Derivace a integrace

Funkce $f: y=f(x)$	$f'(x)$	$\int f(x)dx = F(x)+c$
Pravidla	Základní jsou vzorce s šedým pozadím $(af(x))' = af'(x)$ $[f(x)\pm g(x)]' = f'(x)\pm g'(x)$ $[f(x)g(x)]' = f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$d $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{= f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g^2(x)}$ erivace složené funkce	$\int af(x)dx = a\int f(x)dx$ $\int [f(x)\pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$ $\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx = \ln\lvert f(x)\rvert + c$ Na integraci jiných operací musíme použit metody: per partes nebo substituční
$y=k$ (konstanta)	$(k)'=0$	$\int k\,dx = kx+c$
$y=x^n, n\in N$......	$(x^n)' = nx^{n-1}$	$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}+c$
$y=\frac{1}{x}$	$\left(\frac{1}{x}\right)' = (x^{-1})' = -x^{-2} = \frac{-1}{x^2}$	$\int \frac{1}{x}dx = \ln\lvert x\rvert + c$
$y=e^x$	$(e^x)' = e^x$	$\int e^x dx = e^x + c$
$y=a^x$ $(a>0, a\neq 1)$	$(a^x)' = a^x \ln a$	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a}+c$
$y=\sin x$	$(\sin x)' = \cos x$	$\int \sin x dx = -\cos x + c$
$y=\cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$	$\int \cos x dx = \sin x + c$
$y=tgx$	$(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$\int tgx\,dx = -\ln\lvert \cos x \rvert + c$
$y=\cot gx$	$(\cot gx)' = \frac{-1}{\sin^2 x}$	$\int \cot gx\,dx = \ln\lvert \sin x \rvert + c$
$y=\frac{1}{\cos^2 x}$	$(\cos^{-2} x)' = 2\cos^{-3} x \sin x$	$\int \frac{1}{\cos^2 x}dx = tgx + c$
$y=\frac{1}{\sin^2 x}$	$(\sin^{-2} x)' = 2\sin^{-3} x \cos x$	$\int \frac{1}{\sin^2 x}dx = -\cot gx + c$
$y=arctgx$	$(arctgx)' = \frac{1}{1+x^2}$	integrujeme metodou per partes
$y=\arcsin x$	$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	integrujeme metodou per partes
$y=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right)' = \frac{x}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$	$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = \arcsin x + c$
$y=\frac{1}{1+x^2}$	$\left(\frac{1}{1+x^2}\right)' = \frac{-2x}{(1+x^2)^2}$	$\int \frac{1}{1+x^2}dx = arctgx + c$

Goniometrické vzorce

$\mathrm{tg}\, x \,\mathrm{cotg}\, x = 1,$	$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2},$	$\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}.$
$\sin^2 x + \cos^2 x = 1,$	$\sin 2x = 2\sin x \cos x,$	$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x,$

Mocniny:

1. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ např.: $(a^2 \cdot a^3 = a^5)$
2. $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ např.: $a^5/a^3 = a^2$
3. $\frac{a^n}{a^n} = a^0 \Rightarrow a^0 = 1$
4. $\frac{1}{a^n} = \frac{a^0}{a^n} = a^{0-n}$ např.: $1/a^3 = a^{-3}$
5. $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ např.: $(a^2)^3 = a^6$
6. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ např.: $(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$
7. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ např.: $(a/b)^2 = a^2/b^2$
8. $a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$ např.: $a^{2/3} = \sqrt[3]{a^2}$

Vzorce zkráceného násobení:

1. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
4. $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
5. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
6. $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
7. $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

Základní limity:

$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{k}{x}\right)^x = e^k$, $\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{n} = 1$

$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{k} = 1$, $\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{n!} = \infty$

Logaritmy:

1. $\ln e = 1$
2. $\ln 1 = 0$
3. $\ln x + \ln y = \ln(xy)$
4. $\ln x - \ln y = \ln\frac{x}{y}$
5. $\ln x^y = y\ln x$ např.: $\ln\sqrt{x} = \frac{1}{2}\ln x$
6. $e^{\ln A} = A$ *např.:* $e^{\ln x} = x$

Odmocniny:

1. $\sqrt[n]{a \cdot b} = (a \cdot b)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
2. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}} = \frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
3. $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
4. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

Počítání s nekonečnem

$\infty + \infty = \infty$, $\infty \cdot \infty = \infty$, $\infty^\infty = \infty$

$\frac{a}{\infty} = 0$, $\frac{a}{-\infty} = 0$, $\frac{a}{0} = \pm\infty$, $\frac{0}{a} = 0$

Defniniční obory elementárních funkcí:

$y = \ln x, x \rangle 0,$

$y = \sqrt{x}, x \geq 0,$

$y = \arcsin x, -1 \leq x \leq 1,$

$y = \arccos x, -1 \leq x \leq 1,$

$y = \frac{f(x)}{g(x)}, g(x) \neq 0.$

Diferenciál: $dy = y'dx$,

Totální diferenciál:

$$df = \frac{\partial f}{\partial x}x + \frac{\partial f}{\partial y}dy, \text{resp. } dz = z'_x dx + z'_y dy,$$

Taylorův rozvoj (polynom) funkce *f*(*x*) v okolí bodu *a*.

$$T_n(f,a,x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$

$$T_n(f,0,x) = f(a) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \ \ldots \ + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n$$

Derivace implicitní funkce F(x,y)=0: $y' = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial y}}$, resp. $y' = -\frac{f_x'}{f_y'}$.

Tečná rovina: $z = z_0 + \frac{\partial f}{\partial x}(C)(x - x_0) + \frac{\partial f}{\partial y}(C)(y - y_0)$