STATISTIKA

12. PŘEDNÁŠKA

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS
ADMINISTRATION IN KARVINA

Téma přednášky:

a) časové řady,

b) lineární trend,

c) korelační analýza.

Mgr. Radmila Krkošková, Ph.D.

Trendová funkce v časové řadě

- Hodnotami nezávisle proměnné jsou **ekvidistantní**

(tj. stejně vzdálené) **časové okamžiky** t_i, $i = 1,2,\ldots,n$

- Situace je častá v ekonomických aplikacích, kdy máme k dispozici tzv. **časové řady** ekonomických veličin, např. tržby v jednotlivých měsících, HDP v jednotlivých za sebou jdoucích rocích apod.

Trendová funkce v časové řadě

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS
ADMINISTRATION IN KARVINA

- Lineární **trendová** (regresní) **funkce**:

$$T_t = \beta_0 + \beta_1 t$$

Transformace časové osy v časové řadě

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Zavedení nové časové proměnné t' následujícím způsobem:

$t' = (t - \bar{t})$ je-li počet členů časové řady n lichý

$\bar{t} = \dfrac{n+1}{2}$ je-li počet členů časové řady n sudý

$$t' = 2(t - \bar{t}) \qquad \sum_{t=1}^{n} t' = 0$$

Jednodušší odhad regresních koeficientů – MNČ:

$$b_0 = \frac{\sum y_t}{n} \qquad b_1 = \frac{\sum t' y_t}{\sum (t')^2}$$

Příklad: časová řada

Výrobu horských kol typu Superba (v tis.ks) udává tabulka:

Rok	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Výroba	22,3	22,0	22,3	???	21,3	21,4	21,1

a) Chybějící údaj za rok 2008 doplňte průměrem hodnot sousedních roků 2007 a 2009 a doplněnou časovou řadu schématicky načrtněte.

b) Z náčrtu odhadněte správný model trendu této časové řady, pak metodou regresní analýzy vypočtěte odhady neznámých regresních koeficientů.

Příklad: časová řada

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

c) Pomocí modelu z b) prognózujte velikost výroby v roce 2012 a 2013.

c) Vypočtěte koeficient determinace a na jeho základě slovně zhodnoťte„přiléhavost“ dat k regresnímu modelu.

Příklad: časová řada - výpočty

t	y_t	t'	$(t')^2$	$t' \cdot y_t$	T_t	$(y_t - T_t)^2$	$(T_t - y)^2$	$(y_t - y)^2$
1	20,5	-3	9	-61,5	20,75	0,0607	0,6117	1,0580
2	21,1	-2	4	-42,2	21,01	0,0086	0,2719	0,1837
3	21,4	-1	1	-21,4	21,27	0,0175	0,0680	0,0165
4	21,6	0	0	0	21,53	0,0051	0,0000	0,0051
5	21,8	1	1	21,8	21,79	0,0001	0,0680	0,0737
6	22,3	2	4	44,6	22,05	0,0625	0,2719	0,5951
7	22,0	3	9	66	22,31	0,0965	0,6117	0,2222
Sumy	150,7	0	28	7,3	150,70	0,2511	1,9032	2,1543

b_0 =	21,53		
b_1 =	0,26	T_{02} =	22,57
S_R =	0,251	T_{03} =	22,83
S_T =	1,903		
S_y =	2,154		

$R^2 = S_T/S_y =$ 0,88

Model vysvětluje 88 procent variability dat.
Data se těsně přimykají k regresní přímce!

Linearizované regresní funkce

Regresní exponenciální funkce
(Cobb-Douglasova produkční funkce): $f(x) = \beta_0 \beta_1^{\,x}$

Substituce: $y' = \ln y \qquad x' = x$

$\beta_0' = \ln \beta_0 \quad \beta_1' = \ln \beta_1$

MNČ vypočteme odhady: b_0', b_1'

Zpětná substituce: $b_0 = e^{b_0'} \quad b_1 = e^{b_1'}$ (odhady β_0, β_1)

Korelační analýza

V korelační analýze není předem známo, které jsou vysvětlující a které vysvětlované proměnné!

Příklad: Závislost tržeb za zboží *X* na tržbách zboží *Y*

Oboustranný vztah - 2 regresní přímky:

$$y = \alpha_0 + \alpha_1 x + \varepsilon_1 \qquad x = \beta_0 + \beta_1 y + \varepsilon_2$$

Korelační analýza

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Korelační koeficient: $\rho = \pm\sqrt{|\alpha_1 \beta_1|}$

Odhad ρ: $r = \dfrac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{[n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2][n\sum y_i^2 - \left(\sum y_i\right)^2]}}$

Příklad: Výsledky testů 10 studentů

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Počet bodů z matematiky	56	79	50	84	63	91	46	56	74	76
Počet bodů z ekonomie	82	56	46	79	74	83	51	63	75	82

$$r = \frac{10 \cdot 47823 - 675 \cdot 691}{\sqrt{(10 \cdot 47687 - 675^2)(10 \cdot 49501 - 691^2)}} = 0{,}6112$$

$r > 0{,}6$ – „vysoká“ hodnota korelace!

Závěr přednášky

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Děkuji Vám za pozornost !!!