Exponenciální rozdělení

Výrobce uvádí průměrnou životnost praček 12 let.

Za předpokladu, že se životnost praček řídí exponenciálním rozdělením, stanovte:

a) p-st, že životnost pračky bude nejvýše 10 let
b) p-st, že životnost pračky bude alespoň 10 let
c) p-st, že životnost pračky překročí 20 let
d) p-st, že životnost pračky bude alespoň 15 let
e) dobu t tak, aby pračka pracovala bezchybně po dobu delší než t s p-stí 0,2
f) sestrojte graf hustoty příslušného rozdělení

Normované normální rozdělení

Je dána náhodná veličina X, která se řídí normálním normovaným rozd

$P(X<0)$
$P(X>1)$
$P(X=0,3)$
$P(-0,8<X<1,25)$

Výrobce hamburgerů zjistil, že průměrná hmotnost jednoho hamburge
150 g se směrodatnou odchylkou 15.

Zjistěte, jaká je p-st, že náhodně vybraný hamburger bude mít hmotnost:

a) menší než 105g
b) menší než 150 g
c) větší než 165 g
d) 90 g
e) v rozmezí 105-140 g

ělením. Určete:

ru je

Bodové a intervalové odhady

Uvedené hodnoty jsou naměřené délky chodidla žákyň 7. třídy.

$$\left\langle \bar{x} - u(1-\frac{\alpha}{2}).\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u(1 \right.$$

$$\left\langle \bar{x} - t_{n-1}(\alpha).\frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t_{n-1} \right.$$

23.8	25	24.6
24.4	25.5	24.8
25.6	25.6	25.4
25.3	24.9	26.8
26.7	24.6	27.7
24.8	23.1	26.3
24.9	27.2	24.5
25.2	26.4	23.3
25.1	24.8	24.2
26.3	25.7	24.6
25.8	24.6	25.8
24.9	26.8	25.9

Určete bodový odhad parametrů μ a σ

Stanovte 95% oboustranný interval spolehlivosti pro střední hodnotu μ, je-li směrodatná odchylka σ =1,15

Stanovte 95% oboustranný interval spolehlivosti pro střední hodnotu μ, není-li σ známo

Stanovte 95% oboustranný interval spolehlivosti pro střední hodnotu m, obsahuje-li náhodný výběr jen první dva sloupce a s není známo.

$$\left\langle \bar{x} - u(1-\frac{\alpha}{2}).\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u(1-\frac{\alpha}{2}).\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right\rangle$$

$$\left\langle \bar{x} - t_{n-1}(\alpha).\frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t_{n-1}(\alpha).\frac{s}{\sqrt{n}} \right\rangle$$

Parametrické testy

Studie tvrdí, že průměrná délka chodidla žákyň 7. třídy je 24,8 cm. K ověření toh
průzkum u 64 osob, přitom byl zjištěn výběrový průměr 25,2 cm, výběrová směro
Předpokládejme, že délka chodidla má normální rozdělení.
Můžeme z výsledku průzkumu usoudit, že byla studie správná? Proveďte oboustr
hladině významnosti 0,01.
Jak se změní naše tvrzení, bude-li hladina významnosti 5 %?

oto tvrzení byl proveden
odatná odchylka byla 2,2 cm.

anný test hypotézy na

V google tabulce na níže uvedené adrese najdete společný výzkum:

https://docs.google.com/spreadsheets/d/1dWMuNrCunWcTusfM9iTVqPSQpMPhNnTJZ6ULMCOqwL4/

edit?usp=sharing

Exponenciální rozdělení

<u>Hustota pravděpodobnosti:</u> $$\boxed{f(x) = \frac{1}{\delta}.e^{-\frac{1}{\delta}x}}$$

se střední hodnotou $\boxed{E(x) = \delta}$

a rozptylem $\boxed{Var(x) = \delta^2}$

<u>Distribuční funkce:</u> $\boxed{F(x) = 1 - e^{-\frac{1}{\delta}x}}$

=EXPON.DIST(x;lambda;součet)

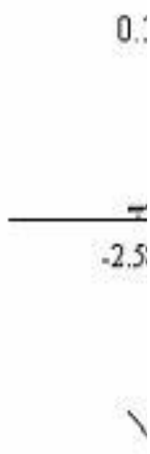
lambda $= \dfrac{1}{\delta}$

součet=1 (PRAVDA) plocha pod křivkou f(x) v intervalu =hodnota distrib

součet=0 (NEPRAVDA) hodnota f(x)

Normální

Hustota pravděpodobnosti: $$\boxed{f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}.e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}}$$



Střední hodnota: $\boxed{E(x) = \mu}$

Rozptyl: $\boxed{Var(x) = \sigma^2}$

=NORM.DIST(x;střed_hodn;sm_odch;součet)

součet=1 (PRAVDA) plocha pod křivkou f(x) v intervalu

součet=0 (NEPRAVDA) hodnota f(x)

=NORM.INV(prst;střední;sm_odch)

Standardizace: $$\boxed{Z = \frac{x-\mu}{\sigma}}$$

=STANDARDIZE(x;střed_hodn;sm_odch)

Normované normální rozdělení

Hustota pravděpodobnosti:

$$\boxed{f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}.e^{-\frac{z^2}{2}}}$$

se střední hodnotou $\boxed{E(x) = \mu = 0}$

a rozptylem $\boxed{Var(x) = \sigma^2 = 1}$

=NORM.S.DIST(z) plocha pod křivkou

=NORM.S.INV(prst)

Intervalové odhady

Dvoustranný interval spolehlivosti pro neznámý parametr μ, když σ^2 znám

$$\left\langle \bar{x} - u(1-\frac{\alpha}{2}).\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u(1-\frac{\alpha}{2}).\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right\rangle$$

kde *u(p)* je příslušný kvantil normovaného normálního rozdělení.

V případě že hodnotu σ^2 neznáme a počet pozorovaní je větší než 30, můžeme p

V Excelu můžete použít funkci CONFIDENCE.NORM:

$$u(1-\frac{\alpha}{2}).\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$ **=CONFIDENCE.NORM(alfa;sm_odch;počet)**

$$u(1-\frac{\alpha}{2}).\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Dvoustranný interval spolehlivosti pro neznámý parametr μ, když σ^2 nezná

$$\left\langle \bar{x}-t_{n-1}(\alpha).\frac{s}{\sqrt{n}},\ \bar{x}+t_{n-1}(\alpha).\frac{s}{\sqrt{n}} \right\rangle$$

kde $t_{n-1}(\alpha)$ je kritická hodnota Studentova rozdělení pro hladinu významnosti

V programu Excel dostanete oboustrannou kritickou hodnotu Studentova t rozd

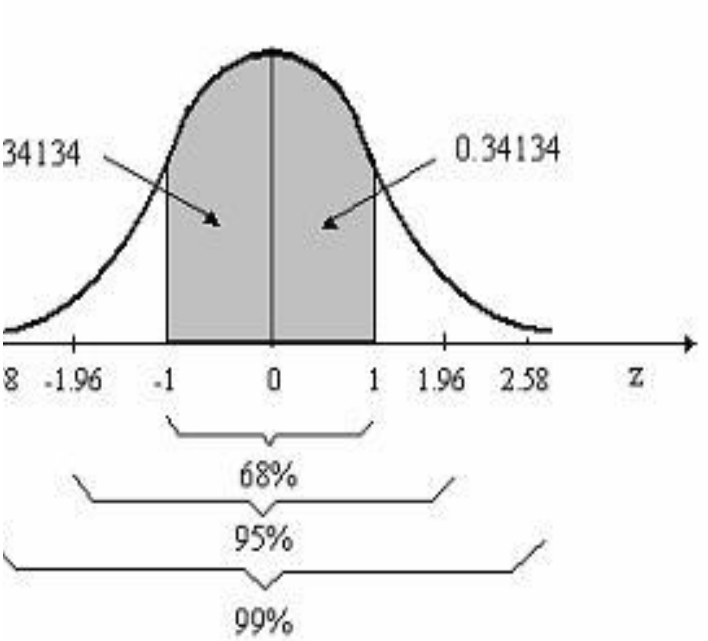
=T.INV.2T(prst;volnost)

Testování hypotéz

POSTUP:

1. Formulujeme nulovou a alternativní hypotézu, zvolíme hladinu významnosti
2. Vybereme vhodný test (existují jich desítky).
3. Stanovíme obor přijetí a kritický obor (jako intervaly).
4. Vypočítáme testovací kritérium.
5. Zjistíme, zda vypočtené testovací kritérium leží v oboru přijetí nebo v kritick
6. Na základě bodu 5 nulovou hypotézu přijmeme nebo zamítneme (v tom přípa

uční funkce F(x)



.e nebo počet pozorování n>30

›oužít tyto vztahy, když σ nahradíme bodovým odhadem s.

íme

α a počet stupňů volnosti $df=n-1$

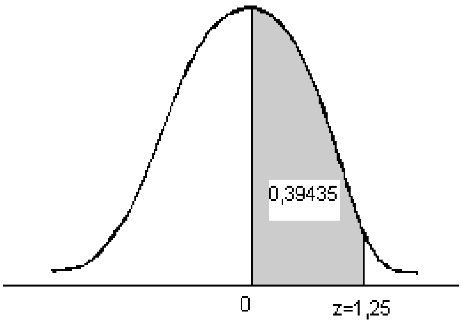
ělení pomocí funkce

α.

ém oboru.
ıdě přijímáme alternativní hypotézu).

$z=\frac{x-\mu}{\sigma}$	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
0	0	0.00399	0.00798	0.01197	0.01595	0.01994
0.1	0.03983	0.0438	0.04776	0.05172	0.05567	0.05962
0.2	0.07926	0.08317	0.08706	0.09095	0.09483	0.09871
0.3	0.11791	0.12172	0.12552	0.1293	0.13307	0.13683
0.4	0.15542	0.1591	0.16276	0.1664	0.17003	0.17364
0.5	0.19146	0.19497	0.19847	0.20194	0.2054	0.20884
0.6	0.22575	0.22907	0.23237	0.23565	0.23891	0.24215
0.7	0.25804	0.26115	0.26424	0.2673	0.27035	0.27337
0.8	0.28814	0.29103	0.29389	0.29673	0.29955	0.30234
0.9	0.31594	0.31859	0.32121	0.32381	0.32639	0.32894
1	0.34134	0.34375	0.34614	0.3485	0.35083	0.35314
1.1	0.36433	0.3665	0.36864	0.37076	0.37286	0.37493
1.2	0.38493	0.38686	0.38877	0.39065	0.39251	0.39435
1.3	0.4032	0.4049	0.40658	0.40824	0.40988	0.41149
1.4	0.41924	0.42073	0.4222	0.42364	0.42507	0.42647
1.5	0.43319	0.43448	0.43574	0.43699	0.43822	0.43943
1.6	0.4452	0.4463	0.44738	0.44845	0.4495	0.45053
1.7	0.45543	0.45637	0.45728	0.45818	0.45907	0.45994
1.8	0.46407	0.46485	0.46562	0.46638	0.46712	0.46784
1.9	0.47128	0.47193	0.47257	0.4732	0.47381	0.47441
2	0.47725	0.47778	0.47831	0.47882	0.47932	0.47982
2.1	0.48214	0.48257	0.483	0.48341	0.48382	0.48422
2.2	0.4861	0.48645	0.48679	0.48713	0.48745	0.48778
2.3	0.48928	0.48956	0.48983	0.4901	0.49036	0.49061
2.4	0.4918	0.49202	0.49224	0.49245	0.49266	0.49286
2.5	0.49379	0.49396	0.49413	0.4943	0.49446	0.49461
2.6	0.49534	0.49547	0.4956	0.49573	0.49585	0.49598
2.7	0.49653	0.49664	0.49674	0.49683	0.49693	0.49702
2.8	0.49744	0.49752	0.4976	0.49767	0.49774	0.49781
2.9	0.49813	0.49819	0.49825	0.49831	0.49836	0.49841
3	0.49865	0.49869	0.49874	0.49878	0.49882	0.49886
3.1	0.49903	0.49906	0.4991	0.49913	0.49916	0.49918

0.06	0.07	0.08	0.09
0.02392	0.0279	0.03188	0.03586
0.06356	0.06749	0.07142	0.07535
0.10257	0.10642	0.1026	0.11409
0.14058	0.14431	0.14803	0.15173
0.18824	0.18082	0.18439	0.18793
0.21226	0.21566	0.21904	0.2224
0.24537	0.24857	0.25175	0.2549
0.27637	0.27935	0.2823	0.28524
0.30511	0.30785	0.31057	0.31327
0.33147	0.33398	0.3646	0.33891
0.35543	0.35769	0.35993	0.36214
0.37698	0.379	0.381	0.38298
0.39617	0.39796	0.39973	0.40147
0.41309	0.41466	0.41621	0.41774
0.42786	0.42922	0.43056	0.43189
0.44062	0.44179	0.44295	0.44408
0.45154	0.45254	0.45352	0.45449
0.4608	0.46164	0.46246	0.46327
0.46856	0.46928	0.46995	0.47062
0.475	0.47558	0.47615	0.4767
0.4803	0.48077	0.48124	0.48169
0.48461	0.485	0.48537	0.48573
0.48809	0.4884	0.4887	0.48899
0.49086	0.49111	0.49134	0.49158
0.49305	0.49324	0.49343	0.49361
0.49477	0.49492	0.49506	0.4952
0.49609	0.49621	0.49532	0.49643
0.49711	0.4972	0.49728	0.49736
0.49788	0.49795	0.49801	0.49807
0.49846	0.49851	0.49856	0.49861
0.49889	0.49893	0.49897	0.499
0.49921	0.49924	0.49926	0.49929



test	Rozdělení znaku X	Podmínky použití testu	Dvoustr. nulová hypotéza	Testové kritérium
1	X má $N(\mu, \sigma^2)$	σ známo	$\mu = \mu_0$	$u = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$
2	X má $N(\mu, \sigma^2)$	σ neznámo	$\mu = \mu_0$	$t = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$
3	X má libovolné rozdělení	$n > 30$, σ známé	$\mu = \mu_0$	$u = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$
4	X má libovolné rozdělení	$n > 30$, σ neznámé	$\mu = \mu_0$	$t = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$
5	X má $N(\mu, \sigma^2)$		$\sigma^2 = \sigma_0^2$	$w = \dfrac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$
6	X má $E(\delta)$		$\delta = \delta_0$	$y = \dfrac{2n\bar{x}}{\delta_0}$
7	X má binomické rozdělení, par. p		$p = p_0$	$p = \dfrac{\frac{x}{n} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$

$$\frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Rozdělení test. kritéria
$N(0,1)$
$t(n\text{-}1)$
přibližně $N(0,1)$
$t(n\text{-}1)$
$\chi^2(n-1)$
$\chi^2(2n)$
$N(0,1)$