DISKRÉTNÍ PRAVDĚPODOBNOSTNÍ MODELY

Stejnoměrné
Binomické
Poissonovo

Stejnoměrné rozdělení

(náhodná veličina nabývá k různých hodnot se stejnou pravděpodobností)

1. Určete, s jakou pravděpodobností padne při hodu kostkou trojka.
2. Určete, s jakou pravděpodobností padne při hodu kostkou nejvýše trojka.
3. Určete střední hodnotu.
4. Určete rozptyl.

$$P(x) = \frac{1}{k}$$

$$E(X) = \frac{k+1}{2}$$

$$Var(X) = \frac{k^2 - 1}{12}$$

Binomické rozdělení

(2 navzájem se vylučující alternativy)

=BINOM.DIST

Na 1000 novorozenců se narodí 515 chlapců a 485 dívek.
Předpokládáme rodinu se 4 dětmi.
1. Určete pravděpodobnost, že se v rodině narodí právě 4 chlapci.
2. Určete pravděpodobnost, že se v rodině narodí alespoň 2 dívky.
3. Určete střední hodnotu počtu dívek narozených v rodině se 4 potomky.
4. Určete rozptyl počtu chlapců narozených v rodině se 4 potomky.

$$P(X = x) = \frac{n!}{(n-x)!\,x!} p^{x}(1-p)^{n-x}$$

$$E(X) = n \cdot p$$

$$Var(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$$

K procvičení (s řešením):

Úloha 1: Určete pravděpodobnost všech jevů, které mohou nastat při hodu 3 mincemi.

Úloha 2: Střelec má 80% pravěpodobnost, že zasáhne cíl. Určete pravěpodobnost, že:
a) z 5 pokusů zasáhne cíl 5 krát
b) z 6 pokusů zasáhne cíl 3 krát
c) z 8 pokusů zasáhne cíl přesně 4 krát

Úloha 3: Jistá mezinárodní marketingová laboratoř odhaduje, že pouze 50 procent výrobků daného podniku je schopno konkurovat zahraniční produkci. Jaká je pravděpodobnost, že právě 4 ze 6 výrobků této firmy jsou úspěšné?
Určete střední hodnotu a rozptyl.

$$\boxed{E(x) = n \cdot p} \quad \boxed{Var(x) = np\ 1-p}$$

Úloha 4:
Z každé stokusové zásilky kontroluje odběratel kvalitu 5 náhodně vybraných kusů. Je známo, že každá zásilka obsahuje 10% zmetků.
a. Jakým typem rozdělení pravděpodobnosti se řídí počet zjištěných zmetků?
b. Vypočtěte pravděpodobnost zjištění právě 4 zmetků.

c. Jaká je pravděpodobnost zjištění nejvýše 2 zmetků?

d. Jaká je pravděpodobnost zjištění alespoň 2 zmetků?

e. Vypočtěte střední hodnotu a rozptyl množství zjištěných zmetků.

P(0 líců) = 0,125	0.1250
P(1 líc) = 0,375	0.3750
P(2 líce) = 0,375	0.3750
P(3 líce) = 0,125	0.1250
P = 0,328	0.3277
P = 0,082	0.0819
P = 0,046	0.0459
P(4) = 0,234	0.2344
E(x)	3
Var(x)	1.5

Binomickým - kvalitní výrobek/zmetek

P = 0,00045	0.00045

P = 0,99	0.99144
P = 0,082	0.08146
E(x) = 0,5, Var (x) = 0,45	0.5
	0.45

Poissonovo rozdělení

(jevy nastávají během určitého časového intervalu s danou intezitou)

=POISSON.DIST

Do prodejny přicházejí průměrně 3 zákazníci během hodiny.
1. S jakou pravděpodobností přijde během následujcí hodiny právě 1 zákazník?
2. S jakou pravděpodobností přijde během následujcích 20 minut právě 1 zákazník?
3. S jakou pravděpodobností přijdou během následujících 20 minut alespoň 2 zákazníci?
4. S jakou pravděpodobností přijde během následujících 90 minut více než 5 zákazníků?
5. S jakou pravděpodobností přijdou během následujících 90 minut nejvíce 2 zákazníci?

$$P(x \mid \lambda, t) = \frac{(\lambda t)^x e^{-\lambda t}}{x!}$$

K procvičení (s řešením):

Úloha 1:
Zákazníci přicházejí náhodně do opravny obuvi s průměrnou intenzitou 4 za hodinu. Zjistěte pravděpodobnost, že do opravny přijdou za hodinu právě 2 zákazníci, vypočtěte střední hodnotu, rozptyl a směrodatnou odchylku.

$$\boxed{E(x) = \lambda \cdot t}$$

intenzita*d

Úloha 2:
Dispečink taxislužby registruje požadavky klientů, které přicházejí v náhodných časových okamžicích. Dlouhodobým pozorováním se zjistilo, že průměrná četnost požadavků v průběhu intervalu 20 minut je 2.
a. Jakým typem rozdělení pravděpodobnosti se řídí zmíněný počet požadavků?
b. Vypočtěte střední hodnotu a rozptyl počtu požadavků za časový interval jedné hodiny.
c. Vypočtěte pravděpodobnost, že během časového intervalu jedné hodiny taxislužba zaregistruje alespoň 3 požadavky na své služby.

$\boxed{E(x) = \lambda \cdot t}$ $\boxed{Var(x) = \lambda \cdot t}$

P = 0,146 0.146525

E(x) = Var(x) = 4 4

élka časového intervalu

Poissonovým - jevy nastávájí během časového intervalu s danou intenzitou

E(x) = Var(x) = 6 6 (za 60 minut)

P = 0,94 0.938031

Diskrétní rozdělení pravděpodobnosti

Stejnoměrné rozdělení

Podmínky pro pravděpodobnostní funkci:

$$p \quad x_i \quad \geq 0 \qquad \sum_{i=1}^{n} p \quad x_i \quad = 0$$

Střední hodnota diskrétní náhodné veličiny:

$$E(X) = \sum_x xp(x)$$

Rozptyl diskrétní náhodné veličiny:

$$Var(X) = \sum_x [x - E(X)]^2 \, p(x$$

Střední hodnota spojité náhodné veličiny:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$$

Rozptyl spojité náhodné veličiny:

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - E(X)]^2 f(x)dx$$

6.2 Stej

Mějme diskrét

se stejnou prav

Říkáme, že

podobnosti.

Snadno lze od

a pro rozptyl d

Binomické rozdělení

pravděpodobnost $$P(X = x) = \frac{n!}{(n-x)!\,x!} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$P(X = x) = \frac{n!}{(n-x)!\,x!} p^{x}(1-p)^{n-x}$$

střední hodnota $$E(X) = n \cdot p$$

n … počet opakování
p … pravděpodobnost

rozptyl $$Var(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$$

Poissonovo rozdělení

Pravděpodobnost $$P(x \mid \lambda, t) = \frac{(\lambda t)^{x} e^{-\lambda t}}{x!}$$

střední hodnota $$E(X) = \lambda.t$$

λ … intenzita
t … časový úsek
e … Eulerovo číslo; p

rozptyl $$Var(X) = \lambda.t$$

noměrné rozdělení

tní náhodnou veličinu X, která nabývá právě k různých hodı

1, 2, 3, ..., k

vděpodobností

$$P(x) = \frac{1}{k} \quad \text{pro } x = 1,\ldots,k.$$

náhodná veličina X má **stejnoměrné rozdělení prav**

vodit, že střední hodnota je (podle vzorce (5.7))

$$E(X) = \frac{k+1}{2} \ ,$$

lostáváme (podle vzorce (5.10) - zkuste si to sami!)

$$Var(X) = \frac{k^2-1}{12} \quad .$$

úspěchu

řibližně 2,7183

not:

vdě-

V google tabulce na níže uvedené adrese najdete společný výzkum:

https://docs.google.com/spreadsheets/d/1dWMuNrCunWcTusfM9iTVqPSQpMPhNnTJZ6UL

MCOqwL4/edit?usp=sharing

**Dlouhodobým pozorováním bylo zjištěno, že počet pracovních úrazů v j
rozdělením pravděpodobnosti:**

x	*p(x)*	F(x)
0	0.14	0.14
1	0.22	0.36
2	0.37	0.73
3	0.25	0.98
4	0.02	1

1. Určete hodnoty distribuční funkce F(x).
2. Určete pravděpodobnost - právě 1 pracovního úrazu v ná
   - nejvýše 2 pracovních úrazů v
   - alespoň 3 pracovních úrazů v
3. Určete - střední hodnotu počtu úrazů během měsíce,
   - modus,
   - medián.
4. Určete směrodatnou odchylku počtu úrazů. Var(X)

edné firmě je náhodná veličina s následujícím

ısledujícím měsíci,			0.22
následujícím měsíci,			0.73
následujícím měsíci.			0.27
	1.79		
	2	(největší pravděpodobnost=0,37)	
	2	(první hodnota F(x) kt. dosáhla více než 0,50)	
= 1,0659		1.03	