DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE

Mějme funkci jedné proměnné $y = f(x)$. Diferenciální rovnice je rovnice, která kromě x a y obsahuje i derivaci (derivace) funkce y.
Příklady:
$y' + 5y = x^2$ je diferenciální rovnicí 1. řádu 1. stupně
$(y')^2 - 6xy' - 5y = 0$ je diferenciální rovnicí 1. řádu 2. stupně.
$(y'')^3 - (y')^5 x^2 - y^8 + 5x = 0$ je diferenciální rovnice 2. řádu 3. stupně.

Rozlišujeme tři druhy řešení diferenciální rovnice:

- *Obecné řešení* je funkce $y = \varphi(x, C_1, C_2, \dots, C_n)$ vyhovující dané rovnici a obsahující konstanty C_i (podobně jako u neurčitého integrálu).
- *Partikulární řešení* dostaneme z obecného řešení tak, že za konstanty C_i dosadíme nějaké konkrétní hodnoty, které mohou vyplývat například z takzvaných počátečních podmínek
- *Singulární řešení* je řešení, které nelze získat z obecného řešení pro žádné hodnoty C_i, často se jedná o funkce typu $y = 0$ apod.

DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE SE SEPAROVATELNÝMI PROMĚNNÝMI

Rovnice tvaru: $P(x) + Q(y)y' = 0$ nebo $P(x)\,dx + Q(y)\,dy = 0$. Představuje nejjednodušší typ diferenciálních rovnic, které se řeší separací proměnných, tj. členy s x převedeme na jednu stranu rovnice, členy s y na druhou stranu, a integrujeme.

1. Najděte obecné (partikulární) řešení rovnic:
   a) $y' = 3x + 2$, $y(1)=2$
   b) $y' - 2y = 0$, $y(0) = 2$
   c) $xy' + 2y = 0$, $y(3) = 3$
   d) $2x(2 + y^2) + y(4 - x^2)y' = 0$
   e) $y' = \dfrac{2x}{x^2 + 1}$
   f) $y' = \dfrac{y - 1}{x + 1}$