



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Název projektu	Rozvoj vzdělávání na Slezské univerzitě v Opavě
Registrační číslo projektu	CZ.02.2.69/0.0./0.0/16_015/0002400

Prezentace předmětu:
KVANTITATIVNÍ METODY V EKONOMICKÉ PRAXI

Vyučující:
Mgr. Radmila Krkošková, Ph.D.



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ



**SILESIA
UNIVERSITY**
SCHOOL OF BUSINESS
ADMINISTRATION IN KARVINA

KVANTITATIVNÍ METODY V EKONOMICKÉ PRAXI

8. PŘEDNÁŠKA

Mgr. Radmila Krkošková, Ph.D.



Kvantitativní metody v ekonomické praxi

Struktura přednášky

Témata přednášky:

- a) kvalitativní a kvantitativní statistické znaky,*
- b) charakteristiky polohy,*
- c) charakteristiky variability,*
- d) Sturgersovo pravidlo,*
- e) pravděpodobnost,*
- f) náhodný jev.*

Charakteristiky polohy kvalitativních znaků



SILESIAN
UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS
ADMINISTRATION IN KARVINA

- **Modus** - \hat{x} - **nejčetnější** hodnota (kategorie) kvalitativního znaku x v daném statistickém souboru

Příklad: \hat{x} = „dělník“

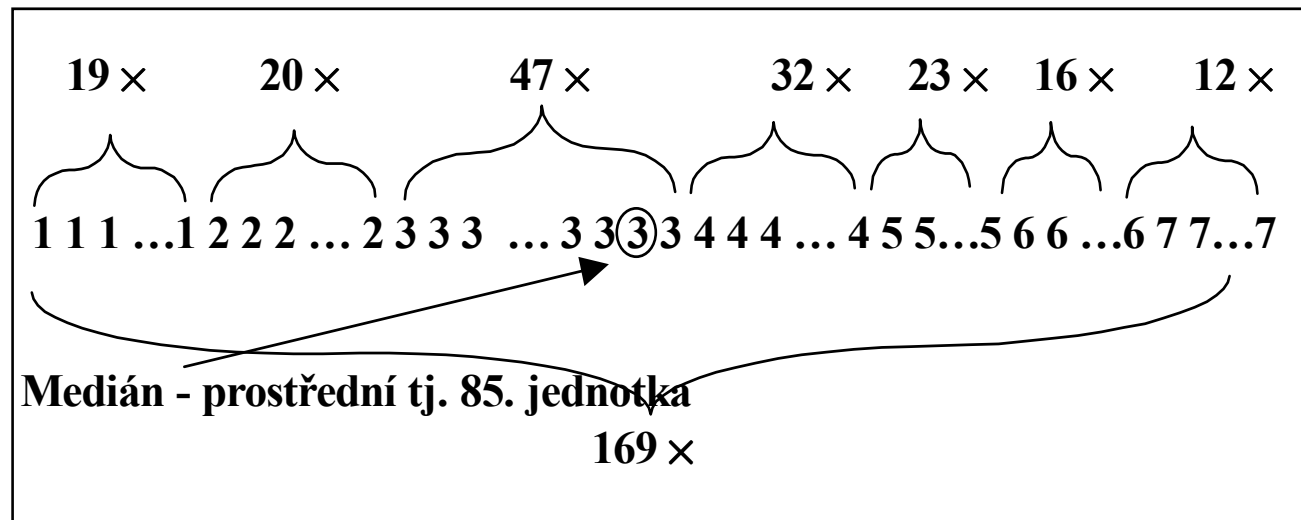
- **Medián** - \tilde{x} - **prostřední** hodnota odpovídající prostřední jednotce v souboru jednotek uspořádaných podle ordinálního znaku x

Určete medián kvality stravy.



SILESIA
UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS
ADMINISTRATION IN KARVINA

Příklad: $\tilde{x} = 3$ = „poměrně špatná kvalita“



Příklad 1. Firma



**SILESIA
UNIVERSITY**
SCHOOL OF BUSINESS
ADMINISTRATION IN KARVINA

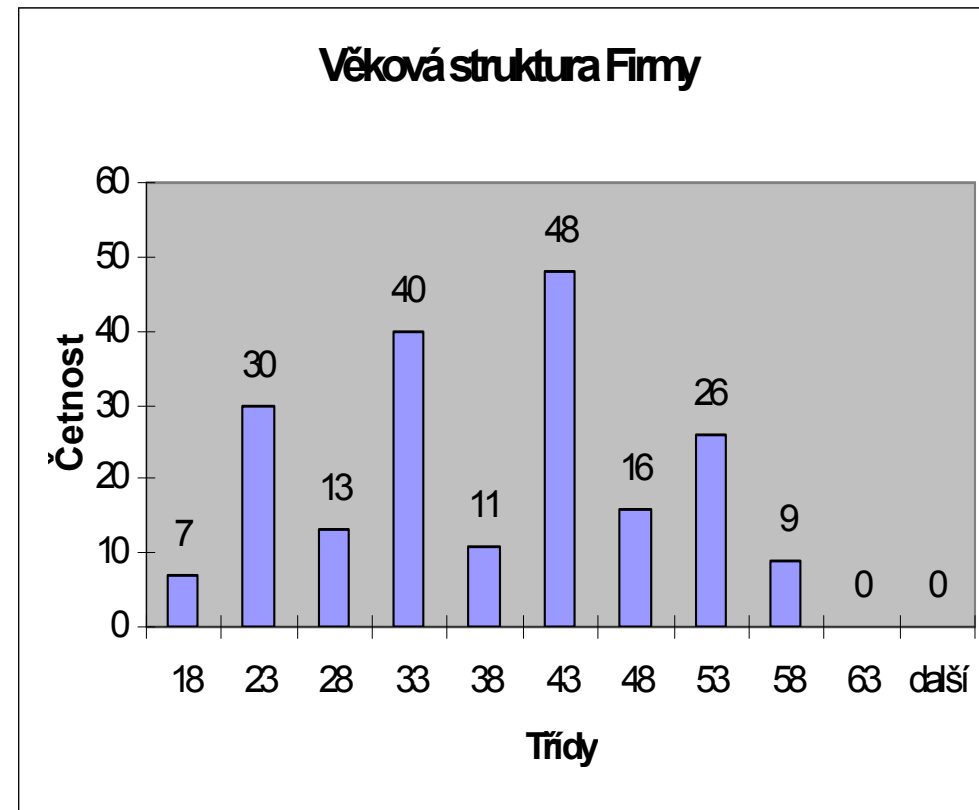
ID	Pohlaví	Věk	Stav	Vzdělání	Funkce	MzdaRok	KvalitaStravy
5060	M	65	rozvedený	SŠ	dělník	258800	4
1030	M	60	rozvedený	VŠ	manažér	630000	2
3049	M	60	ženatý	ZŠ	technik	436600	5
5047	M	60	vdovec	ZŠOU	dělník	240600	3
5061	M	60	vdovec	ZŠOU	dělník	241800	1
5087	M	60	vdovec	SŠ	dělník	239500	
5133	Z	60	vdaná	SŠ	dělník	241100	4
5177	Z	60	vdova	SŠ	dělník	239600	4
3030	Z	58	vdova	ZŠ	technik	422600	1
3014	Z	56	vdova	VŠ	technik	303600	3
5012	Z	56	vdova	ZŠOU	dělník	223100	4
5056	M	56	rozvedený	ZŠ	dělník	225200	5
5101	M	56	svobodný	ZŠOU	dělník	224600	4
5106	M	56	ženatý	ZŠOU	dělník	226100	7
5146	Z	56	vdaná	ZŠOU	dělník	224900	3
5153	M	56	rozvedený	SŠ	dělník	224500	4
5189	M	56	ženatý	ZŠOU	dělník	224600	1
5196	M	56	vdovec	ZŠOU	dělník	222800	3
1031	M	55	ženatý	VŠ	manažér	429000	
5016	M	55	rozvedený	SŠ	admin. pr.	259000	5
5021	Z	55	vdaná	ZŠOU	dělník	220200	
5062	Z	55	vdova	ZŠOU	dělník	221400	5
5107	M	55	rozvedený	ZŠOU	dělník	220500	4
5154	Z	55	vdova	ZŠOU	dělník	219200	5
5195	M	55	ženatý	ZŠOU	dělník	219400	6

Histogram četnosti – kvantitativní znak (věk)



**SILESIA
UNIVERSITY**
SCHOOL OF BUSINESS
ADMINISTRATION IN KARVINA

Třída	Četnost	Kumulat. četnost	Relat. četnost	Kumul. rel. četnost
18	7	7	0,035	0,035
23	30	37	0,150	0,185
28	13	50	0,065	0,250
33	40	90	0,200	0,450
38	11	101	0,055	0,505
43	48	149	0,240	0,745
48	16	165	0,080	0,825
53	26	191	0,130	0,955
58	9	200	0,045	1,000
63	0	200	0,000	1,000
další	0	0	0,000	0,000





Jak určit počet tříd v histogramu?

- U kvalitativních znaků: **třída = kategorie**
- U kvantitativních znaků: **Sturgersovo pravidlo:**

$$N = \text{ZAOKROUHLIT}(3,3 \log_{10} n) + 1$$

N – počet tříd, n – počet dat

Šířka třídy $(\text{MAX} - \text{MIN})/N$

Příklad – určete počet tříd statistického znaku MZDA

Počet tříd:

$$n = 200 \Rightarrow$$

$$N = \text{ZAOKROUHLIT}(3,3 * 2,301) + 1 = 9$$

Šířka tříd:

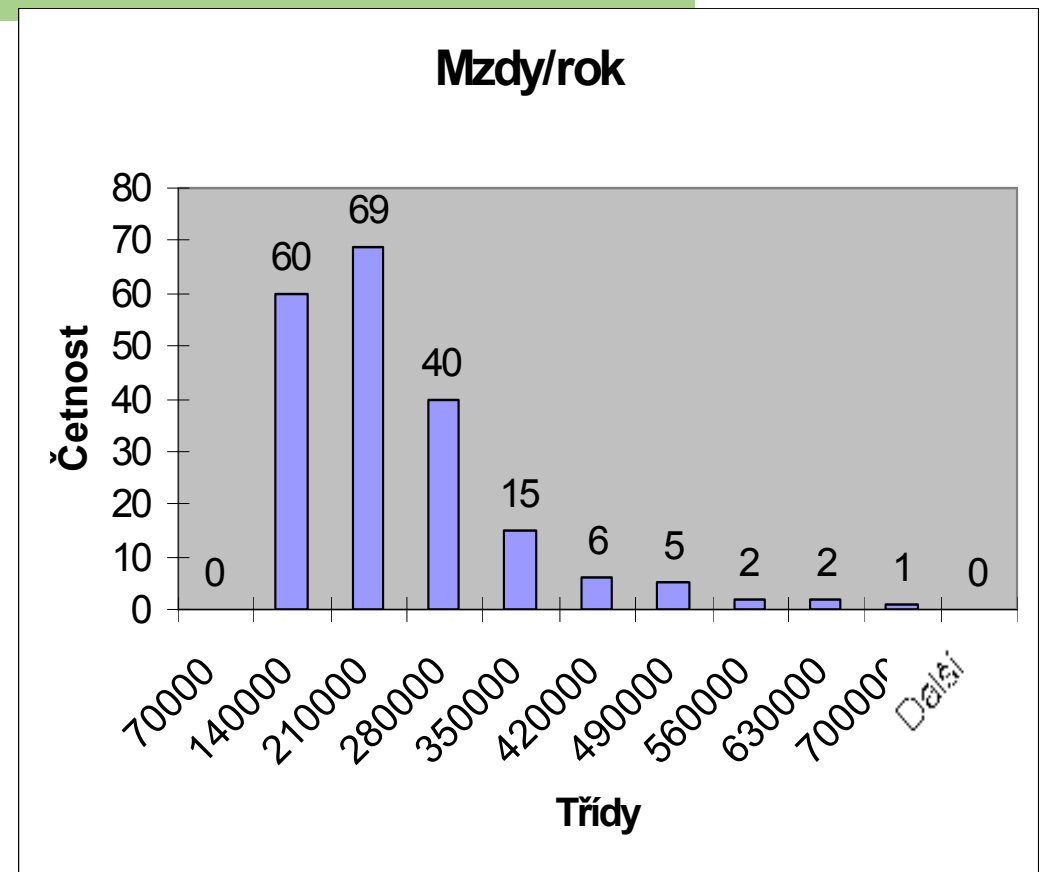
$$\text{max} = 657\ 000, \text{min} = 71\ 000 \Rightarrow$$

$$d = (657000 - 71000) / 9 = 65\ 111 \approx \mathbf{70\ 000}$$

Histogram četnosti - roční mzda



Třída	Četnost	Kumulat. četnost	Relat. četnost	Kumul. rel. četnost
70000	0	0	0,000	0,000
140000	60	60	0,300	0,300
210000	69	129	0,345	0,645
280000	40	169	0,200	0,845
350000	15	184	0,075	0,920
420000	6	190	0,030	0,950
490000	5	195	0,025	0,975
560000	2	197	0,010	0,985
630000	2	199	0,010	0,995
700000	1	200	0,005	1,000
Další	0	200	0,000	1,000





Charakteristiky polohy

- **Aritmetický průměr:**

populační průměr - $\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$

výběrový průměr - $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

- **Vážený průměr:**

$$\bar{x}_w = \frac{1}{\sum_{i=1}^n w_i} \sum_{i=1}^n w_i x_i$$



Charakteristiky polohy

- **Medián** - \tilde{x} - prostřední hodnota v uspořádaném souboru hodnot (50% hodnot je menších než medián, 50% hodnot je větších, nebo stejných)
- **Modus** - \hat{x} - nejčetnější hodnota (může jich být i více)
- Též výběrový medián a výběrový modus



Příklad: vzorek 9 jednotek

ID	Pohlaví	Věk	Stav	Vzdělání	Funkce	MzdaRok	KvalitaStravy	KvalitaPracPod
5093	M	18	ženatý	ZŠ	dělník	71000	3	1
5135	M	18	svobodný	ZŠ	dělník	72400		
5049	M	18	svobodný	SŠ	dělník	72900	6	4
5179	Z	18	svobodná	ZŠ	dělník	73100		
5002	M	18	svobodný	SŠ	dělník	73400	5	7
2019	M	19	svobodný	SŠ	adm.prac.	97500	7	3
2026	M	20	rozvedený	SŠ	adm.prac.	96700		
2021	M	23	svobodný	VŠ	adm.prac.	117800		
5029	M	24	ženatý	ZŠOU	dělník	95100	3	6
...
...
3030	Z	58	vdova	ZŠ	technik	422600	1	3
5087	M	60	vdovec	SŠ	dělník	239500		
5177	Z	60	vdova	SŠ	dělník	239600	4	3
5047	M	60	vdovec	ZŠOU	dělník	240600	3	3
5133	Z	60	vdaná	SŠ	dělník	241100	4	3
5061	M	60	vdovec	ZŠOU	dělník	241800	1	3
3049	M	60	ženatý	ZŠ	technik	436600	5	5
1030	M	60	rozvedený	VŠ	manažér	630000	2	6
5060	M	62	rozvedený	SŠ	dělník	258800	4	4
PRUMĚR		39,92	Populace 200 jednotek			201822,00		
MEDIÁN		42,00				178700,00		
MODE		45,00				98400,00		

Výběrové a populační charakteristiky



SILESIAN
UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS
ADMINISTRATION IN KARVINA

Výběrový průměr:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = (18 + 18 + 18 + 18 + 18 + 19 + 20 + 23 + 24) / 9 = 19,6$$

Výběrový medián: $\tilde{x} = 18$

Výběrový modus: $\hat{x} = 18$

Populační charakteristiky: $\mu = 39,9$ $\tilde{x} = 42$ $\hat{x} = 45$

Průměr nebo medián?

Která charakteristika lépe popisuje daný soubor?

Průměrná měsíční mzda

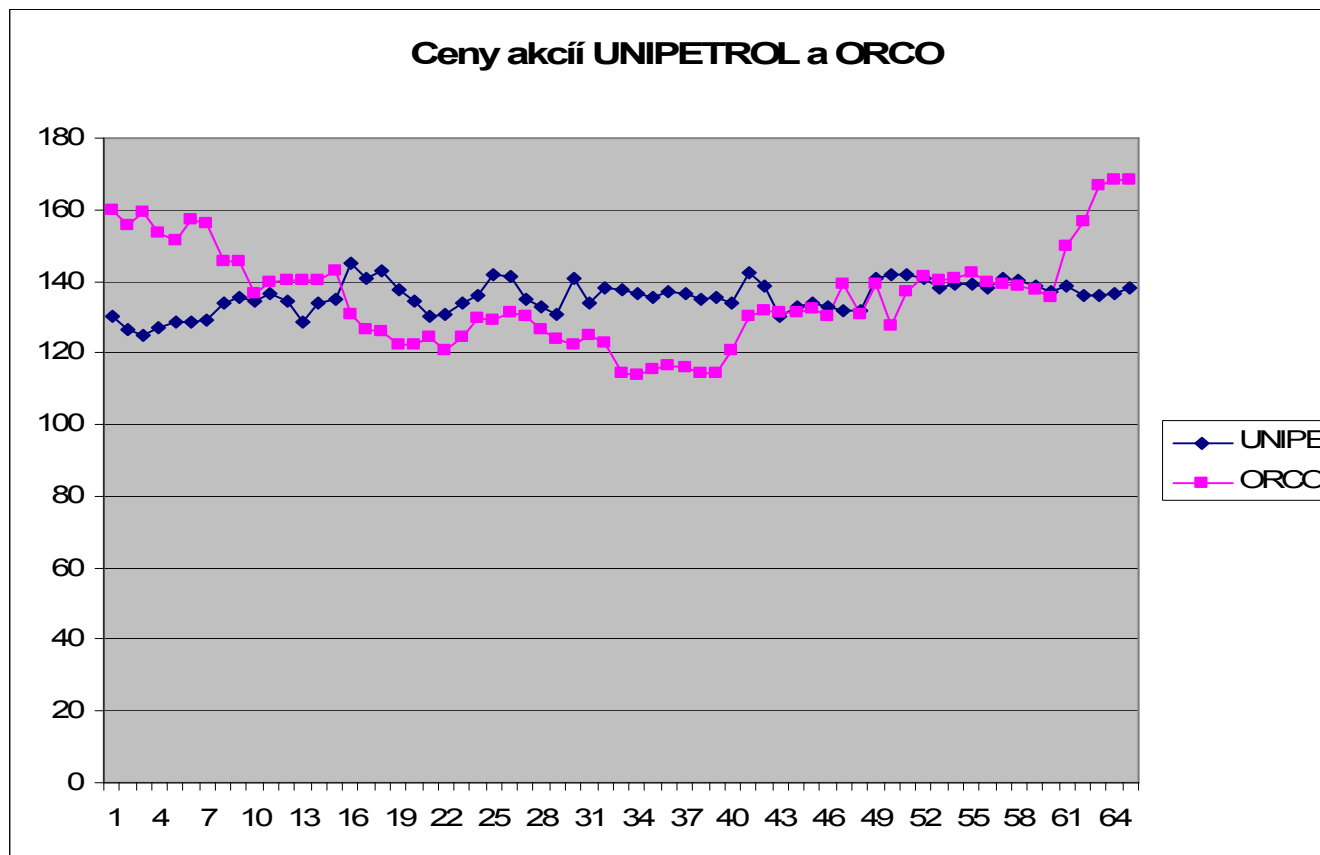
prac.	2008	2009
A	10	+
B	10	+
C	10	+
D	20	20
E	20	20
F	20	20
G	20	20
H	20	20
I	20	20
J	20	20
K	20	20
L	20	20
M	20	20
N	50	50
O	50	50
Aritm.pr.	22	25
median	20	20



Charakteristiky variability



**SILESIA
UNIVERSITY**
SCHOOL OF BUSINESS
ADMINISTRATION IN KARVINA



Populační charakteristiky variability



SILESIA
UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS
ADMINISTRATION IN KARVINA

● **Rozpětí:** $R = \text{MAX } x_i - \text{MIN } x_i$

● **Rozptyl:** $\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 - \mu^2$

● **Směrodatná odchylka:**

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 - \mu^2}$$

Výběrové charakteristiky variability



- **Výběrový rozptyl:**

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}$$

- **Výběrová směrodatná odchylka:**

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}}$$

Variační koeficient

- zachycuje vztah variability k průměru.

- Variační koeficient (populační):
$$V = \frac{\sigma}{\mu}$$

- Výběrový variační koeficient:
$$v = \frac{s}{\bar{x}}$$

Příklad:



SILESIAN
UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS
ADMINISTRATION IN KARVINA

$$\bar{x}_{UNIFE} = 135,7 \quad s = 2,09 \Rightarrow V_{UNIFE} = 2,09/135,7 = 0,015$$

tj. riziko = 1,5%

$$\bar{x}_{ORCO} = 135,7 \quad s = 3,72 \Rightarrow V_{ORCO} = 3,72/135,7 = 0,027$$

tj. riziko = 2,7%

Akcie UNIFE jsou méně riziková než ORCO!

Konkrétně: V uvedeném období jsou akcie UNIFE
1,8 krát méně rizikové než ORCO!

Šikmost



- **Šikmost** vyjadřuje **tvar rozdělení** četnosti pomocí jediného čísla:

$$S_k = \frac{3(\mu - \tilde{x})}{\sigma}$$

- Pokud $S_k = 0$, potom je histogram četnosti **symetrický** v tom smyslu, že aritmetický průměr = medián, tj.

$$\mu = \tilde{x}$$

Šikmost



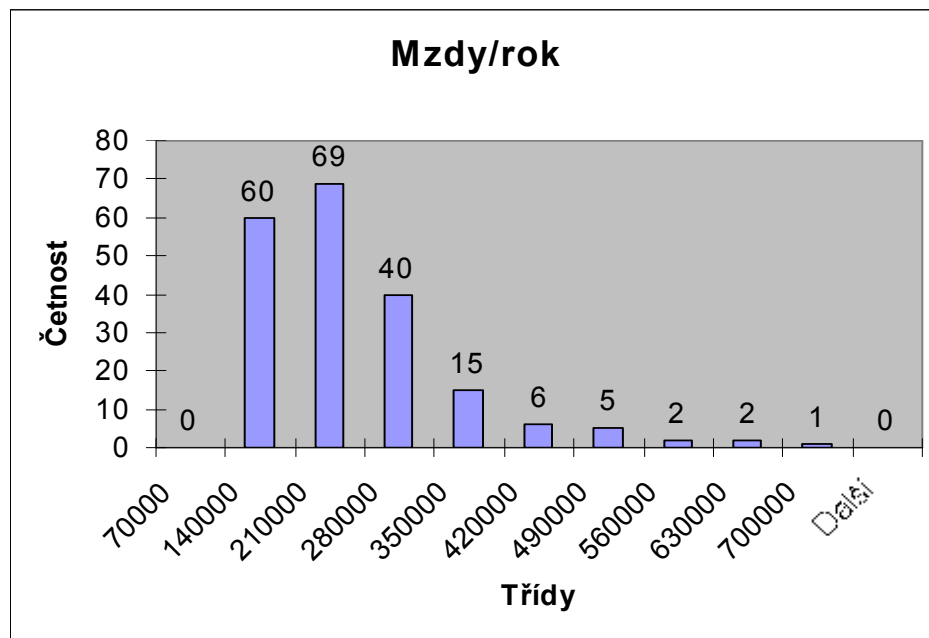
**SILESIA
UNIVERSITY**
SCHOOL OF BUSINESS
ADMINISTRATION IN KARVINA

- Šikmost je menší než 0 (záporná), když je graf četnosti zešikmen *doprava*
- Šikmost je větší než 0 (kladná), když je graf zešikmen *doleva*

Příklad kladné šikmosti



SILESIA
UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS
ADMINISTRATION IN KARVINA



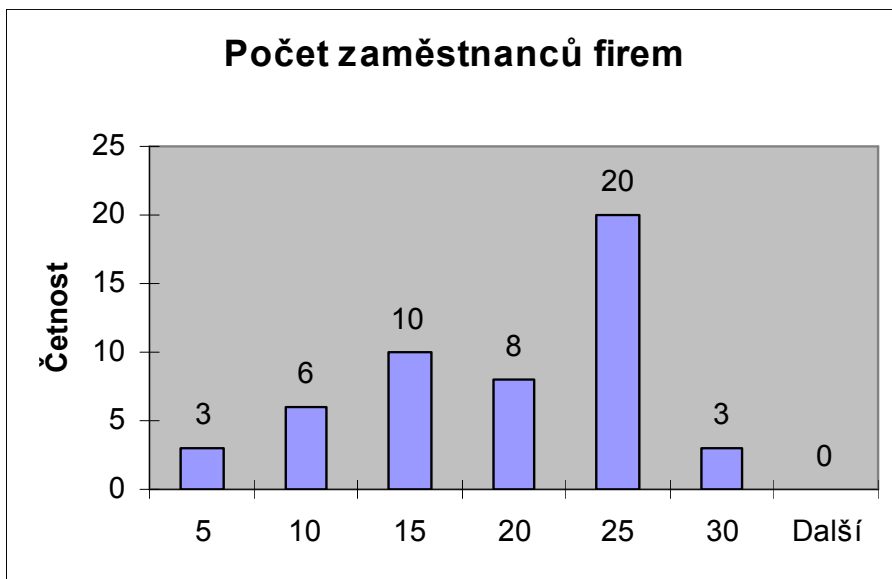
$$Sk = 0,99 > 0$$

- graf je sešikmen
(„sešlápnut“) doleva

Příklad záporné šikmosti



SILESIAN
UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS
ADMINISTRATION IN KARVINA



$$Sk = -0,51 < 0$$

- graf je sešikmen doprava

Jaká je pravděpodobnost, že si vytočíte slevu 100% ?



**SILESIAN
UNIVERSITY**
SCHOOL OF BUSINESS
ADMINISTRATION IN KARVINA



Pravděpodobnost náhodného jevu



SILESIAN
UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS
ADMINISTRATION IN KARVINA

Jaká je šance, že

- *Vytočíte alespoň 10% slevu?*
- *Vytočíte právě 25% slevu?*
- *Vytočíte 100% slevu?*
- *Vytočíte alespoň 50% slevu?*

Kolo štěstí – šance (pravděpodobnosti)



**SILESIA
UNIVERSITY**
SCHOOL OF BUSINESS
ADMINISTRATION IN KARVINA

x_i - Sleva %	n_i - Četnost	p_i - Pr-st
12	12	12 %
14	25	25 %
15	24	24 %
16	17	17 %
20	15	15 %
30	3	3 %
50	1	1 %
70	1	1 %
80	1	1 %
100	1	1 %
Suma	100	100 %

Náhodný pokus x náhodný jev



SILESIAN
UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS
ADMINISTRATION IN KARVINA

Příklady náhodného pokusu

- kolo štěstí, hod kostkou
- zjišťování volebních preferencí polit. stran voličů
- zjišťování hodnoty nákupů zákazníků

Příklady náhodného jevu

- padne nejméně 80%, padne šestka
- volič preferuje VV (ODS, TOP09, ČSSD aj.)
- hodnota nákupu zákazníka je 126 Kč

Náhodný jev



SILESIAN
UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS
ADMINISTRATION IN KARVINA

- *Jev jistý* - musí nutně nastat
- *Jev nemožný* - za žádných okolností pokusu nastat nemůže
- Jev, který spočívá v nenastoupení jevu A , je *jevem opačným*:
- *Jevy neslučitelné* - nemohou současně nastat

Elementární jevy



SILESIAN
UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS
ADMINISTRATION IN KARVINA

- Elementární jevy* jsou takové jevy, které:
- v dané situaci nelze rozložit na dílčí jevy
 - jsou neslučitelné
 - množinu všech elementárních jevů nazýváme *jevový prostor*
 - jeden z elementárních jevů musí vždy nastat

Shrnutí přednášky



**SILESIAN
UNIVERSITY**
SCHOOL OF BUSINESS
ADMINISTRATION IN KARVINA

- Statistické znaky
- Metody zpřehlednění dat
- Histogram četnosti kvalitativního znaku
- Charakteristiky polohy kvalitativního znaku: modus a medián
- Histogram četnosti kvantitativního znaku

Shrnutí přednášky



**SILESIAN
UNIVERSITY**
SCHOOL OF BUSINESS
ADMINISTRATION IN KARVINA

- Sturgersovo pravidlo ke stanovení počtu tříd
- Charakteristiky polohy kvantitativního znaku: průměry (střední hodnoty), modus a medián
- Charakteristiky variability kvantitativního znaku: rozptyl a směrodatná odchylka
- Variační koeficient a jeho použití
- Šikmost a tvar grafu

Závěr přednášky



**SILESIAN
UNIVERSITY**
SCHOOL OF BUSINESS
ADMINISTRATION IN KARVINA

Děkuji Vám za pozornost !!!