Integrální počet

1) $\int \left(3x - 7x^5 + 4\cos x + e^x\right) dx =$

2) $\int \left(5x^3 - 2x^2 + 4x + 2 + \sin x\right) dx =$

3) $\int \left(4x^5 - 2x^3 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2 + 1}\right) dx =$

4) $\int \left(\frac{1}{x^8} + \sqrt[8]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^5}}\right) dx =$

Substituční metoda

5) $\int x^3 . e^{x^4 + 2} dx =$

6) $\int \frac{x}{x^2 + 5} dx =$

7) $\int \sin x . \cos x . dx =$

8) $\int \frac{\ln x}{x} dx$

9) $\int \frac{\sqrt{\ln x + 4}}{x} dx = \left| \, t = \sqrt{\ln x + 4} \, \right|$

10) $\int \frac{\sqrt{5 \ln x + 7}}{x} \, dx$

11) $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \, dx$

Metoda per partes

12) $\int x^3 \ln x dx$

13) $\int (2x-1).e^{x}\,dx$

14) $\int x.\sin x dx$

15) $\int (2x+3)\cos x dx$

Číselné řady

A) Nutná podmínka konvergence řad (NPK)

Je-li řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergentní, potom $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$. Opačně tato věta neplatí! Pro výpočet použijeme důsledek NPK:

Je-li $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$, pak řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverguje.

Užitím nutné podmínky konvergence řad rozhodneme o konvergenci řad

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt[3]{n+1}}$.

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{3n-1}$

B) Dirichletovou řadou nazýváme řadu tvaru $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$ nebo $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_1}{(k_2 n - k_3)^{\alpha}}$,

Dirichletova řada je: konvergentní pro $\alpha > 1$, divergentní pro $\alpha \leq 1$.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+2}}$ d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+5)^2}$ e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+5}$ f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+4n+7}$ g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+3}$

C) D'Alembertovo neboli podílové limitní kritérium

Nechť $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je řada s kladnými členy. Nechť existuje $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L$.

Je-li $L < 1$, je řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergentní, je-li $L > 1$, je řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ divergentní. Je-li $L = 1$, nelze…

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{500^n}{n!}$, b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{n^2}$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n}{n^3}$.

D) Cauchyovo neboli odmocninové limitní kritérium

Nechť $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je řada s kladnými členy. Nechť existuje $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = L$.

Je-li $L < 1$, je řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergentní, je-li $L > 1$, je řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ divergentní. Je-li $L = 1$, nelze…

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\left(2+\frac{1}{n}\right)^n}$, b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{n+220}\right)^n$, c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{\operatorname{arctg}^n n}$, d) $\sum_{n=1}^{\infty} (\ln x)^n$,

---