EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Název projektu	**Rozvoj vzdělávání na Slezské univerzitě v Opavě**
Registrační číslo projektu	**CZ.02.2.69/0.0./0.0/16_015/0002400**

Prezentace předmětu:

KVANTITATIVNÍ METODY V EKONOMICKÉ PRAXI

Vyučující:

Mgr. Radmila Krkošková, Ph.D.

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

KVANTITATIVNÍ METODY V EKONOMICKÉ PRAXI

1.PŘEDNÁŠKA

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Cílem přednášky je seznámit se s sylabem předmětu a s podmínkami absolvování předmětu.

Téma: a) operace s množinami,

b) maticový počet.

Mgr. Radmila Krkošková, Ph.D.

Vyučující předmětu:

Mgr. Radmila Krkošková, Ph.D.

- Vyučující předmětu
- Termín průběžného testu
- Povinná docházka na seminářích
- Termíny zkoušek

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Vyučující předmětu:

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

- Ing. Elena Mielcová, Ph.D.
- Mgr. Jiří Mazurek, Ph.D

Hodnocení předmětu:

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

- **Průběžný test: 7. výukový týden (30 bodů)**

- **Opravný test: v termínech zkoušek**

  Pokud píšete opravný test, počítá se výsledek opravného testu !!!!

- **Zkouška: 70 bodů**

Zkouška

- Termíny zkoušek viz. plán přednášek. Na zkoušku se zapisujete do Stagu.

- Máte 3 pokusy!!!!!

- Body z průběžného testu a ze zkoušky se sčítají. Musíte mít v součtu aspoň 60bodů (známka E(3)).

Bodové hodnocení předmětu

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS
ADMINISTRATION IN KARVINA

- 90 - 100 bodů = A
- 80 - 89 bodů = B
- 70 - 79 bodů = C
- 65 – 69 bodů = D
- 60 – 64 bodů = E
- **0 - 59 bodů = F (nevyhověl)**

Docházka na seminářích

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Podmínkou připuštění ke zkoušce je účast seminářích v rozsahu 70%
(8xANO, 4xNE).

Logické operace a logické spojky

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Negace	$\neg A$
Disjunkce	$A \vee B$
Konjunkce	$A \wedge B$
Implikace	$A \Rightarrow B$
Ekvivalence	$A \Leftrightarrow B$

- **Kvantifikátory**

  1) obecný (univerzální) kvantifikátor $\forall$

  2) existenční (malý) kvantifikátor $\exists$

- **Číselné množiny**

  N, Z, R, Q, I, C

- **Součtová a součinová symbolika**

  1) $\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$

  2) $\prod_{i=1}^{n} a_i = a_1 . a_2 . \ldots . a_n$

Vypočtěte:

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

a) $\sum_{i=-1}^{3} 2^i$

b) $\prod_{i=3}^{n=5} 2i$

Operace s množinami

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Rozšířená číselná osa

$$R^* = R \cup \{-\infty, \infty\}$$

Řekneme, že

a) *a* je *horní závora množiny M*, jestliže $\forall x \in M : (x \leq a)$,

b) *b* je *dolní závora množiny M*, jestliže $\forall x \in M : (x \geq b)$.

Řekneme, že

a) a je *maximum množiny* M právě tehdy, jestliže $a \in M$ a a je horní závora množiny M,

b) b je *minimum množiny* M právě tehdy, jestliže $b \in M$ a b je …… závora množiny M.

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Řekneme, že

a) *a* je *suprémum množiny M*, jestliže *a* je minimem množiny horních závor množiny *M*,

b) *b* je *infimum množiny M*, jestliže *b* je .... množiny .... závor množiny *M*.

Operace s množinami

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

a) sjednocení množin A, B:

$$A \cup B = \{x;\, x \in A \ \vee\ x \in B\},$$

b) průnik množin A, B:

$$A \cap B = \{x;\, x \in A \ \wedge\ x \in B\},$$

Operace s množinami

c) rozdíl množin A, B:

$$A - B = \{x;\, x \in A \ \wedge \ x \notin B\},$$

d) doplněk množiny A:

$$\overline{A} = \{x;\, x \in Z \ \wedge \ x \notin A\},$$

(množina Z je základní množinou),

Operace s množinami

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

e)kartézský součin množin
A, B:
AxB=$\{(x, y); x \in A \wedge y \in B\}$.

Graficky znázorněme množiny A, B, C, D a $\overline{A} \cap B$, kde

$$A = \{(x,y) \in R^2; x^2 + y^2 < 9\},$$
$$B = \{(x, y) \in R^2; x^2 + 2x + 3 \geq$$
$$C = \{(x, y) \in R^2; x \leq 0 \wedge y \geq 0\}$$
$$D = \{(x, y) \in R^2; x + 2y \leq 2\}.$$

Maticový počet

Maticí typu (m,n) nazýváme množinu prvků a_{ik} uspořádaných do m řádků a n sloupců, tj. schéma

$$\begin{pmatrix} a_{11}\, a_{12} \ldots a_{1n} \\ a_{21}\, a_{22} \ldots a_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots \\ a_{m1}\, a_{m2} \ldots a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Diagonální matice je čtvercová matice, jejíž prvky neležící v hlavní diagonále jsou nuly, tj. $a_{ik} = 0$ pro $i \neq k$.

Jednotková matice E je diagonální matice, jejíž prvky v hlavní diagonále jsou jedničky.

Trojúhelníková matice je matice, která má pod (resp. nad) hlavní diagonálou samé nuly.

Operace s maticemi

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Rovnost matic

Matice $A = (a_{ik})$, $B = (b_{ik})$ téhož typu (m,n) se sobě rovnají, mají-li na stejných místech stejné prvky:

$$A = B \quad \Leftrightarrow \quad a_{ik} = b_{ik}\ , \forall i, \forall k.$$

Operace s maticemi (rovnost matic)

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Příklad.

Vypočtěme $a, b, c \in R$,
jestliže platí:

$$\begin{pmatrix} a & a+b \\ c & 3+b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

Operace s maticemi (sčítání, násobení)

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Příklad.

Vypočtěme $2A + 3B$, kde:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -4 \\ -3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 3 & -4 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Operace s maticemi (násobení matic)

$$\begin{array}{cccc} A & . & B & = C \\ (m,n) & & (n,p) & (m,p) \end{array}$$

Podmínkou existence definovaného součinu AB je rovnost ….

Pro násobení matic neplatí komutativní zákon!!!!!

Operace s maticemi (násobení matic)

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Příklad.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ & \\ & \end{pmatrix}$$

Operace s maticemi (transponovaná matice)

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Příklad.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -1 & 4 & -3 \end{pmatrix}$$

$$A^T = \begin{pmatrix} & \\ & \\ & \end{pmatrix}$$

Hodnost matice

Hodnost $\boldsymbol{h(A)}$ matice A je maximální počet lineárně nezávislých řádků matice A.

Dvě matice, které mají stejnou hodnost nazýváme **ekvivalentní,** $A \approx B$.

Řádkové elementární úpravy

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Hodnost matice se nezmění, jestliže v matici provedeme tzv. **řádkové elementární úpravy**:

1. vyměníme dva řádky matice,
2. násobíme řádek matice nenulovým číslem,
3. přičteme-li k jednomu řádku matice lineární kombinaci ostatních řádků,
4. vynecháme -li v matici řádek, který je lineární kombinací ostatních řádků.

Určete hodnosti matic:

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & -2 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Inverzní matice A^{-1}

existuje pouze k regulární matici A a platí:

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E.$$

Ke každé regulární matici existuje právě jedna matice inverzní.

Vlastnosti inverzních matic:

$$E^{-1} = E,$$

$$(A^{-1})^{-1} = A,$$

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}.$$

Příklad

Vypočtěte A^{-1} k matici

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

Maticové rovnice

Platí vztahy:

1) pro regulární matici D platí: $DD^{-1} = D^{-1}D = E$,

2) pro matici X platí:

$$XE = EX = X.$$

Závěr přednášky

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Děkuji Vám za pozornost !!!