



Nákladová funkce



Cíl a struktura přednášky

Cílem přednášky je představit nákladovou funkci.

Jsou vysvětleny metody stanovování parametrů nákladových funkcí.



Nákladová funkce

Analýza **nákladové funkce** umožňuje členění nákladů do dvou základních skupin:

- fixní (*konstantní*) náklady,
- variabilní (*proměnné*) náklady.

Uvedené členění nákladů je výsledkem závislosti nákladů na množství (*objemu*) produkce.

- fixní náklady (má se na mysli celková výše fixních nákladů za určité období) jsou vůči změnám objemu produkce netečné.



Nákladová funkce

Nákladová funkce vyjadřuje matematickou (grafickou) formou vztah mezi náklady a objemem produkce.

proporcionální náklady
podproporcionální náklady
nadproporcionální náklady

Využití nákladových funkcí:

v řadě rozhodovacích úloh managementu podniku,
ale i v soukromé sféře v oblasti osobních rozhodovacích úloh.



Nákladová funkce (v krátkém období)

Krátkodobé nákladové funkce charakterizují průběh nákladů v krátkém období, tj. v období, ve kterém lze měnit pouze některé výrobní faktory (množství vynakládané lidské práce a spotřebované materiálové vstupy), zatímco výrobní faktor „dlouhodobý hmotný (nehmotný) majetek“ je neměnný.

Objem výroby je limitován vybudovanou **výrobní kapacitou**, kterou „formuje“ použitý **dlouhodobý majetek** v podobě **fixních nákladů**.

Dlouhodobý majetek lze spojovat s následnou proměnou do podoby **fixních nákladů**. **Proměnné výrobní faktory** (lidská práce, výrobní předměty) se formou spotřeby proměňují ve **variabilní náklady**.



Nákladová funkce (v dlouhém období)

Dlouhodobé nákladové funkce charakterizují průběh nákladů v delším časovém úseku, ve kterém lze změnit všechny výrobní činitele (vybudovat nové výrobní kapacity, vyvinout nové technologické postupy, využít nových poznatků z oblasti primárního výzkumu).

V dlouhodobé nákladové funkci nejsou FIXNÍ NÁKLADY; veškeré náklady se redukují pouze do podoby průměrných celkových nákladů a marginálních nákladů.

Dlouhodobou nákladovou funkci využívají zejména členové vrcholového managementu podniků při rozhodování o velikosti podnikatelské jednotky, druhu výrobního zařízení, jeho výkonu, aplikované výrobní technologie.

Při kalkulaci o nákladech v souvislosti s cenou nabízených výrobků nelze opomenout dopad dopravních nákladů



Nákladová funkce

Nákladová funkce

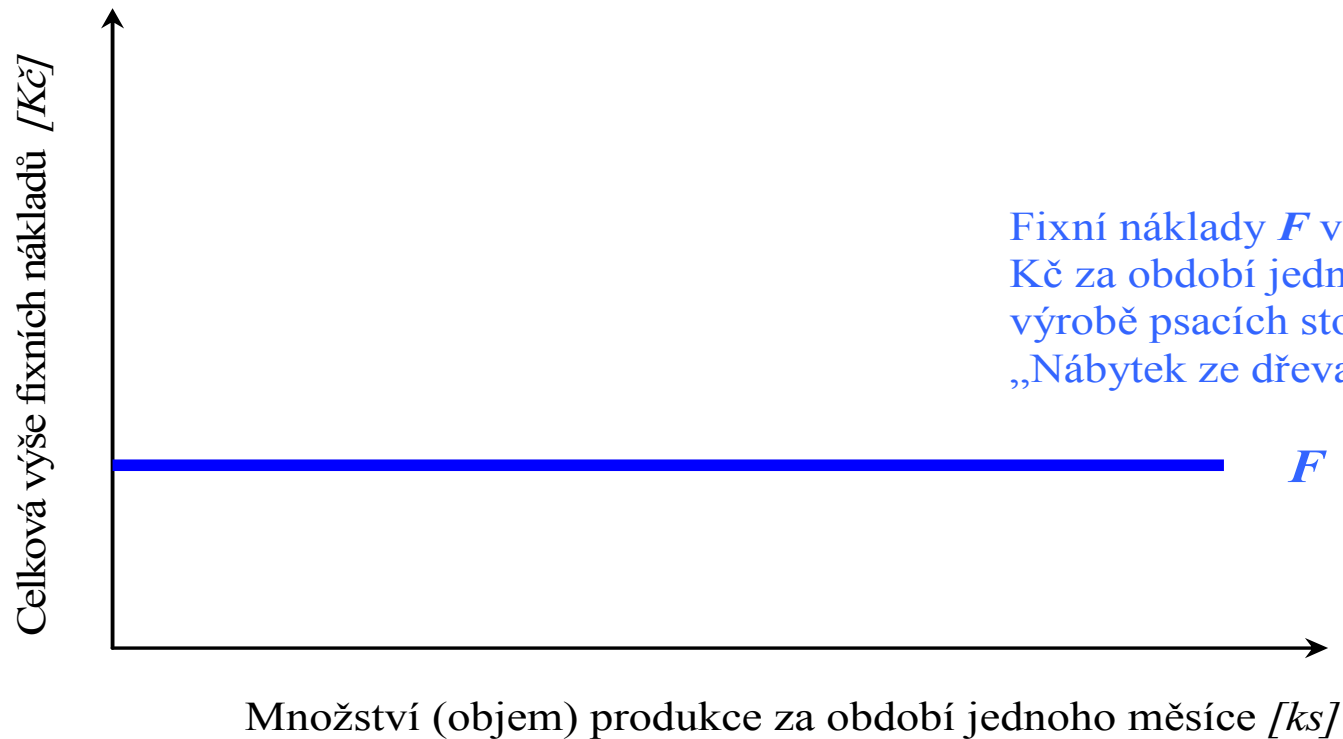
Nákladová funkce vyjadřuje matematickou formou (respektive grafickou formou) vztah mezi náklady a objemem produkce. $N = f(Q)$.

Umožňuje rozdělit celkové náklady na jejich variabilní a fixní složku.

S poukazem na uvedené třídění variabilních nákladů (lineární, progresivní, degresivní) je možné obdobné hodnocení vztáhnout na vývoj závislosti celkových nákladů na objemu produkce.



Závislost fixních nákladů na množství (objemu) produkce





Variabilní náklady

Variabilní náklady N_V mění svou výši v závislosti na objemu produkce.

Obvykle tvoří variabilní náklady celá plejáda nákladových položek, jednicových nákladů.



Variabilní náklady

Celkové variabilní náklady na výrobu 40 ks psacích strojů dle předchozího obrázku činí:

| | |
|---|------------------|
| <input type="checkbox"/> dřevo na vrchní desku stolu | 39 270 Kč |
| <input type="checkbox"/> dřevo na boční stěny stolu | 21 450 Kč |
| <input type="checkbox"/> barva a lak | 2 200 Kč |
| <input type="checkbox"/> spojovací šrouby | 1 400 Kč |
| <input type="checkbox"/> VARIABILNÍ NÁKLADY CELKEM | 64 320 Kč |



Variabilní náklady

Na 40 ks psacích stolů, připadá za 64 320 Kč variabilních nákladů $N_V = 64\,320\text{ Kč}$;
=> jeden kus psacího stolu vyžaduje jednotkové variabilní náklady v hodnotě:

$$v = 64\,320 / 40$$

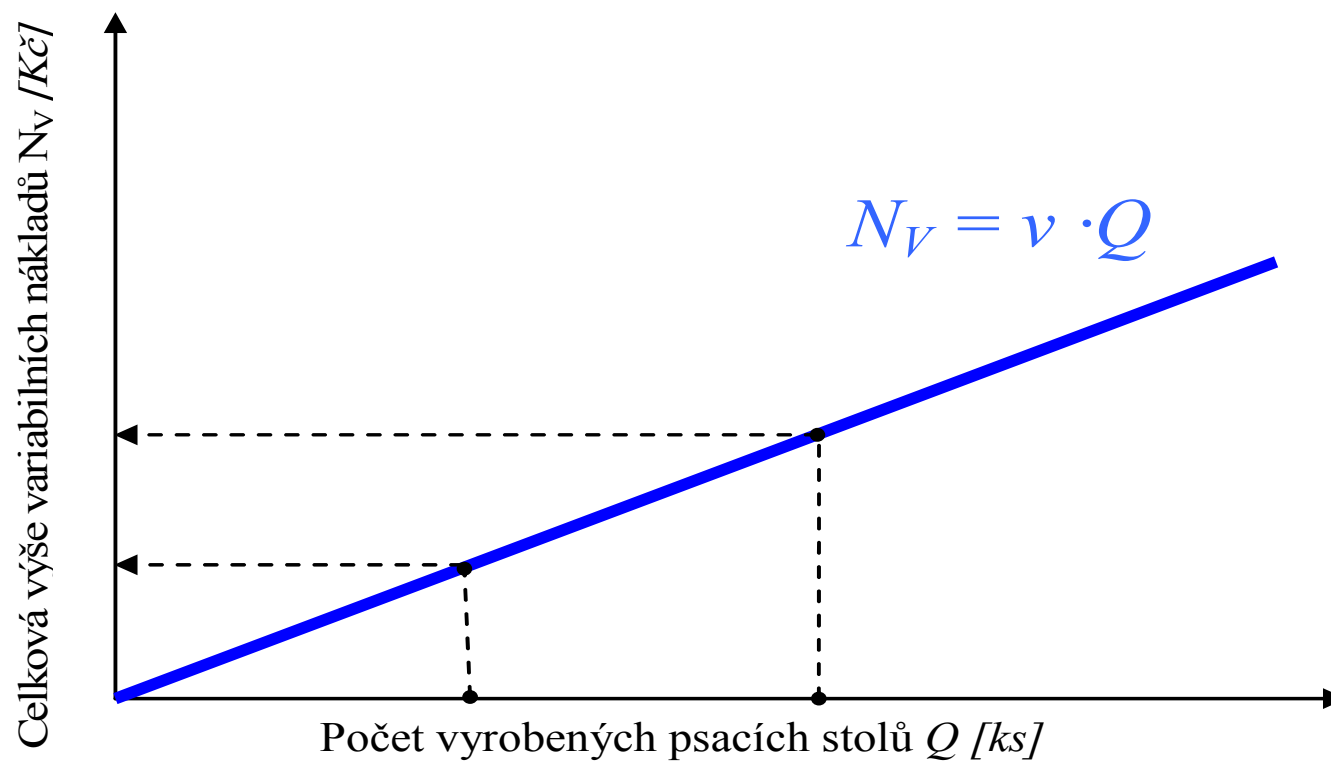
$$v = 1\,608\text{ Kč/ks}$$

Potom celková výše variabilních nákladů na libovolný počet vyrobených psacích stolů je:

$$N_V = v \cdot Q$$

$$N_V = 1\,608 \cdot Q \text{ [Kč]}$$

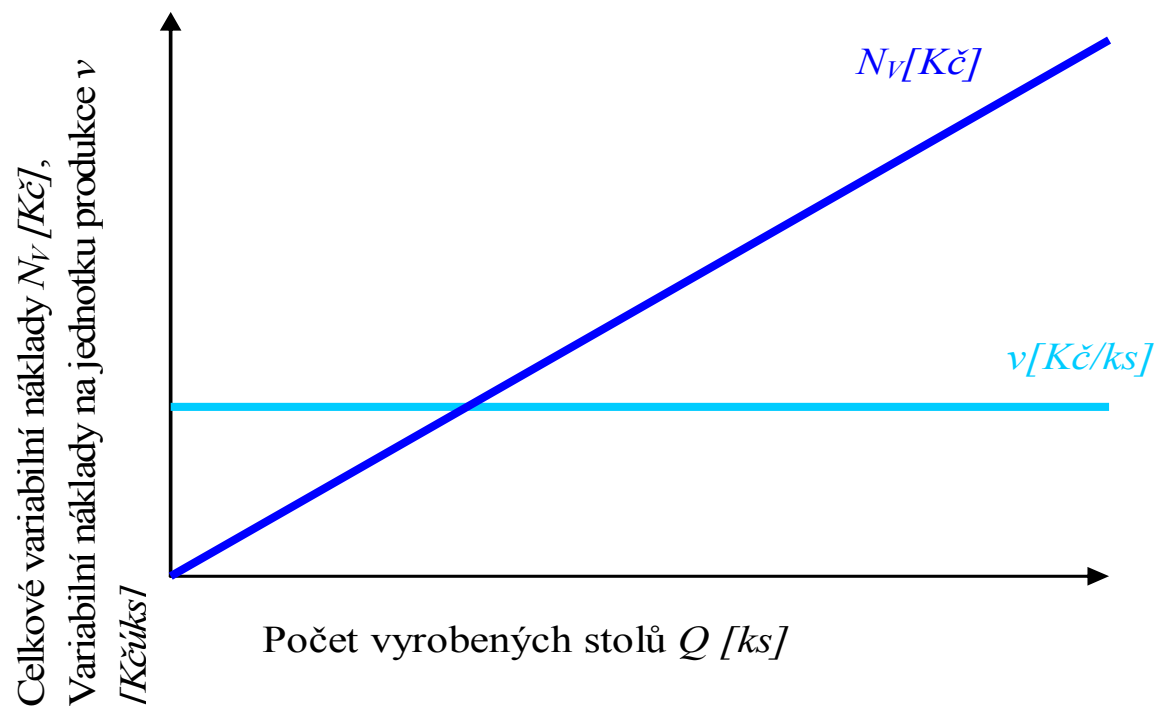
Graf proporcionální závislosti celkových variabilních nákladů N_V na objemu produkce



Graf proporcionální závislosti celkových a jednotkových variabilních nákladů v závislosti na objemu produkce



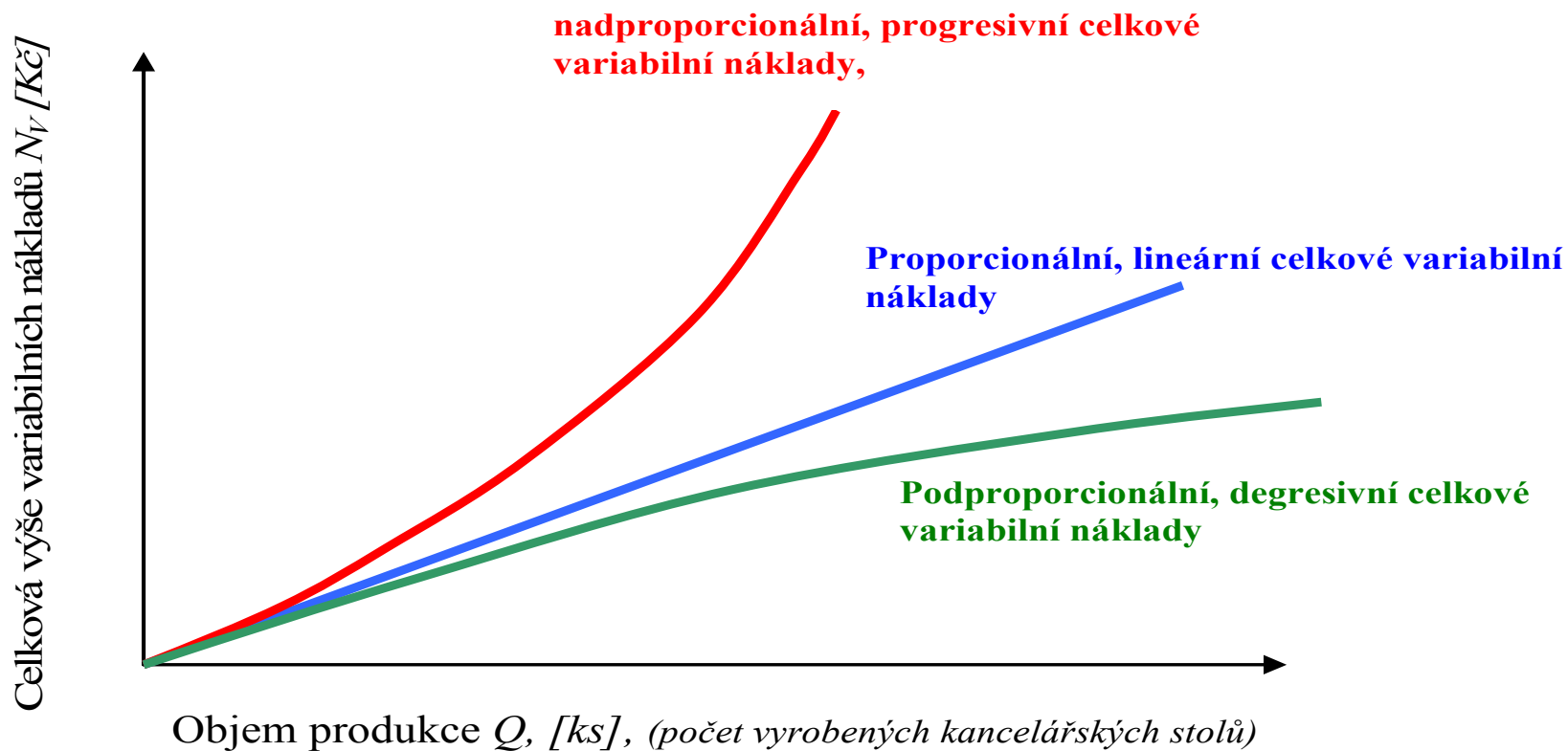
SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ



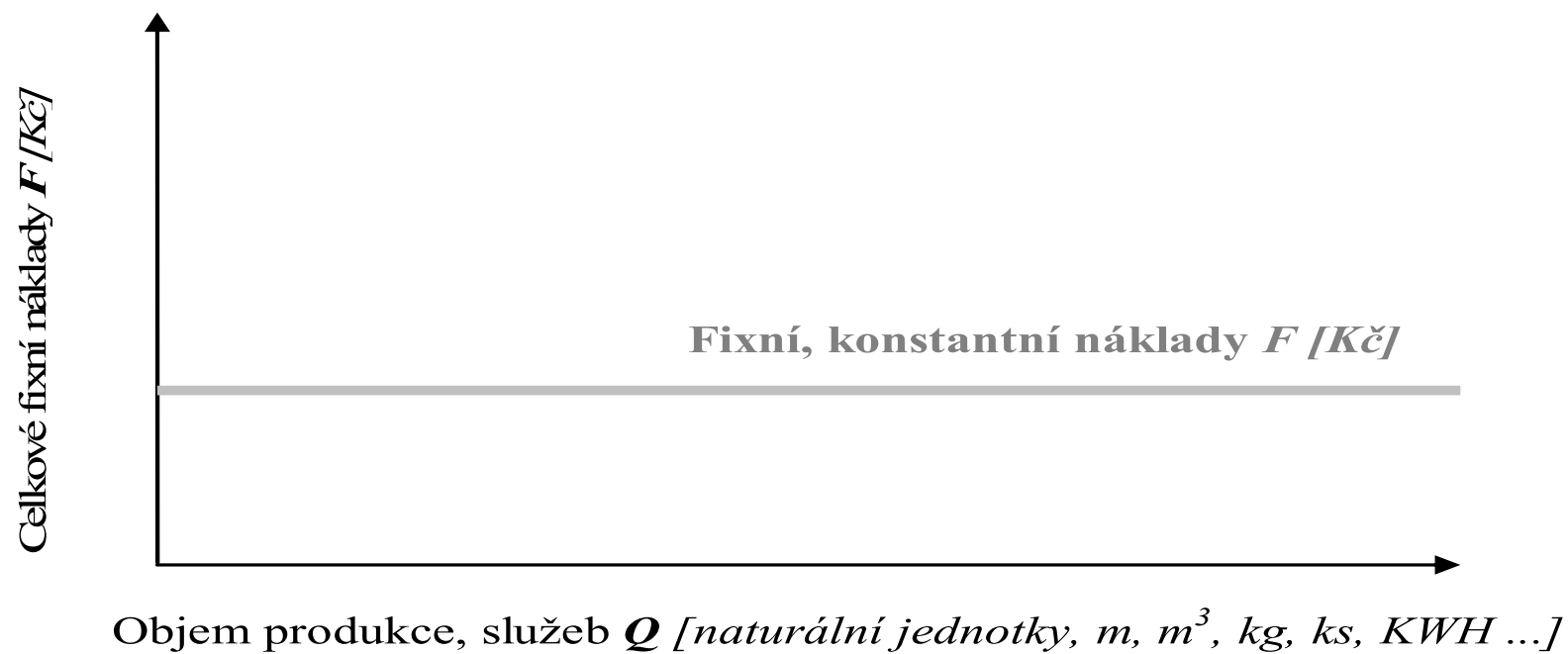
*Graf lineární a nelineárních závislosti celkových variabilních nákladů na objemu
produkce*



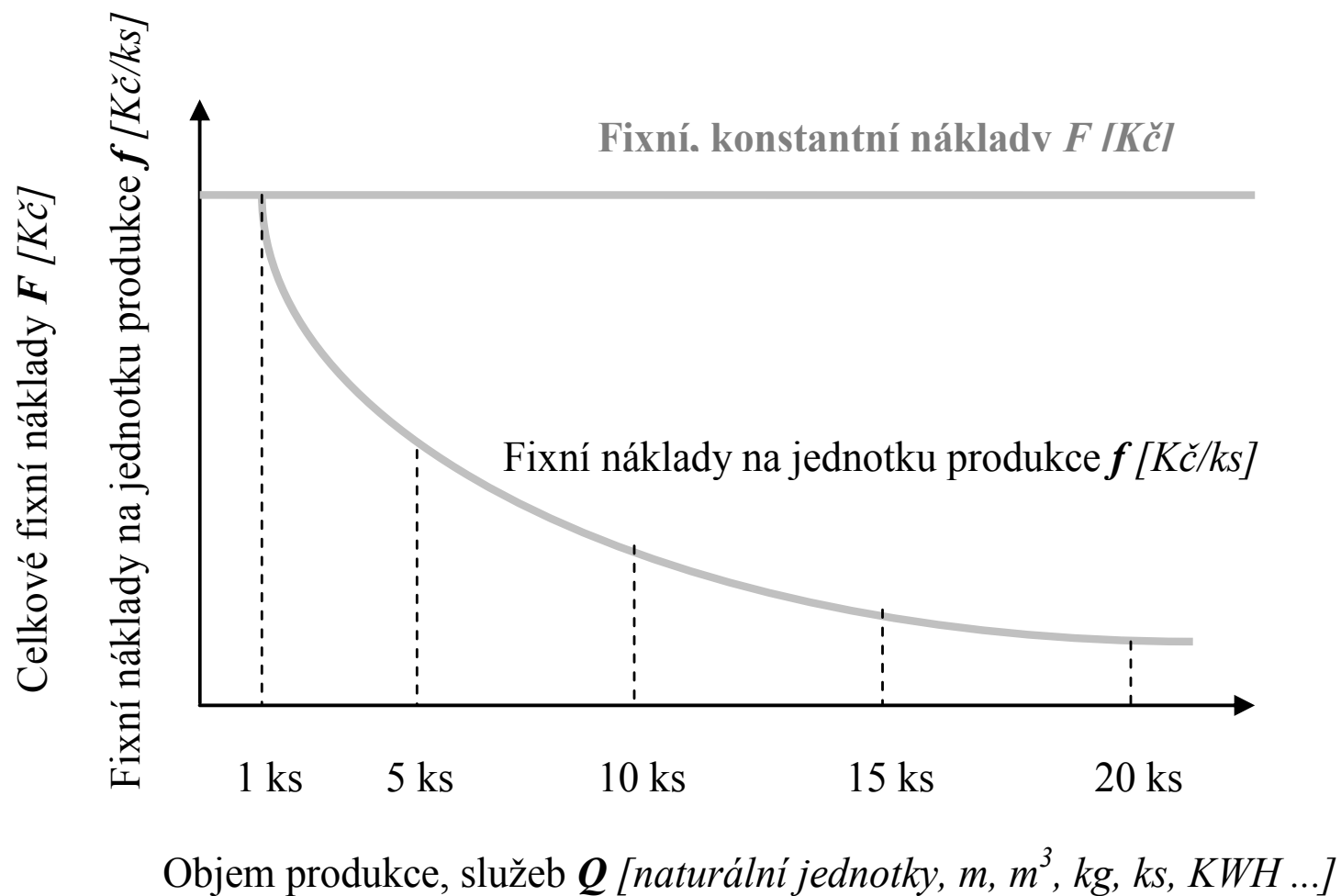
SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ



Graf závislosti celkových fixních nákladů F na objemu produkce, služeb

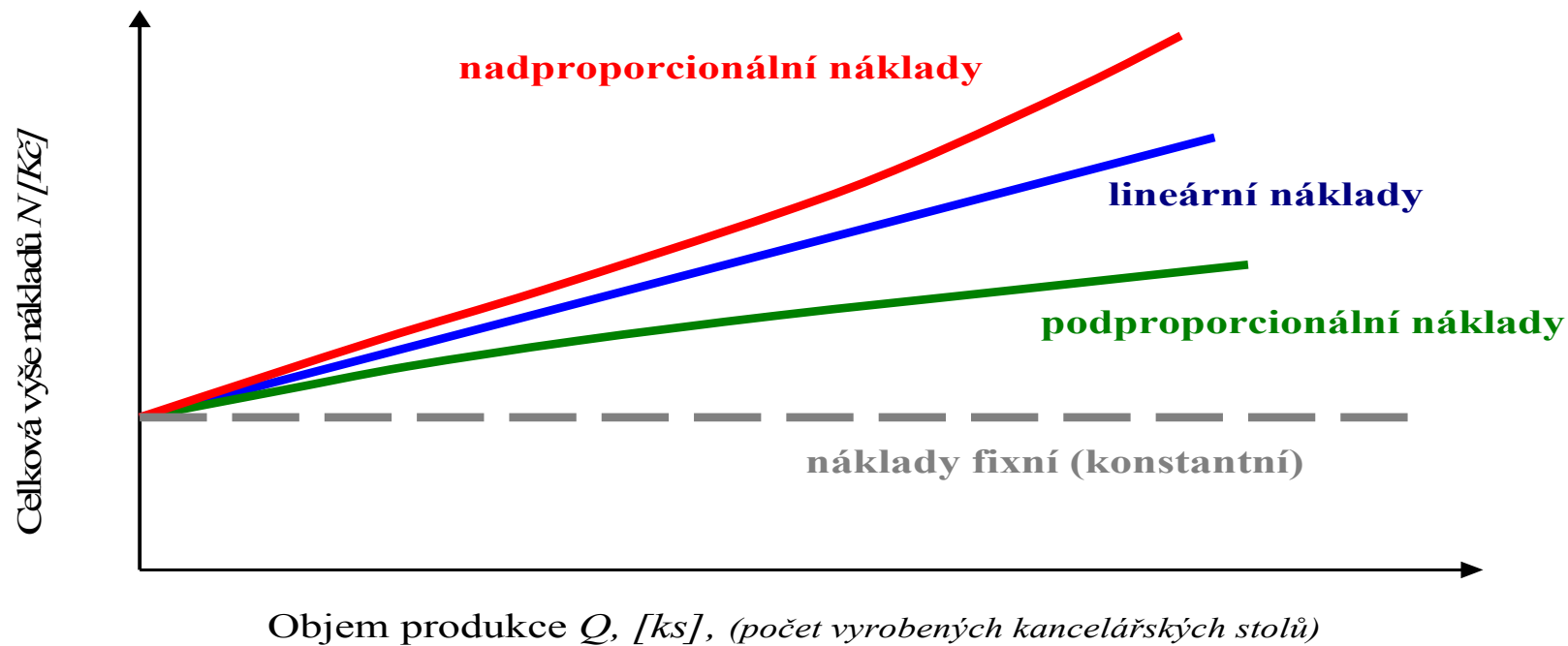


Graf závislosti celkových fixních nákladů F a fixních nákladů vztážených na jednotku produkce f v závislosti na výši produkce Q





Metody pro stanovení parametrů nákladových funkcí





Metody pro stanovení parametrů nákladových funkcí

Parametrem (parametry) nákladové funkce se rozumí stanovení (kvantifikace) hodnot variabilních nákladů v (jednotkových) a celkových fixních nákladů F v nákladové funkci.

Platí vztah:

$$N = N_V + F \quad (1)$$

Dále platí:

$$N_V = v \cdot Q$$



Metody pro stanovení parametrů nákladových funkcí

$$N = v \cdot Q + F$$

kde:

v *variabilní náklady vztahované na jednotku produkce (jednotkové variabilní náklady)*
[Kč/ks,m,kg...]

Q *množství (objem, masa) produkce [ks,m,kg...]*

F *celková výše fixních nákladů za příslušné období [Kč]*



Metody pro stanovení parametrů nákladových funkcí

V případě dříve uváděné modelové situace výroby psacích stolů platí:

Obecná formulace nákladové funkce: $N = v \cdot Q + F$

Konkrétní nákladová funkce pro

měsíční výrobu psacích stolů:

$$N = 1\,608 \cdot Q + 450\,000$$

jednotky

[Kč]

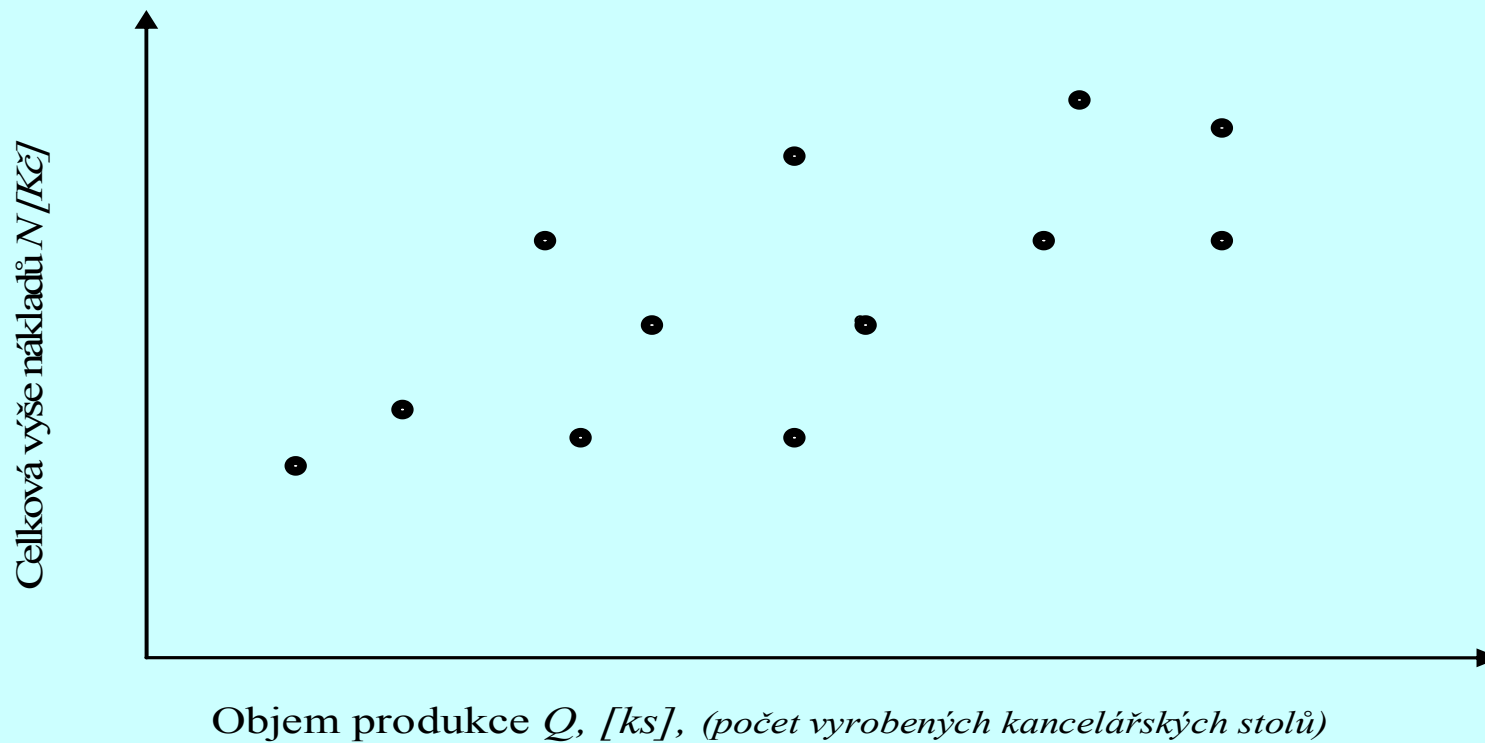


Metody pro stanovení parametrů nákladových funkcí

Přehled vybraných metodických postupů k stanovení matematické (grafické) formy **nákladové funkce:**

- klasifikační analýza (expertní analýza),
- metoda dvou období,
- grafické řešení (bodový diagram),
- metoda dvou bodů.
- regresní a korelační analýza,
- aj.

*Měsíční hodnoty produkce a celkových nákladů převzaté z účetnictví
podnikatelského subjektu*





Nákladová funkce (klasifikační analýza)

Metoda **klasifikační analýzy (expertní)** je založena na roztrídění jednotlivých nákladových položek do skupin variabilních a fixních (konstantních) nákladů na základě posouzení jejich chování při měnícím se objemu produkce.

Poznámka:

Druhově stejný typ nákladů nemusí být zařazen „jednoznačně a trvale“ do jedné z skupin nákladů.



Nákladová funkce (klasifikační analýza)

V měsíci září 2017 vykázala firma „Tepelné izolace s. r. o.“ na středisku „Výroba izolačních prvků“ následující strukturu nákladů (viz tabulka). U nákladových položek „Spotřeba materiálu“ a „Mzda pracovníků na lisu“ bylo zjištěno:

Spotřeba materiálu – ve sledovaném období byla vykázána spotřeba materiálu na opravu poškozeného dopravníku v hodnotě 80 000 Kč. Další materiál byl spotřebován v rámci výrobního procesu jako **variabilní položka nákladů**.

Mzda prac. na lisu – ve sledovaném období činila „tarifní složka mzdy“ (**fixní položka nákladů**) 90 000 Kč. Zbývající část mezd pracovníků na lisu byla „pohyblivá položka mzdy“ (**variabilní náklad**), závislá na počtu vyrobených kusů izolačních prvků

Ve zmíněném období bylo vyrobeno 2 000 ks izolačních prvků.



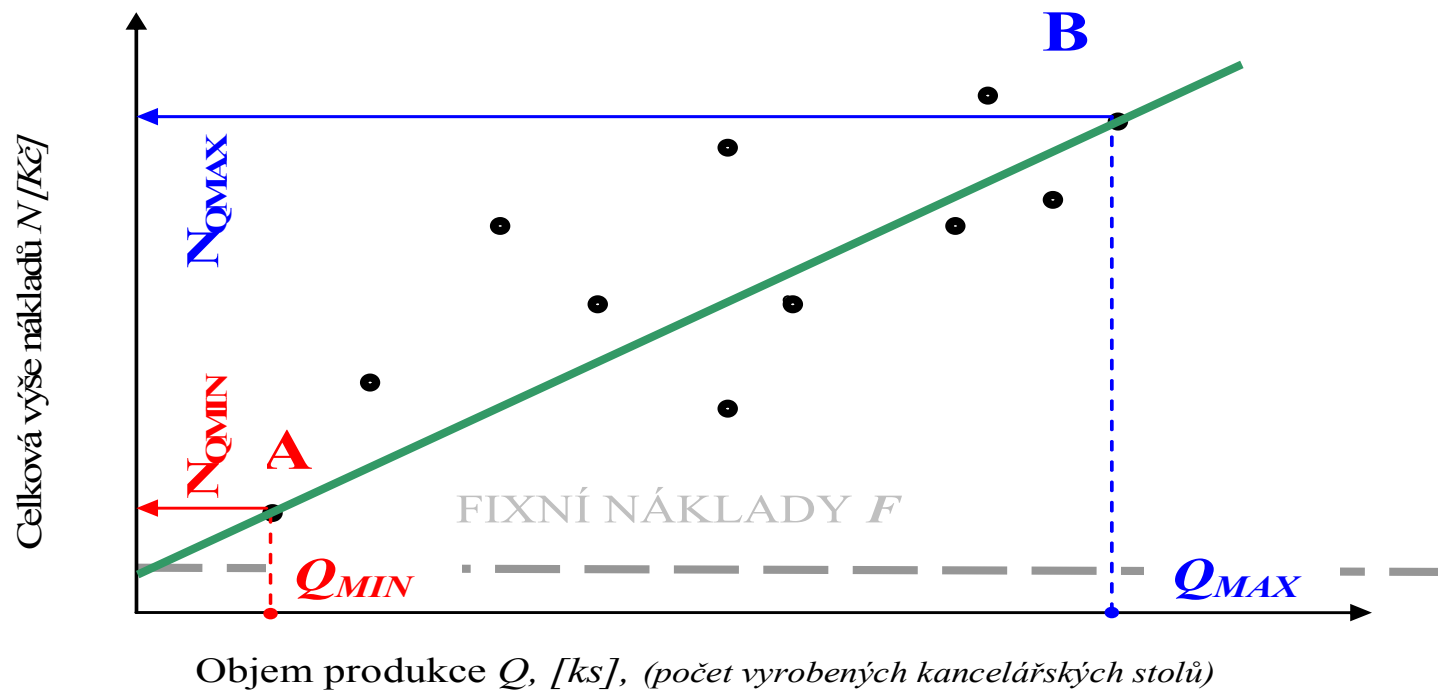
Nákladová funkce (klasifikační analýza)

Tabulka: Struktura nákladů firmy „Tepelné izolace s. r. o.“

| Nákladová položka | Výše nákladů | Variab. náklady | Fixní náklady |
|--|---------------------|----------------------------|--------------------------|
| | <i>[tis. Kč]</i> | <i>[tis. Kč]</i> | <i>[tis. Kč]</i> |
| <i>(a)</i> | <i>(b)</i> | <i>(c)</i> | <i>(d)</i> |
| Spotřeba materiálu | 1 000 | | |
| Úkolová mzda | 150 | | |
| Časová mzda | 750 | | |
| Energie technologická (pohon výr. zařízení) | 100 | | |
| Vodné a netechnologická pára | 50 | | |
| Odpisy dlouhodobého hmotného majetku | 100 | | |
| Přeprava materiálu | 200 | | |
| Daně, poplatky | 15 | | |



Nákladová funkce (metoda dvou období)





Nákladová funkce (metoda dvou období)

Metoda dvou období využívá ke konstrukci nákladové funkce pouze dva extrémní body ve výrobě. Principem řešení je sestavení rovnice přímky s využitím „souřadnic“ dvou extrémních bodů:

- $N_{QMIN} = v \cdot Q_{MIN} + F$ byly dosazeny souřadnice bodu A dle předchozího diagramu A
 $[Q_{MIN}, N_{QMIN}]$
- $N_{QMAX} = v \cdot Q_{MAX} + F$ byly dosazeny souřadnice bodu B dle předchozího diagramu B
 $[Q_{MAX}, N_{QMAX}]$



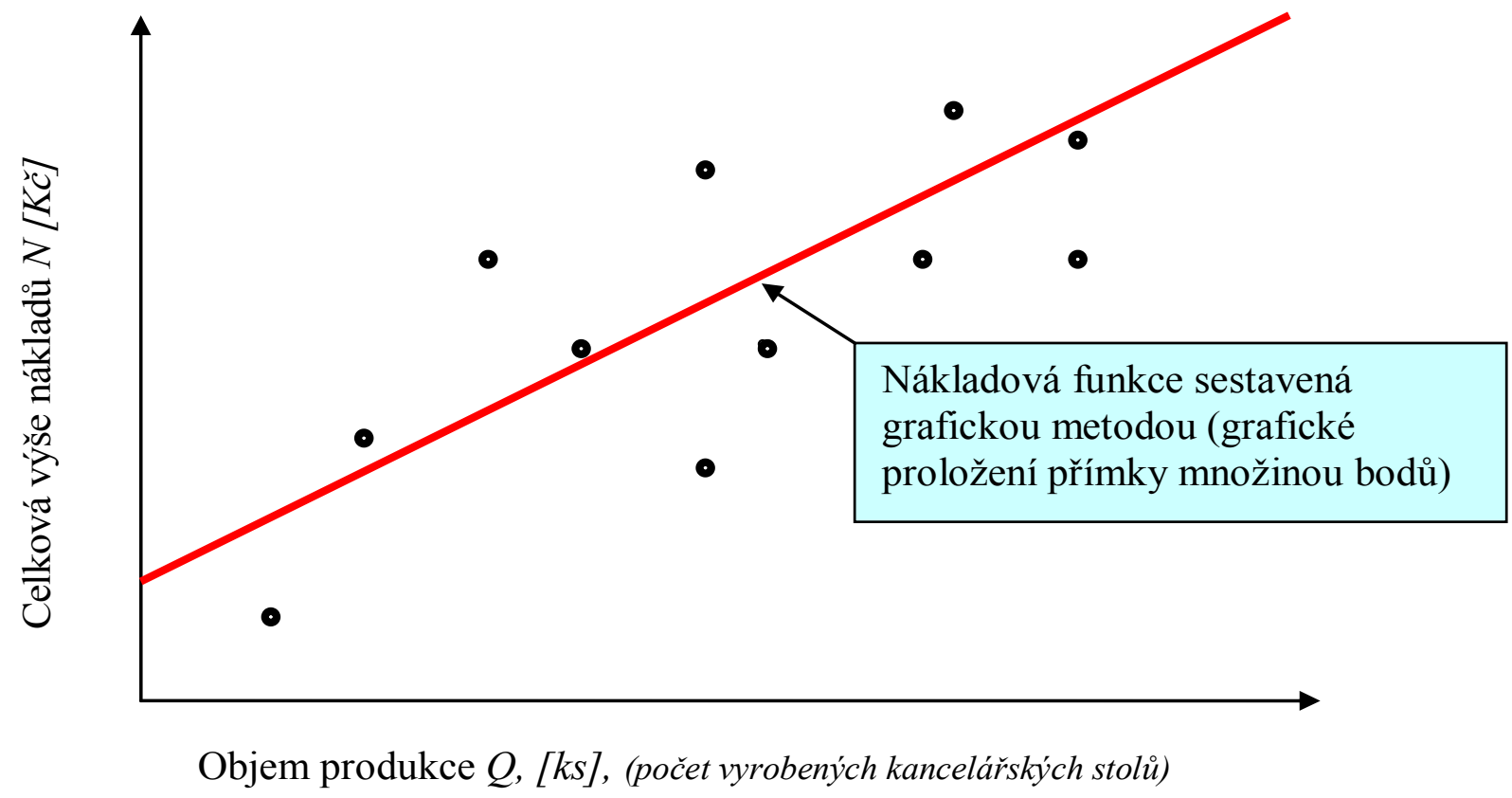
Nákladová funkce (metoda dvou období)

Tabulka Měsíční výsledky firmy „Parapety s.r.o. v roce 2020

| měsíc | výroba | náklady |
|-----------------------------|--------|-----------|
| | [ks] | [Kč] |
| leden | 5 260 | 2 230 000 |
| únor | 4 720 | 2 030 000 |
| březen | 8 030 | 3 450 000 |
| duben | 6 410 | 2 950 000 |
| květen | 5 590 | 2 600 000 |
| červen (minimální produkce) | 4 200 | 2 105 000 |
| červenec | 7 010 | 3 060 000 |
| srpen | 6 320 | 2 850 000 |
| září (maxim. produkce) | 8 600 | 3 790 000 |
| říjen | 7 560 | 3 260 000 |
| listopad | 6 980 | 2 950 000 |
| prosinec | 5 070 | 2 290 000 |



Nákladová funkce (grafická metoda)





Nákladová funkce (metoda dvou bodů)

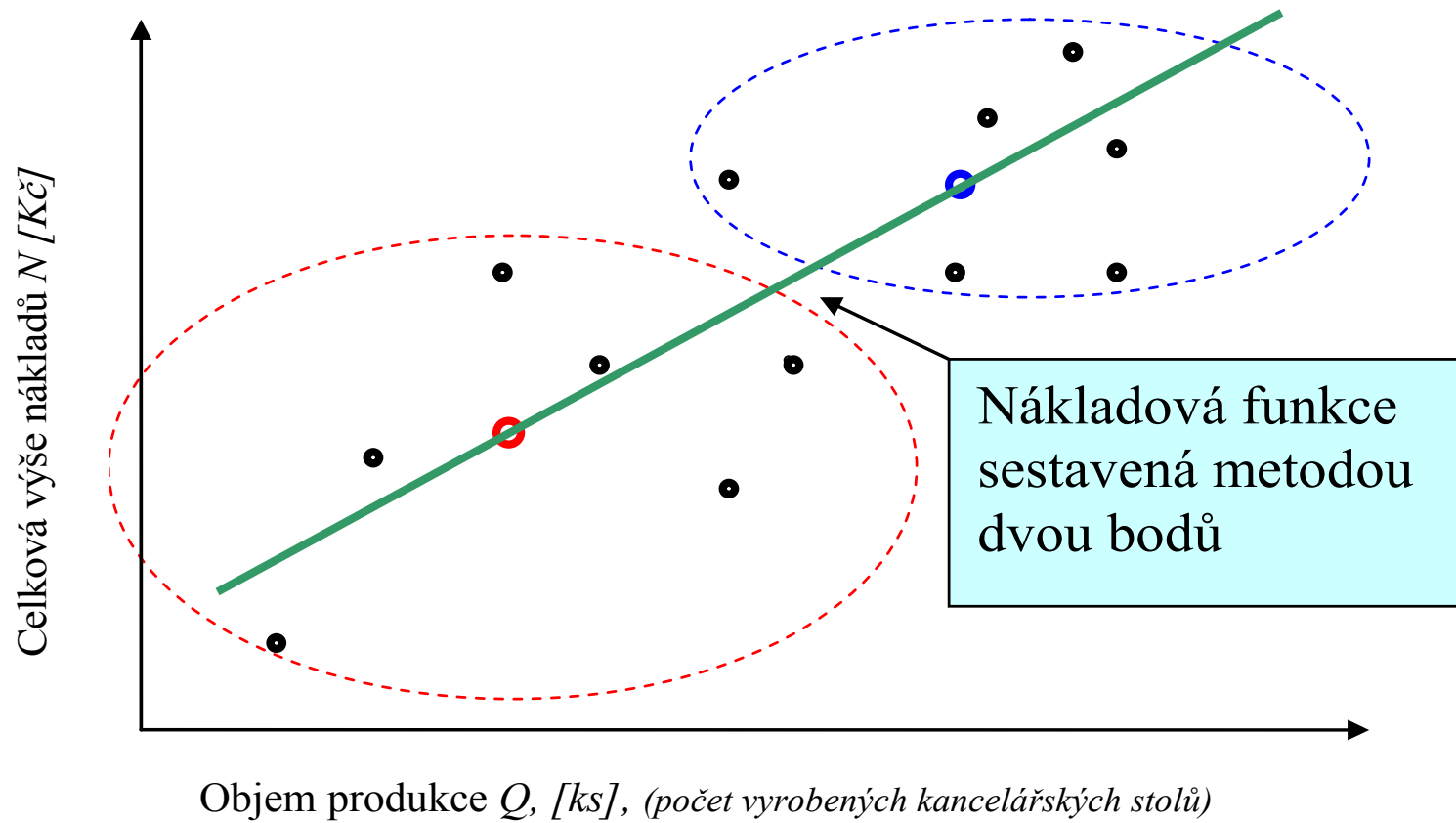
Metoda dvou bodů (metoda průměru)

Vyžaduje údaje *alespoň* za čtyři období. Vstupní údaje se seřadí od největšího objemu výroby k nejmenšímu. Pak se soubor vstupních údajů rozdělí na dvě skupiny, pro každou skupinu se vypočítá průměrný objem výroby za jedno období a průměrné náklady za jedno období.

Vypočtené průměrné hodnoty se dosadí v obou případech do lineárních rovnic o dvou neznámých se zjistí konstanty nákladové funkce. Postup stanovení parametrů nákladové funkce v této fázi výpočtu je shodný s výpočtem dle metody dvou období.



Nákladová funkce (metoda dvou bodů)





Nákladová funkce (metoda dvou bodů)

Tabulka Měsíční výsledky firmy „Parapety s.r.o. v roce 2020

| <i>měsíc</i> | <i>výroba</i> | <i>náklady</i> |
|------------------------------------|---------------|----------------|
| | [ks] | [Kč] |
| <i>leden</i> | 5 260 | 2 230 000 |
| <i>únor</i> | 4 720 | 2 030 000 |
| <i>březen</i> | 8 030 | 3 450 000 |
| <i>duben</i> | 6 410 | 2 950 000 |
| <i>květen</i> | 5 590 | 2 600 000 |
| <i>červen (minimální produkce)</i> | 4 200 | 2 105 000 |
| <i>červenec</i> | 7 010 | 3 060 000 |
| <i>srpen</i> | 6 320 | 2 850 000 |
| <i>září (maxim. produkce)</i> | 8 600 | 3 790 000 |
| <i>říjen</i> | 7 560 | 3 260 000 |
| <i>listopad</i> | 6 980 | 2 950 000 |
| <i>prosinec</i> | 5 070 | 2 290 000 |



Nákladová funkce (metoda dvou bodů)

Tabulka Měsíční výsledky firmy „Parapety s.r.o. v roce 2020

| měsíc | výroba | náklady |
|----------|--------|-----------|
| | [ks] | [Kč] |
| červen | 4 200 | 2 105 000 |
| únor | 4 720 | 2 030 000 |
| prosinec | 5 070 | 2 290 000 |
| leden | 5 260 | 2 230 000 |
| květen | 5 590 | 2 600 000 |
| srpen | 6 320 | 2 850 000 |
| duben | 6 410 | 2 950 000 |
| listopad | 6 980 | 2 950 000 |
| červenec | 7 010 | 3 060 000 |
| říjen | 7 560 | 3 260 000 |
| březen | 8 030 | 3 450 000 |
| září | 8 600 | 3 790 000 |



Nákladová funkce (metoda dvou bodů)

Tabulka Měsíční výsledky firmy „Parapety s.r.o. v roce 2020

Tabulka: výpočty hodnot pro metodu dvou bodů

| měsíc | výroba | náklady |
|-------------|----------|--------------|
| | [ks] | [Kč] |
| červen | 4 200 | 2 105 000 |
| únor | 4 720 | 2 030 000 |
| prosinec | 5 070 | 2 290 000 |
| leden | 5 260 | 2 230 000 |
| květen | 5 590 | 2 600 000 |
| srpen | 6 320 | 2 850 000 |
| Σ | 31 160 | 14 105 000 |
| \emptyset | 5 193,33 | 2 350 833,33 |
| duben | 6 410 | 2 950 000 |
| listopad | 6 980 | 2 950 000 |
| červenec | 7 010 | 3 060 000 |
| říjen | 7 560 | 3 260 000 |
| březen | 8 030 | 3 450 000 |
| září | 8 600 | 3 790 000 |
| Σ | 44 590 | 19 460 000 |
| \emptyset | 7 431,67 | 3 243333,33 |



Nákladová funkce (metoda dvou bodů)

$$\emptyset Q_{\text{MIN}} = 5\,193,33 \text{ ks} \quad \emptyset N_{\text{QMIN}} = 2\,350\,833,3 \text{ Kč}$$

$$\emptyset Q_{\text{Max}} = 7\,431,67 \text{ ks} \quad \emptyset N_{\text{QMAX}} = 3\,243\,333,3 \text{ Kč}$$

Další postup výpočtu shodný s metodou dvou období, tj.:

$$N = v \cdot Q + F$$



Nákladová funkce (metoda regresní a korelační analýzy)

Metoda regresní a korelační analýzy dává nejvěrohodnější výsledky při sestavování **nákladové funkce**. Její nespornou předností je fakt, že lze **nákladové funkce** sestavit i pro **nelineární průběh**.

S využitím tabulkového programu „Excel“ lze rychle zjistit i korelační koeficient (koeficient spolehlivosti).

Princip metody regresní a korelační analýzy:



Nákladová funkce (metoda regresní a korelační analýzy)

S využitím metody regresní a korelační analýzy lze rovněž stanovit hodnotu korelačního koeficientu r , který čím více se blíží hodnotě 1 , tím stanovená nákladová funkce lépe popisuje vývoj (závislost) nákladů

Výpočet parametrů nákladové funkce metodou regresní a korelační analýzy je poměrně pracný. K výpočtu se využívá následujících vztahů:



Nákladová funkce (metoda regresní a korelační analýzy)

$$v = \frac{n \sum Q \cdot N - \sum Q \cdot \sum N}{n \sum Q^2 - (\sum Q)^2}$$

$$F = \bar{N} - v \cdot \bar{Q}$$

$$r = \frac{n \sum Q \cdot N - \sum Q \cdot \sum N}{\sqrt{\left\{ \left[n(\sum Q)^2 \right] \cdot \left[n \sum N^2 - (\sum N)^2 \right] \right\}}}$$



Nákladová funkce (metoda regresní a korelační analýzy)

Ke zpracování a následnému balení zeleného čaje do krabiček, o obsahu 20 sáčků porcovaného čaje se používá v pytlích dovážený suchý čaj z Indie a Číny. V průběhu týdne byly zjištěny a zaznamenány v níže uvedených tabulkách, hodnoty produkce sáčkováného čaje včetně nákladů na jeho výrobu.

S využitím metody:

- *regresní a korelační analýzy stanovte parametry (v , F) nákladové funkce při lineárním průběhu závislosti nákladů na objemu výroby pro firmu zabývající se zpracováním a balením zeleného čaje. K výpočtům využijte níže předdefinovanou výpočtovou tabulku.*

Tabulka: Celkové náklady a výše produkce zeleného čaje

| <i>Pracovní den</i> | <i>Výše produkce</i> | <i>Celkové náklady</i> |
|---------------------|-------------------------|------------------------|
| | <i>Q^*</i> | <i>N</i> |
| | <i>[ks]</i> | <i>[Kč]</i> |
| <i>Pondělí</i> | <i>4 900</i> | <i>59 900</i> |
| <i>Úterý</i> | <i>5 100</i> | <i>60 640</i> |
| <i>Středa</i> | <i>5 600</i> | <i>61 100</i> |
| <i>Čtvrtek</i> | <i>6 800</i> | <i>69 500</i> |
| <i>Pátek</i> | <i>4 200</i> | <i>48 500</i> |
| <i>Sobota</i> | <i>2 300</i> | <i>40 050</i> |

Poznámka:

Produkce je měřena počtem balení v ks, ve kterém je 20 sáčků o hmotnosti 1.75 g čaje

Nákladová funkce (regresní a korelační analýza)

Tabulka: Údaje pro výpočet variabilních (v) a fixních nákladů (F) metodou regresní a korelační analýzy

| <i>Pracovní den</i> | <i>Q</i> [ks] | <i>N</i> [Kč] | <i>$Q \cdot N$</i> [ks·Kč] | <i>Q^2</i> [ks ²] |
|---------------------|-------------------------------|-------------------------------|--|---|
| <i>Pondělí</i> | | | | |
| <i>Úterý</i> | | | | |
| <i>Středa</i> | | | | |
| <i>Čtvrtek</i> | | | | |
| <i>Pátek</i> | | | | |
| <i>Sobota</i> | | | | |
| Σ | | | | |

$$v = \frac{n \cdot \Sigma Q \cdot N - \Sigma Q \cdot \Sigma N}{n \cdot \Sigma Q^2 - (\Sigma Q)^2} \quad F = \bar{N} - v \cdot \bar{Q}$$

| <i>Pracovní den</i> | <i>Výše produkce</i> <i>Q^*</i> [ks] | <i>Celkové náklady</i> <i>N</i> [Kč] |
|---------------------|---|---|
| <i>Pondělí</i> | 4 900 | 59 900 |
| <i>Úterý</i> | 5 100 | 60 640 |
| <i>Středa</i> | 5 600 | 61 100 |
| <i>Čtvrtek</i> | 6 800 | 69 500 |
| <i>Pátek</i> | 4 200 | 48 500 |
| <i>Sobota</i> | 2 300 | 40 050 |



Nákladová funkce (metoda regresní a korelační analýzy)

| Pracovní den | Q [ks] | N [Kč] | Q·N [ks·Kč] | Q ² [ks ²] |
|--------------|---------------|----------------|-------------------------|--------------------------------------|
| Pondělí | 4 900 | 59 900 | 293 510 000,00 | 24 010 000 |
| Úterý | 5 100 | 60 640 | 309 264 000,00 | 26 010 000 |
| Středa | 5 600 | 61 100 | 342 160 000,00 | 31 360 000 |
| Čtvrtek | 6 800 | 69 500 | 472 600 000,00 | 46 240 000 |
| Pátek | 4 200 | 48 500 | 203 700 000,00 | 17 640 000 |
| Sobota | 2 300 | 40 050 | 92 115 000,00 | 5 290 000 |
| Σ | 28 900 | 339 690 | 1 713 349 000,00 | 150 550 000 |

Poznámka:

Do níže uvedených vzorců jsou dosazeny hodnoty $Q \cdot 10^{-3}$ a $N \cdot 10^{-3}$, což nemá vliv na absolutní výši ukazatele „v“

$$r = \frac{n \sum Q \cdot N - \sum Q \cdot \sum N}{\sqrt{n \sum Q^2 - (\sum Q)^2} \cdot \sqrt{n \sum N^2 - (\sum N)^2}} = \frac{6 \cdot 1\,713,349 - 9\,817,041}{\sqrt{6 \cdot 150,550 - 835,21} \cdot \sqrt{6 \cdot 150,550 - 835,21}} = \frac{10\,280,094 - 9\,817,041}{903,3 - 835,21}$$

$$r = \frac{463,053}{68,09} = 6,8006021 \text{ Kč/ks}$$

$$r = 6,8006021 \text{ Kč/ks}$$

$$r = \bar{N} - r \cdot \bar{Q} = \frac{339\,690}{6} - 6,8006021 \cdot \frac{28\,900}{6} = 56\,615 - 32\,756,233 = 23\,858,767$$

$$r = 23\,858,767 \text{ Kč}$$



Využití nákladových funkcí v praxi

Příklad *(nákladová funkce klienta mobilního operátora)*

Společnost Sporttel nabízí službu za následujících podmínek: za poplatek 450 Kč/měsíc je cena hovoru za jednu minutu 4 Kč/minutu. Společnost Intertel účtuje za 1 minutu hovoru 6 Kč/minutu.

Úkol:

- *Schematicky vyznačte grafickou podobu nákladových funkcí*
- *Stanovte, v jakém časovém intervalu hovorů jsou výhodné jednotlivé nabídky?*