Průběh funkce a parciální zlomky

PRŮBĚH FUNKCE

1) $D(f)$, sudost, lichost, periodičnost
2) Limity (jednostranné) v bodech nespojitosti a v nevlastních bodech
3) Průsečíky s osami x a y, znaménka funkčních hodnot
4) První derivace, její nulové body
5) Lokální extrémy a intervaly monotónnosti
6) Druhá derivace a její nulové body
7) Inflexní body, konkávnost, konvexnost
8) Asymptoty
9) $H(f)$
10) Graf funkce

1. Určete průběh funkce: $y = \dfrac{x^2}{e^x}$

2. Určete monotónnost a extrémy funkce nákladů: $TC(Q) = -2Q^2 + 16Q + 20$.

PARCIÁLNÍ ZLOMKY

3. Dělte mnohočleny $\dfrac{P(x)}{Q(x)}$, jestliže $P(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2, \quad Q(x) = x + 2.$

4. Rozložte na parciální zlomky výraz: $M(x) = \dfrac{4x - 11}{x^2 - 3x - 4}$

5. Rozložte na parciální zlomky výraz: $N(x) = \dfrac{-2x^2 + 8x + 4}{2x^2 + 3x^3}$

6. Rozložte na parciální zlomky výraz $R(x) = \dfrac{3x^2 - 4x + 5}{(x-3)(x^2+1)}$

Výsledky:

1: $y = \dfrac{x^2}{e^x}$: D(f) = R, ani sudá, ani lichá ani periodická, $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2}{e^x} = 0$, $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x^2}{e^x} = +\infty$, P[0,0], funkce je všude kladná až na bod x = 0, kde je y = 0, $y' = \dfrac{2x - x^2}{e^x}$, MAX: [2,4/e^2], MIN [0,0], $y'' = \dfrac{x^2 - 4x + 2}{e^x}$, inflexní body: $x = 2 \pm \sqrt{2}$, H(f) = $\langle 0, \infty)$, asymptoty nejsou.

3: P(x):Q(x) = $x^2 - 3x + 1$

4: $\frac{4x-11}{(x+1)(x-4)} = \frac{3}{x+1} + \frac{1}{x-4}$

5: $N(x) = \frac{-2x^2+8x+4}{x^2(2+3x)} = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} - \frac{5}{2+3x}$

6: $R(x) = \frac{3x^2-4x+5}{(x-3)(x^2+1)} = \frac{2}{x-3} + \frac{x-1}{x^2+1}$

Poznámka: pokud jmenovatel Q(x) není rozložený na součin kořenových činitelů (na závorky), je nutné najít jeho nulové body řešením rovnice Q(x) = 0. Pro stupeň polynomu větší než dvě (obsahuje mocniny x^3 a vyšší) se k hledání kořenů používá Hornerovo schéma. Viz např.: http://maths.cz/clanky/hornerovo-schema.html.