Finanční a pojistná matematika
Opakování

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

FIU/BPFPM

Finanční a pojistná matematika

Ing. Roman Hlawiczka, Ph.D.
Katedra financí a účetnictví

Důchod dočasný

- Důchod dočasný dlouhodobý předlhůtní
- $D = [a * (1 + i) + P] * \frac{1-v^n}{i}$

- Důchod dočasný dlouhodobý polhůtní
- $D = (a + P) * \frac{1-v^n}{i}$

- D – počáteční hodnota důchodu (současná hodnota pravidelných plateb)
- i – úroková sazba v úrokovém období (nemusí být roční)
- n – počet úrokových období, po která se důchod vyplácí (nemusí se rovnat počtu let)
- a, X – velikost jedné pravidelné platby, anuita
- m – počet plateb za úrokové období
- v – diskontní faktor $v = \frac{1}{1+i}$
- P – výše poplatku přepočtená ke konci úrokového období

Důchod dočasný

- Důchod dočasný kombinovaný předlhůtní
- $D = \left[X * m * \left(1 + \frac{m+1}{2*m} * i\right) + P\right] * \frac{1-v^n}{i}$
- Důchod dočasný kombinovaný polhůtní
- $D = \left[X * m * \left(1 + \frac{m-1}{2*m} * i\right) + P\right] * \frac{1-v^n}{i}$

- *D* – počáteční hodnota důchodu (současná hodnota pravidelných plateb)
- *i* – úroková sazba v úrokovém období (nemusí být roční)
- *n* – počet úrokových období, po která se důchod vyplácí (nemusí se rovnat počtu let)
- *a*, *X* – velikost jedné pravidelné platby, anuita
- *m* – počet plateb za úrokové období
- *v* – diskontní faktor $v = \frac{1}{1+i}$
- *P* – výše poplatku přepočtená ke konci úrokového období

Příklad

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

- Kolik budeme ochotni zaplatit za investici, jejíž životnost je dvacet let a koncem každého roku nám z ní plyne platba ve výši 5 000 Kč? Uvažujeme roční úrokovou sazbu 3 % p.a. (abstrahujeme od všech poplatků a zdanění úroků).

Příklad

- Kolik budeme ochotni zaplatit za investici, jejíž životnost je dvacet let a koncem každého roku nám z ní plyne platba ve výši 5 000 Kč? Uvažujeme roční úrokovou sazbu 3 % p.a. (abstrahujeme od všech poplatků a zdanění úroků).

$$D = a \cdot \frac{1 - v^n}{i}$$

$$D = 5000 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+0{,}03}\right)^{20}}{0{,}03}$$

$$D = \underline{\underline{74\,387{,}37\ \text{Kč}}}$$

Příklad

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

- Jaká částka nám zajistí důchod ve výši 6 000 Kč vyplácený na začátku každého roku po dobu 10 let při úrokové sazbě 2,5 % p.a. s ročním připisováním úroků?

Příklad

- Jaká částka nám zajistí důchod ve výši 6 000 Kč vyplácený na začátku každého roku po dobu 10 let při úrokové sazbě 2,5 % p.a. s ročním připisováním úroků?

$$D = \left[a \cdot (1+i)\right] \cdot \frac{1-v^n}{i}$$

$$D = \left[6000 \cdot (1+0{,}025)\right] \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{1+0{,}025}\right)^{10}}{0{,}025}$$

$$D = \underline{53\,825{,}19\ \text{Kč}}$$

Příklad

- Kolik bychom museli mít naspořeno, jestliže bychom si nyní chtěli nechat z naspořené částky vyplácet na konci každého měsíce (tj. polhůtně) důchod ve výši 8 000 Kč po dobu 10 let? Úroková sazba je 2,8 % p.a. se čtvrtletním připisováním úroků, úroky jsou daněny 15 % srážkovou daní.

Příklad

- Kolik bychom museli mít naspořeno, jestliže bychom si nyní chtěli nechat z naspořené částky vyplácet na konci každého měsíce (tj. polhůtně) důchod ve výši 8 000 Kč po dobu 10 let? Úroková sazba je 2,8 % p.a. se čtvrtletním připisováním úroků, úroky jsou daněny 15 % srážkovou daní.

$$D = \left[m \cdot X \cdot \left(1 + \frac{m-1}{m \cdot 2} \cdot i\right)\right] \cdot \frac{1 - r^n}{i}$$

$$D = \left[3 \cdot 8000 \cdot \left(1 + \frac{3-1}{2 \cdot 3} \cdot \frac{0{,}028}{4} \cdot (1-0{,}15)\right)\right] \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1 + \frac{0{,}028}{4} \cdot (1-0{,}15)}\right)^{40}}{\frac{0{,}028}{4} \cdot (1-0{,}15)}$$

$$\underline{D = 853\,755{,}40 \text{ Kč}}$$

Příklad

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

- Kolik budeme ochotni nyní investovat, jestliže nám z investice vždy na konci měsíce plyne platba ve výši 3 500 Kč po dobu 8 let? Uvažujeme úrokovou sazbu 3 % p.a. a pololetní úrokové období.

Příklad

- Kolik budeme ochotni nyní investovat, jestliže nám z investice vždy na konci měsíce plyne platba ve výši 3 500 Kč po dobu 8 let? Uvažujeme úrokovou sazbu 3 % p.a. a pololetní úrokové období.

$$D = \left[X \cdot m \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2m} \cdot i\right)\right] \cdot \frac{1 - v^n}{i}$$

$$D = \left[3500 \cdot 6 \cdot \left(1 + \frac{6-1}{2 \cdot 6} \cdot \frac{0{,}03}{2}\right)\right] \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+\frac{0{,}03}{2}}\right)^{2 \cdot 8}}{\frac{0{,}03}{2}}$$

$$D = \underline{\underline{298\,611{,}27\ \text{Kč}}}$$

Příklad

- Jaká je současná hodnota důchodu, který nám zajistí polhůtní důchod 10 000 Kč ročně po dobu 17 let při úrokové sazbě 3,4 % p.a. s ročním připisováním úroků, jestliže nám bude finanční ústav na konci každého roku strhávat poplatek ve výši 250 Kč?

Příklad

- Jaká je současná hodnota důchodu, který nám zajistí polhůtní důchod 10 000 Kč ročně po dobu 17 let při úrokové sazbě 3,4 % p.a. s ročním připisováním úroků, jestliže nám bude finanční ústav na konci každého roku strhávat poplatek ve výši 250 Kč?

$$D = (a + P) \cdot \frac{1 - v^n}{i}$$

$$D = (10000 + 250) \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+0{,}034}\right)^{17}}{0{,}034}$$

$$D = \underline{130\,706{,}80\,\text{Kč}}$$

Důchod věčný

- Důchod, jehož výplata není časově omezena a pravidelné částky jsou vypláceny vždy na počátku určitého časového intervalu
- =perpetuita
- Důchod věčný, dlouhodobý, předlhůtní

$$D = a + \frac{a}{i} + P = \frac{a * (1 + i) + P}{i}$$

- *D* – počáteční hodnota důchodu (současná hodnota pravidelných plateb)
- *i* – úroková sazba v úrokovém období
- *a* – velikost jedné pravidelné platby, anuita
- *X* – velikost jedné platby

Důchod věčný

- Důchod věčný, dlouhodobý, polhůtní
- Důchod, jehož výplata není časově omezena a pravidelné částky jsou placeny vždy na konci určitého časového intervalu

$$D = \frac{a+P}{i}$$

- *D* – počáteční hodnota důchodu (současná hodnota pravidelných plateb)
- *i* – úroková sazba v úrokovém období
- *a* – velikost jedné pravidelné platby, anuita
- *X* – velikost jedné platby

Důchod věčný

- Důchod věčný, kombinovaný, předlhůtní

$$D = \frac{X * m * \left(1 + \frac{m+1}{2 * m} * i\right) + P}{i}$$

- *D* – počáteční hodnota důchodu (současná hodnota pravidelných plateb)
- *i* – úroková sazba v úrokovém období
- *a* – velikost jedné pravidelné platby, anuita
- *X* – velikost jedné platby

Příklad

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

- Jaká částka nám (a našim pozůstalým) zajistí čtvrtletní polhůtní věčný důchod ve výši 8 000 Kč při neměnné roční úrokové sazbě 3,2 % p.a.?

Příklad

- Jaká částka nám (a našim pozůstalým) zajistí čtvrtletní polhůtní věčný důchod ve výši 8 000 Kč při neměnné roční úrokové sazbě 3,2 % p.a.?

$$D = \frac{X \cdot m \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2m} \cdot i\right)}{i}$$

$$D = \frac{8000 \cdot 4 \cdot \left(1 + \frac{4-1}{2 \cdot 4} \cdot 0{,}032\right)}{0{,}032}$$

$$D = \underline{\underline{1\,012\,000\ \text{Kč}}}$$

Příklad

- Jaká částka nám (a našim pozůstalým) zajistí měsíční polhůtní věčný důchod ve výši 2 000 Kč při neměnné roční úrokové sazbě 2,2 % p.a. a měsíčním připisování úroků?

Příklad

- Jaká částka nám (a našim pozůstalým) zajistí měsíční polhůtní věčný důchod ve výši 2 000 Kč při neměnné roční úrokové sazbě 2,2 % p.a. a měsíčním připisování úroků?

$$D = \frac{a}{i}$$

$$D = \frac{2000}{\frac{0{,}022}{12}}$$

$$D = \underline{1\,090\,909\,Kč}$$

Důchod rostoucí

Důchod dočasný rostoucí tempem *g* za úrokové období

$$D = a * \frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+i}\right)^n}{i - g}$$

Důchod věčný rostoucí tempem *g* za úrokové období

$$D = \frac{a}{i-g}$$ pokud $g < i$

- D – počáteční hodnota důchodu (současná hodnota pravidelných plateb)
- i – úroková sazba v úrokovém období
- a – velikost jedné pravidelné platby, anuita
- g – tempo růstu vyplácených částek

Příklad

- Paní Nováková si chce v důchodu čerpat ze svých úspor 7 000 Kč vždy na konci měsíce s růstem této platby o 0,2 % oproti předchozímu měsíci. Jakou částku musí mít naspořenou ve svých 60 letech, když předpokládá, že bude čerpat důchod po dobu 25 let? Peněžní prostředky má uloženy na účtu s úrokovou sazbou 3 % p.a. s měsíčním připisováním úroků.

Příklad

- Paní Nováková si chce v důchodu čerpat ze svých úspor 7 000 Kč vždy na konci měsíce s růstem této platby o 0,2 % oproti předchozímu měsíci. Jakou částku musí mít naspořenou ve svých 60 letech, když předpokládá, že bude čerpat důchod po dobu 25 let? Peněžní prostředky má uloženy na účtu s úrokovou sazbou 3 % p.a. s měsíčním připisováním úroků.

$$D = a \cdot \frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+i}\right)^{n}}{i - g}$$

$$D = 7000 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1+0{,}002}{1+\frac{0{,}03}{12}}\right)^{25 \cdot 12}}{\frac{0{,}03}{12} - 0{,}002}$$

$$D = 1\,946\,029{,}67 \text{ Kč}$$

Příklad

- Pan Veselý má naspořenou částku 500 000 Kč, ze které chce ode dneška čerpat po neomezeně dlouhou dobu každý rok. Finanční prostředky má uloženy na účtu s úrokovou sazbou 2,2 % p.a. s ročním připisováním úroků. Kolik bude každý rok pan Veselý dostávat, pokud chce, aby se vyplácená částka každý rok zvyšovala o 0,5 %.

Příklad

- Pan Veselý má naspořenou částku 500 000 Kč, ze které chce ode dneška čerpat po neomezeně dlouhou dobu každý rok. Finanční prostředky má uloženy na účtu s úrokovou sazbou 2,2 % p.a. s ročním připisováním úroků. Kolik bude každý rok pan Veselý dostávat, pokud chce, aby se vyplácená částka každý rok zvyšovala o 0,5 %.

$$D = \frac{a}{i - g}$$

$$500\,000 = \frac{a}{0{,}022 - 0{,}005}$$

$$a = \underline{8500 \text{ Kč}}$$