

MATEMATIKA v EKONOMII – seminář č. 3 – Průběh funkce a parciální zlomky

PRŮBĚH FUNKCE

1. D(f), sudost, lichost, periodičnost.
2. Limity (jednostranné) v bodech nespojitosti a v nevlastních bodech.
3. Průsečíky s osami x a y , znaménka funkčních hodnot.
4. První derivace, její nulové body.
5. Lokální extrémů a intervaly monotónnosti.
6. Druhá derivace a její nulové body.
7. Inflexní body, konkávnost, konvexnost
8. Asymptoty
9. H(f)
10. Graf funkce.

1. Určete průběh funkce: $y = \frac{x^2}{e^x}$

Výsledky:

$y = \frac{x^2}{e^x}$: D(f) = R, ani sudá, ani lichá ani periodická, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^x} = 0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{e^x} = +\infty$, P[0,0], funkce

je všude kladná až na bod $x = 0$, kde je $y = 0$, $y' = \frac{2x - x^2}{e^x}$, MAX: $[2, 4/e^2]$, MIN [0,0],

$y'' = \frac{x^2 - 4x + 2}{e^x}$, inflexní body: $x = 2 \pm \sqrt{2}$, H(f) = $(-\infty, \infty)$, asymptoty nejsou.

2. Určete monotónnost a extrémů funkce nákladů: $TC(Q) = -2Q^2 + 16Q + 20$.

PARCIÁLNÍ ZLOMKY

3. Dělte mnohočleny $\frac{P(x)}{Q(x)}$, jestliže $P(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2$, $Q(x) = x + 2$.

Výsledek: $P(x):Q(x) = x^2 - 3x + 1$

4. Rozložte na parciální zlomky výraz: $M(x) = \frac{4x - 11}{x^2 - 3x - 4}$

Výsledek: $\frac{4x - 11}{(x + 1)(x - 4)} = \frac{3}{x + 1} + \frac{1}{x - 4}$

5. Rozložte na parciální zlomky výraz: $N(x) = \frac{-2x^2 + 8x + 4}{2x^2 + 3x^3}$

Výsledek: $N(x) = \frac{-2x^2 + 8x + 4}{x^2(2 + 3x)} = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} - \frac{5}{2 + 3x}$

6. Rozložte na parciální zlomky výraz $R(x) = \frac{3x^2 - 4x + 5}{(x - 3)(x^2 + 1)}$

Výsledek:
$$R(x) = \frac{3x^2 - 4x + 5}{(x-3)(x^2 + 1)} = \frac{2}{x-3} + \frac{x-1}{x^2 + 1}$$

Poznámka: pokud jmenovatel $Q(x)$ není rozložený na součin kořenových činitelů (na závorky), je nutné najít jeho nulové body řešením rovnice $Q(x) = 0$. Pro stupeň polynomu větší než dvě (obsahuje mocniny x^3 a vyšší) se k hledání kořenů používá Hornerovo schéma. Viz např.: <http://maths.cz/clanky/hornerovo-schema.html>.