

## Zkouškový test MATEMATIKA

1. Užitím **integrálního počtu** vypočítejte:

a) obsah trojúhelníku zobrazeného níže,

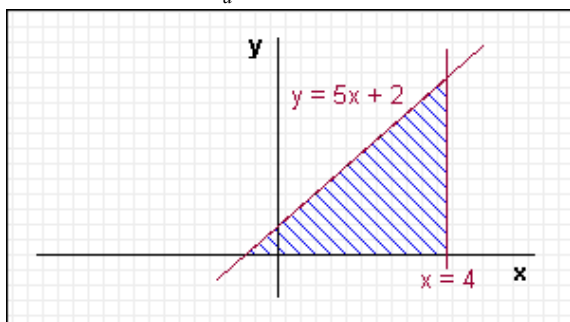
*nápověda:*  $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx,$

b) objem rotačního tělesa, které vznikne rotací trojúhelníku zobrazeného níže kolem osy  $x$ ,

*nápověda:*  $V = \pi \int_a^b (f^2(x) - g^2(x)) dx,$

c) určete délku přepony trojúhelníku zobrazeného níže,

*nápověda:*  $L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx.$



**Výsledek:**  $S =$

$V =$

$L =$

**12b**

2. Závislost ceny jednotky produktu od počtu prodaných produktů určuje funkce  $P = 1000 - Q$ .

Víte, že  $TC(Q) = 7000 + 30Q$ ,  $TR(Q) = Q \cdot P$  a  $\pi(Q) = TR(Q) - TC(Q)$ .

Stanovte cenu jednotky daného produktu tak, aby zisk z prodeje byl maximální.

**Výsledek:** Zisk je maximální zisk, pokud cena jednotky produktu  $P =$  \_\_\_\_\_

**7b**

4. Určete obecný integrál diferenciální rovnice:

$$y \cdot y' - x e^x (1 + \sqrt{y}) = 0.$$

**Návod:**

Řešíme separací proměnných, to znamená, že převedeme proměnnou  $y$  nalevo a proměnnou  $x$  napravo, a zintegrujeme:

$$y \cdot \frac{dy}{dx} = x \cdot e^x \cdot (1 + \sqrt{y})$$

$$y \cdot \frac{dy}{(1 + \sqrt{y})} = x \cdot e^x dx$$

$\int y \cdot \frac{dy}{(1+\sqrt{y})} = \int x \cdot e^x dx$ . Integrál vlevo integrujeme jako racionální funkci, integrál vpravo per partes. Proměnnou  $y$  ale nepůjde vlevo osamostatnit (budou tam mocniny  $y$  a ještě logaritmus), proto necháme výsledek tak, jak vyjde po integraci.

**Výsledek:**

**12b**

5. Určete obor konvergence a obor absolutní konvergence funkční řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+2)^n}{n^2}.$$

**Výsledek:** IK= (-3,-1)

OAK= <-3,-1>

OK= <-3,-1>

**9b**

6. Vypočtěte neurčité integrály:

a)  $\int \frac{dx}{x^2 + 3x + 2} =$

b)  $\int x \cdot \ln x dx =$

c)  $\int \frac{e^x}{x^2} dx =$

**10b**

7. Stanovte vázané extrémy funkce  $f(x) = x^2 + 3y^2$ , které vyhovují podmínce  $x - 2y + 7 = 0$ .

**V bodě [2;1] nastává vázané\_\_\_\_\_.**

**7b**

**Výsledek: extrém nastává v bodě [2,-3], ne [2,1], a jedná se o minimum.**

8. Graficky znázorněte definiční obor funkce  $z = \sqrt{x^2 - y} + \sqrt{x + y + 1}$ .

**4b**

9. Na základě výpočtu rozhodněte, zda číselná řada  $\sum \frac{100^n}{n!}$  konverguje.

**3b**

**Výsledek: podílové kritérium: L = 0, konverguje.**

10. Napište rovnici tečny a normály funkce  $f(x, y) = 3x^2y^3 + 2xy^4 + 5$  v bodě  $T[1; 2; \dots]$ .

**6b**