

MATEMATIKA – seminář č. 7 – Neurčitý integrál, integrace racionálních zlomků, metoda „per partes“.

0. Opakování základních integrálů.

$$\int x^2 dx$$

$$\int (x^3 + 6x^2 - 5x + 4) dx$$

$$\int \left(\frac{1}{x} + \frac{4}{x^3} + e^x + 3^x + 2 \sin x + \sqrt{x} \right) dx$$

PER PARTES

1. Vypočtěte:

a) $\int x e^x dx$

b) $\int (x^2 + 1) e^x dx$

c) $\int x \ln x dx$

d) $\int x \sin x dx$

e) $\int x^3 \ln x dx$

f) $\int \ln x dx$

g) $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$

h) $\int \sin x e^x dx$

Výsledky: a) $(x-1)e^x + C$, b) $(x^2 - 2x + 3)e^x + C$, c) $\frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + C$,

d) $-x \cos x + \sin x + C$, e) $\frac{x^4}{4} \ln x - \frac{x^4}{16} + C$, f) $x \ln x - x + C$, g) $-\frac{1}{x} \ln x - \frac{1}{x} + C$, h)

$$\frac{\sin x e^x - \cos x e^x}{2} + C$$

PARCIÁLNÍ ZLOMKY

2. Vypočtěte: a) $\int \frac{x-13}{x^2+4x-5} dx$

b) $\int \frac{5x^2-17x+12}{x^3-4x^2+4x} dx$

Výsledky:

a) $3 \ln|x+5| - 2 \ln|x-1| + C$,

b) $\int \frac{3}{x} dx + \int \frac{2}{x-2} dx - \int \frac{1}{(x-2)^2} dx = 3 \ln|x| + 2 \ln|x-2| + \frac{1}{x-2} + C$

INTEGRÁLY VEDOUcí NA FUNKCI ARCTG

3. Vypočtěte: a) $\int \frac{1}{x^2+4x+5} dx$

b) $\int \frac{3}{x^2+2x+5} dx$

Výsledky: a) $\arctg(x+2) + C$, b) $\frac{3}{2} \arctg \frac{x+1}{2} + C$

Tabulka 6.1. Základní integrály.

řádek	$f(x)$	$\int f(x)dx$
1	0	C
2	1	$x + C$
3	x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
4	e^x	$e^x + C$
5	$\frac{1}{x}$	$\ln x + C$
6	$\frac{1}{ax+b}$	$\frac{1}{a} \ln ax+b + C$
7	a^x	$\frac{a^x}{\ln a} + C$
8	$\sin x$	$-\cos x + C$
9	$\cos x$	$\sin x + C$
10	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$
11	$-\frac{1}{\sin^2 x}$	$\operatorname{cot} x + C$
12	$\frac{1}{1+x^2}$	$\operatorname{arctg} x + C$
13	$\frac{1}{a^2+x^2}$	$\frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$
14	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\operatorname{arcsin} x + C$
15	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\operatorname{arccos} x + C$
16	$\frac{1}{\sqrt{1\pm x^2}}$	$\ln x+\sqrt{1\pm x^2} + C$