 - ACT/360 standard
 - je založena na skutečném počtu dnů úrokovaného období (v čitateli), ale délka roku se započítává jako 360 dnů (ve jmenovateli)
- **německá metoda (obchodní)**
 - 30E/360 standard
 - je založena na kombinaci započítávání celých měsíců jako 30 dnů (v čitateli) a délky roku jako 360 dnů (ve jmenovateli)

Pozn.: Nejčastěji se používá metoda obchodní, někdy je možné použít i mezinárodní. Pokud nebude uvedeno u příkladu jinak, pro výpočet použijeme metodu obchodní.

Řešený příklad 1

Dlužník si 4. 3. 2019 vypůjčil u banky částku 100 000 Kč, kterou vrátil 15. 11. 2019. Vyjádřete dobu trvání t finančního vztahu, jestliže použijete anglickou metodu a jestliže první den vztahu banka neregistruje (nezapočítává).

Anglická metoda:

Označovaná jako standard $\frac{ACT}{365}$, resp. $\frac{ACT}{366}$, je metoda zcela přesná. Pro přepoččet

časového intervalu, jehož délka ve dnech je d , na délku v rocích t používá vzorec

$$t = \frac{d}{365} \text{ v nepřestupném roce a } t = \frac{d}{366} \text{ v roce přestupném.}$$

Řešený příklad 1 – výsledek

Rok 2019 byl nepřestupný, anglická metoda je zcela přesná, proto počítáme:

$$t = \frac{d}{365},$$

kde d je skutečný počet dní vztahu.

Dále už je jen záležitostí dohody, že banka nezapočítá 4. 3., první den vztahu.

Proto:

$$t = \frac{(31 - 4) + 30 + 31 + 30 + 31 + 31 + 30 + 31 + 15}{365} \cong 0,7014 \text{ roku.}$$

Doba trvání finančního vztahu je 0,7014 roku.

Řešený příklad 2

Jakou část roku t představuje období od 7. 2. 2020 do 27. 8. 2020, jestliže pro výpočet t použijeme francouzskou (bankovníckou) metodu a jestliže započítáme všechny dny uvedeného období?

Francouzská metoda:

Označovaná jako standard $\frac{ACT}{360}$ a zvaná též „bankovnícká“, používá pro přepočet

časového intervalu, jehož délka ve dnech je d , na délku v rocích t vzorec $t = \frac{d}{360}$.

Rok považuje za 360 dní.

Řešený příklad 2 - výsledek



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Rok 2020 je přestupný! Francouzská metoda počítá délku období podle vzorce:

$$t = \frac{d}{360},$$

kde d je skutečný počet dní vztahu a rok se považuje za 360 dní.

Vypočteme:

$$t = \frac{(29 - 6) + 31 + 30 + 31 + 30 + 31 + 27}{360} = \frac{203}{360} \cong 0,5639 \text{ roku.}$$

Období od 7. 2. 2016 do 27. 8. 2020 představovalo 0,5639 roku.

Řešený příklad 3

Banka odkoupila pohledávku splatnou 15. 12. 2019 dne 4. 2. 2019. Jakou dobu t před datem splatnosti proběhl odkup, jestliže pro výpočet použijeme německou (obchodnickou) metodu?

Německá metoda:

Označovaná jako standard $\frac{30E}{360}$ a zvaná „obchodnická“, považuje rok za 360 dní

a měsíce bez rozdílu za 30 dní.

Řešený příklad 3 - výsledek

Německá metoda je nejméně přesná, přesto bývá pro svou jednoduchost často používána:

Pro naši úlohu tedy:

$$t = \frac{30 \cdot 9 + (30 - 4) + 15}{360} = \frac{311}{360} \cong 0,8639 \text{ roku.}$$

Odkup proběhl před 0,8639 roku.



???Co je to inflace???
???Jaký je vztah inflace a úrokové míry???

Nominální X reálná úroková míra

- **Nominální úroková míra** je taková úroková míra, při níž se nezohledňuje inflace.
- **Reálná úroková míra** je taková úroková míra, do níž zahrneme inflaci.
- **Reálná výše kapitálu**
 - Nejprve počáteční kapitál úročíme nominální úrokovou mírou, pak diskontujeme inflační mírou:

$$C_n = C_0 \times (1 + i) \times \frac{1}{1 + \pi}$$

Nebo

- Zúročíme počáteční kapitál reálnou úrokovou mírou:

$$C_n = C_0 \times (1 + i_r)$$

Fischerova rovnice:

$$(1 + i) = (1 + i_r) \times (1 + \pi)$$

$$i_r = \frac{i \times (1 - \pi) - \pi}{1 + \pi}$$

$$i_r \approx i - \pi$$

Aproximace

i_r
 i

reálná úroková míra
nominální úroková míra



??? Co znamená, že peníze mají časovou hodnotu???

- Finanční prostředky mají časovou hodnotu: „koruna dnes má větší hodnotu jako koruna zítra“

⇒ Ve finanční matematice všechny částky a závazky vztáhneme k jedinému časovému bodu!!!

Referenční datum (local date)

- Každou finanční částku „lze posunout vpřed“ na časové ose pomocí **úročení**, nebo „posunout vzad“ pomocí **diskontování**.

Typy úročení

Typy dle způsobu připočítání úroků:

- **Jednoduché**

- jestliže se vyplácené úroky nepřipočítají k původnímu kapitálu a tudíž se ani tyto úroky neúročí, úročí se stále jen základní jistina
- Používá se zpravidla při uložení kapitálu kratší než jedno úrokovací období!

- **Složené**

- jestliže se vyplácené úroky připočítají k původnímu kapitálu a znovu se úročí původní kapitál navýšený o připsaný úrok
- při složeném úročení se počítá i úrok z úroku!!!
- Používá se zpravidla při uložení kapitálu na dobu delší než jedno úrokovací období!

Typy dle okamžiku připočítání úroků:

- **Polhůtní (dekurzivní)** - úroky se vyplácí (připisují na účet) na konci úrokovacího období
- **Předlhůtní (anticipativní)** - úroky se vyplácí (připisují na účet) na začátku úrokovacího období



Děkuji za pozornost a přeji pěkný den 😊
