

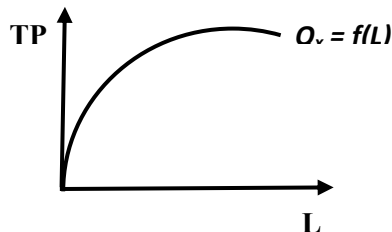
VOLBA TECHNOLOGIE, PRODUKČNÍ FCE, NÁKLADOVÉ OPTIMUM FIRMY

Firma

- Ekonomický subjekt na straně nabídky specializující se na výrobu (přeměnu výrobních faktorů – vstupů – na výstupy (produkty))
- Základní funkcí firmy je výroba produktu
- Čelí různým omezením (tržní, ekonomické, technologické)
- Přijímá 3 základní rozhodnutí – co, jak a pro koho bude vyrábět
- Základním (hlavním cílem) firmy je dosažení zisku
- Alternativní cíle firmy – maximalizace celkovým příjmů, maximalizace obrátu, růst podniku spojený s inovacemi, udržení dobrého jména, omezení konkurence atd.

Produkcční funkce

- Vyjadřuje kvantitativní vztah mezi použitými vstupy a vytvořeným výstupem
- Může být vyjádřena **hranicí produkčních možností firmy** = maximální objem výstupu, jenž lze vyrobit s daným množstvím vstupů, výrobní faktory jsou využity na 100 %
- Jednofaktorová produkční funkce vyjadřuje funkční závislost výstupu pouze na jednom použitém vstupu: $Q_x = f(L)$ L – práce $Q_x = f(K)$ K – kapitálové statky



- Nejčastějším případem je dvoufaktorová produkční funkce: $Q = f(K, L)$ - nástrojem zkoumání tohoto vztahu je izokvantová analýza
- Podoba produkční funkce je závislá na technické úrovni kapitálových statků, používané technologii, způsobu řízení, kvalitě práce aj.
- Rozlišujeme produkční funkci v krátkém a dlouhém období

PRODUKČNÍ FUNKCE V KRÁTKÉM OBDOBÍ

- V krátkém období **nemůže** firma měnit rozsah všech vstupů
- Předpokládejme, že firma užívá pouze výrobní faktory kapitál a práci, pak v krátkém období může měnit rozsah pouze výrobního faktoru práce (variabilní vstup), zatímco rozsah kapitálu měnit nelze (fixní vstup)
- Časový úsek, v jehož rámci existují výrobní faktory, jejichž objem není daná firma schopna měnit – **fixní výrobní faktor** $Q = f(L, K_0) = TP$

Celkový produkt (TP)

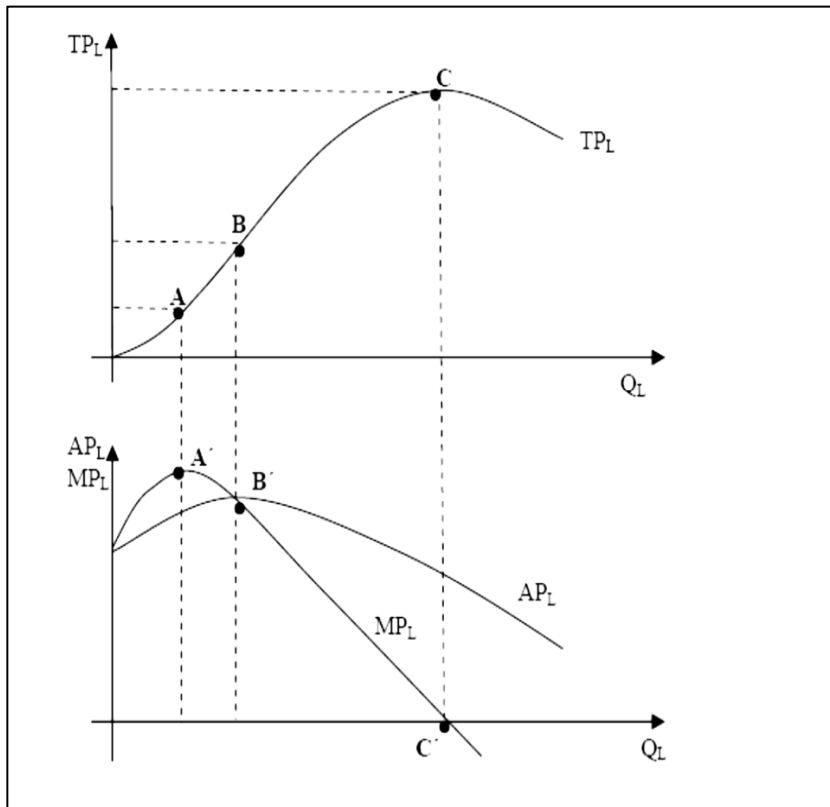
- Vyjadřuje celkový objem výstupu, který daná firma vyrobí s různým množstvím variabilních vstupů při dané úrovni fixního výrobního faktoru

Průměrný produkt (AP)

- vyjadřuje, jaká velikost výstupu připadá na jednu jednotku výrobního faktoru neboli produktivita práce/kapitálu, kterou považujeme za ukazatel efektivnosti výrobního procesu
- $AP_L = TP/L$ nebo $AP_K = TP/K_0$

Mezní produkt (MP)

- vyjadřuje, o kolik se změní výstup, když se množství zaměstnané práce změní o jednotku, tedy vyjadřuje, jaký výstup produkuje poslední jednotka vstupu (práce), kapitál je fixní
- $MP_L = \Delta TP / \Delta L$



Zákon klesajících výnosů (z variabilního vstupu)

- jestliže do výrobního procesu přidáváme stále stejné přírůstky variabilního vstupu a ostatní vstupy se nemění, výsledné přírůstky TP (MP) budou od určitého bodu klesat. Při postupném zvyšování variabilního výrobního faktoru, který je ve výrobním procesu kombinován s pevně daným množstvím fixního výrobního faktoru, dospěje příslušná firma v určitém okamžiku do bodu, v němž začne mezní produkt variabilního výrobního faktoru klesat, přičemž tento pokles bude trvalý (klesá efektivnost dodatečné jednotky práce)

PRODUKČNÍ FUNKCE V DLOUHÉM OBDOBÍ

- Dlouhým obdobím označují ekonomové časový úsek, v jehož rámci jsou všechny výrobní faktory (L, K), vyjma technologie, považovány za výrobní faktory variabilní
- Dvoufaktorová produkční funkce pak vykazuje vlastnost výnosy z rozsahu
- Další vlastností dlouhodobé produkční funkce je možnost distribuce výrobních faktorů.
- Grafickým znázorněním dlouhodobé produkční funkce je **izokvanta** (přesněji mapa izokvant pro různé objemy vyráběné produkce)

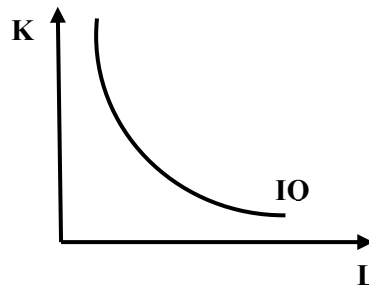
Izokvanta (IQ)

- křivka stejných objemů produktu
- představuje celkový užitek (výstup) ze spotřeby různých kombinací výrobních faktorů
- Mapa izokvant je množina izoproduktových (izokvant) křivek, z nichž každá výše položená izoproduktová křivka zobrazuje vyšší objemy produkce
- Nemohou se protnout, konvexní směrem k počátku, negativní sklon postupně řazení severovýchodním směrem a to dle kardinalistického hlediska
- **Směrnice izokvanty v daném bodě se nazývá $MRTS_{KL}$** (mezní míra technické substituce kapitálu prací – uvažujeme pohyb po izokvantě směrem dolů)
 - Jde o poměr, ve kterém firma nahrazuje kapitál prací při konstantním výstupu
 - $MRTS$ je rovna převrácenému poměru mezních fyzických produktů faktorů

Volba technologie, nákladové optimum firmy

- Při pohybu po konvexní izokvantě MRTS klesá (za tím je schován pokles MP každého výrobního faktoru)
- Lze konstruovat i „obrácený“ poměr – $MRTS_{LK}$ (mezní míra technické substituce práce před kapitálem, při pohybu po konvexní izokvantě směrem nahoru tento poměr opět klesá)

$$MRTS_{KL} = \frac{MP_L}{MP_K}$$

**Izokosta (CL)**

- Izonákladová křivka
- Pro stanovení nákladového optima firmy používáme kromě izokvanty také izokostu, což je kombinace vstupů, které firma volí, aby daný výstup vyrobila s minimálními celkovými náklady
- Jedná se tedy o křivku stejných celkových nákladů
- Křivka, na níž jsou kombinovány VF při stejných celkových nákladech (TC)
- Je dána rovnicí

$$TC = w \cdot L + r \cdot K$$

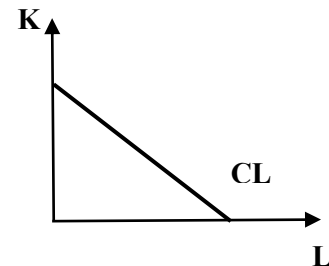
Kde TC jsou celkové náklady

w ... cena práce

L ... objem použité práce

r ... cena kapitálu

K ... objem (množství) použitého kapitálu



- **Sklon (směrnice izokosty)**
 - vyjadřuje schopnost firmy nahrazovat ve výrobním procesu jeden výrobní faktor druhým bez toho, aby tato firma změnila výši svých celkových nákladů
 - je dán poměrem mzdy a renty

$$\text{směrnice izokosty} = \frac{w}{r}$$

- izokosta je ovlivněna jak cenami pronajímaných výrobních faktorů (změna sklonu), tak výší celkových nákladů (posun celé křivky)

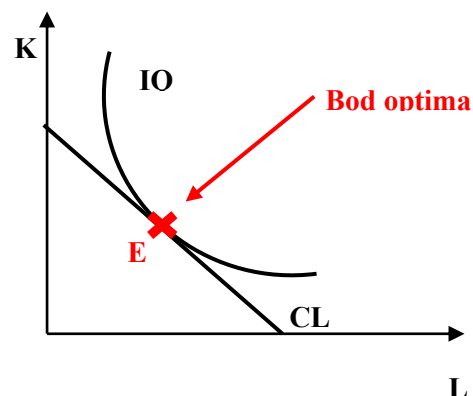
Nákladové optimum firmy

- bod, v němž se izokvanta dotýká nejnížší dostupné izokosty, tj. v bodě, v němž je izonákladová křivka tečnou izoproductové křivky. (tj. mají stejný sklon)
- situace, v níž poslední koruna, kterou vynaložíme na pronájem práce, nám přinese stejný přírůstek produkce jako poslední koruna vynaložená na pronájem kapitálu (výrobce nemá důvod tuto kombinaci měnit)

$$MRTS_{KL} = \frac{w}{r}$$

$$\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{w}{r}$$

$$\frac{MP_L}{w} = \frac{MP_K}{r}$$



Stezka expanze firmy (LEP)

- zachycuje všechny kombinace výrobních faktorů, které při jednotlivých úrovních produkce považuje dané firma za optimální
- zachycuje tedy všechny kombinace vstupů, které dané firmě umožní v dlouhém období minimalizovat náklady na různé objemy výstupu
- Zachycuje změnu objemu vyráběného výstupu vyvolanou dílčí změnou všech pronajímaných vstupů, z čehož je tedy zřejmé, že stezka expanze má poměrně úzký vztah k problematice výnosů z rozsahu, proto LEP vyjadřuje vzájemný vztah mezi výnosy z rozsahu a chováním nákladové křivky

Výnosy z rozsahu

- popisují vzájemný vztah mezi výnosy z rozsahu a chováním nákladové křivky. Prosazují-li se tedy v daném výrobním procesu:
 - **Rostoucí výnosy z rozsahu** - Tempo růstu produkce převyšuje tempo růstu celkových nákladů
 - **Konstantní výnosy z rozsahu** - Tempo růstu celkových nákladů tak odpovídá tempu růstu produkce
 - **Klesající výnosy z rozsahu** - Tempo růstu celkových nákladů převyšuje tempo růstu produkce

PŘÍKLADY

1. Rozhodněte, zda jsou následující tvrzení pravdivá (P) nebo nepravdivá (N):
 - a) V krátkém období jsou všechny vstupy variabilní
 - b) Pokud firma nemá být ztrátová, pak MP každého vstupu musí být vždy větší než příslušný AP
 - c) Výrobními vstupy jsou myšleny produktivní služby práce, kapitálu a přírodních zdrojů
 - d) Jestliže výstup roste rychlejším tempem, než jakým rostou proporcionalně všechny vstupy, pak dlouhodobá produkční funkce vykazuje rostoucí výnosy z rozsahu
2. Izokvanta představuje:
 - a) Kombinace výrobních faktorů, jejichž pomocí je možno vyrobit různý objem produkce
 - b) Kombinace výrobních faktorů, jejichž pomocí je možno vyrobit stejný objem produkce
 - c) Náklady vynaložené na nákup výrobních faktorů
 - d) Žádná z nabízených možností není správná
3. Která z následujících veličin musí zůstat konstantní při konstrukci izokosty?
 - a) Výdaje na faktor A, pokud je tento primární
 - b) Výdaje na faktor B, pokud tento není primární
 - c) Množství vyráběné produkce
 - d) Celkové výdaje na oba faktory
4. Doplňte následující tabulku:

Množství práce (L)	Celkový produkt (TP)	Mezní produkt (MP)	Průměrný produkt (AP)
1	125	-	125
2	155	30	
3		35	63,33
4	220	30	
5	245		49
6		15	43,33

5. Firma Humbula vyrábí sedla na velbloudy. Zaměstnává 5 zaměstnanců, kterým platí měsíční mzdu 13500 Kč/každému. Nájem 4 strojů firmu stojí 39500 Kč.
- Jaké jsou celkové náklady firmy?
 - Napište rovnici izokosty a nakreslete ji.
 - Co se všechno změní, klesne-li mzda dělníka na 12000 Kč a firma zároveň zaměstná dalšího zaměstnance.
 - Víte-li, že mezní fyzický produkt kapitálu je 250, určete mezní fyzický produkt práce v situaci, kdy firma maximalizuje zisk.
6. Je zadaná krátkodobá produkční funkce $Q = 144L + 30L^2 - L^3$
- napište rovnici mezního fyzického produktu práce
 - určete hodnotu mezního fyzického produktu práce pro použitých sedm jednotek práce
 - určete hodnotu průměrného produktu práce pro 5 jednotek práce
 - určete hodnotu celkového produktu, pokud firma zaměstnává 10 jednotek práce
7. Máte následující krátkodobou produkční funkci: $TP=10L^2 - 40L+100$. Určete, při kolika zaměstnancích firma maximalizuje produkci a kolik tedy činí její produkce?
8. Máte následující údaje pro výroby firmy v krátkém období:

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Q	0	3	7	12,5	17	21,2	25	28,6	30	31	27
MP											
AP											

Vypočítejte mezní a průměrný produkt, určete, zda se hned od začátku prosazuje zákon klesajících výnosů z variabilního vstupu a zda je možné určit dle MP, kdy firma vyrábí nejvyšší objem produkce?

9. Firma má možnost volby mezi následujícími kombinacemi práce a kapitálu, přitom zná poměry MPP pro jednotlivé technologické kombinace. Cena práce je 5 Kč a cena kapitálu je 2 Kč.

kombinace	A	B	C	D	E
MP_L/MP_K	5	4	3	2,5	2

- určete optimální kombinaci vstupů (předpokládáme, že firma maximalizuje zisk a minimalizuje náklady)
 - zakreslete izokostu pro původní ceny a $TC = 100$ Kč (celkové náklady – celkový objem výdajů na faktory). Dále napište rovnici této izokosty a určete její směrnici
 - jak se změní tato izokosta, vzrostou-li celkové náklady na 150 Kč? Určete její směrnici
10. Mzda dělníka je 75 Kč/h, náklady na provoz stroje jsou 130 Kč/h. Mezní produkt práce je 150 kusů výrobků za hodinu. Jaký je mezní produkt stroje, pokud tato firma maximalizuje zisk?
11. Izokosta odpovídá úrovni celkových nákladů ve výši 200 Kč. Cena kapitálu je 10 Kč, cena práce 20 Kč. V jakém bodě protíná izokosta horizontální osu? Na osu x nanášíme množství práce.