náhodná veličina
diskrétná a spojitá náhodná veličina
rozdělení náhodné veličiny
pravděpodobnostní funkce a hustota pravděpodobnosti
distribuční funkce
charakteristiky náhodné veličiny

Náhodná veličina

1. Rozhodněte, které z následujících předpisů představují diskrétní rozdělení pravděpod

x	*p(x)*
0	-0.2
1	0.9
2	0.3

x	*p(x)*
-2	0.4
-1	0.3
0	0.2
1	0.3

x	*p(x)*
-1	0.4
0	0.3
1	0.3

7.1 Spojitá náhodná veličina

Jak jste se dozvěděli již v 5. kapitole, **spojit** nazveme takovou náhodnou veličinu, jejímiž m všechna reálná čísla z daného intervalu (omezen Jsou to například výsledky různých testů, rozměr hromadném výrobním procesu, čekací doby ve fi jiné.

obnosti.

$$p(x) \geq 0, x \in X$$
$$\sum_{x \in X} p(x) = 1$$

ou náhodnou veličinou
ožnými hodnotami jsou
ého nebo neomezeného).
y součástí vyráběných v
rontách, chyby měření a

DISKRÉTNÍ PRAVDĚPODOBNOSTNÍ MODELY

Stejnoměrné
Binomické
Poissonovo

STEJNOMĚRNÉ ROZDĚLENÍ

(náhodná veličina nabývá k různých hodnot se stejnou pravděpodobností)

Například hod kostkou.

1. Určete střední hodnotu a rozptyl náhodné veličiny popisující hod kostkou

$$E(X) = \frac{k+1}{2}$$

$$Var(X) = \frac{k^2 - 1}{12}$$

1. Určete, s jakou pravděpodobností padne při hodu kostkou trojka.
2. Určete, s jakou pravděpodobností padne při hodu kostkou nejvýše trojka.
3. Určete střední hodnotu.
4. Určete rozptyl.

$$P(x) = \frac{1}{k}$$

$$E(X) = \frac{k+1}{2}$$

$$Var(X) = \frac{k^2 - 1}{12}$$

Binomické rozdělení

(2 navzájem se vylučující alternativy)

=BINOM.DIST

Na 1000 novorozenců se narodí 515 chlapců a 485 dívek.
Předpokládáme rodinu se 4 dětmi.

1. Určete pravděpodobnost, že se v rodině narodí právě 4 chlapci.
2. Určete pravděpodobnost, že se v rodině narodí alespoň 2 dívky.
3. Určete střední hodnotu počtu dívek narozených v rodině se 4 potomky.
4. Určete rozptyl počtu chlapců narozených v rodině se 4 potomky.

funkce BINOMDIST

$$P(X = x) = \frac{n!}{(n-x)!\,x!} p^{x} (1-p)^{n-x}$$

$$E(X) = n \cdot p$$

$$Var(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$$

K procvičení (s řešením):

Úloha 1: Určete pravděpodobnost všech jevů, které mohou nastat při hodu 3 mincemi.

Úloha 2: Střelec má 80% pravěpodobnost, že zasáhne cíl. Určete pravěpodobnost, že:
a) z 5 pokusů zasáhne cíl 5 krát
b) z 6 pokusů zasáhne cíl 3 krát
c) z 8 pokusů zasáhne cíl přesně 4 krát

Úloha 3: Jistá mezinárodní marketingová laboratoř odhaduje, že pouze 50 procent výrobků daného podniku je schopno konkurovat zahraniční produkci. Jaká je pravděpodobnost, že právě 4 ze 6 výrobků této firmy jsou úspěšné?
Určete střední hodnotu a rozptyl.

$$\boxed{E(x) = n \cdot p}$$

$$\boxed{Var(x) = np(1-p)}$$

Úloha 4:
Z každé stokusové zásilky kontroluje odběratel kvalitu 5 náhodně vybraných kusů. Je známo, že každá zásilka obsahuje 10% zmetků.

a. Jakým typem rozdělení pravděpodobnosti se řídí počet zjištěných zmetků?
b. Vypočtěte pravděpodobnost zjištění právě 4 zmetků. 0.00045
c. Jaká je pravděpodobnost zjištění nejvýše 2 zmetků? 0.99144
d. Jaká je pravděpodobnost zjištění alespoň 2 zmetků? 0.08146
e. Vypočtěte střední hodnotu a rozptyl množství zjištěných zmetků.

0líců	0.1250	P(0 líců) = 0,125	0.125
1líc	0.3750	P(1 líc) = 0,375	0.375
2líce	0.3750	P(2 líce) = 0,375	0.375
3líce	0.1250	P(3 líce) = 0,125	0.125
	0.33	P = 0,328	0.32768
	0.08	P = 0,046	0.045875
	0.05		
	0.234375		
		P(4) = 0,234	0.234375
			3
			1.5

$$E(x)=n\cdot p$$

$$Var(x)=np\;1-p$$

P = 0,00045	0.00045
P = 0,99	0.99144
P = 0,082	0.08146
E(x) = 0,5, Var (x) = 0,	0.5
	0.45

Poissonovo rozdělení
(jevy nastávají během určitého časového intervalu s danou intezitou)

=POISSON.DIST

Do prodejny přicházejí průměrně 3 zákazníci během hodiny.
1. S jakou pravděpodobností přijde během následujcí hodiny právě 1 zákazník?
2. S jakou pravděpodobností přijde během následujcích 20 minut právě 1 zákazník?
3. S jakou pravděpodobností přijdou během následujících 20 minut alespoň 2 zákazníci?
4. S jakou pravděpodobností přijde během následujících 90 minut více než 5 zákazníků?
5. S jakou pravděpodobností přijdou během následujících 90 minut nejvíce 2 zákazníci?

funkce POISSON

$$P(x \mid \lambda, t) = \frac{(\lambda t)^{x} e^{-\lambda t}}{x!}$$

K procvičení (s řešením):

Úloha 1:
Zákazníci přicházejí náhodně do opravny obuvi s průměrnou intenzitou 4 za hodinu. Zjistěte pravděpodobnost, že do opravny přijdou za hodinu právě 2 zákazníci, vypočtěte střední hodnotu, rozptyl a směrodatnou odchylku.

Úloha 2:
Dispečink taxislužby registruje požadavky klientů, které přicházejí v náhodných časových okamžicích. Dlouhodobým pozorováním se zjistilo, že průměrná četnost požadavků v průběhu intervalu 20 minut je 2.
a. Jakým typem rozdělení pravděpodobnosti se řídí zmíněný počet požadavků?
b. Vypočtěte střední hodnotu a rozptyl počtu požadavků za časový interval jedné hodiny. 6
c. Vypočtěte pravděpodobnost, že během časového intervalu jedné hodiny taxislužba zaregistruje alespoň 3 požadavky na své služby.
0.938031

$$\boxed{E(x) = \lambda \cdot t}$$

P = 0,146	0.146525
E(x) = Var(x) = 4	
	4

intenzita*délka časového intervalu

$$\boxed{Var(x) = \lambda \cdot t}$$

E(x) = Var(x) = 6	6
P = 0,94	0.938031

za 60 minut

Podmínky pro pravděpodobnostní funkci:

$$p(x_i) \geq 0 \qquad \sum_{i=1}^{n} p(x_i) = 0$$

Střední hodnota diskrétní náhodné veličiny:

$$E(X) = \sum_{x} x p(x)$$

Rozptyl diskrétní náhodné veličiny:

$$Var(X) = \sum_{x} [x - E(X)]^2 \, p(x)$$

Střední hodnota spojité náhodné veličiny:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$$

Rozptyl spojité náhodné veličiny:

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - E(X)]^2 \, f(x) dx$$

Binomické rozdělení

pravděpodobnost $$P(X = x) = \frac{n!}{(n-x)!\,x!} p^x (1-p)^{n-x}$$

střední hodnota $$E(X) = n \cdot p$$

n … počet opakování
p … pravděpodobnost

6.2 Stej

Mějme diskrét

se stejnou prav

Říkáme, že
podobnosti.

Snadno lze od

a pro rozptyl d

$$E(X) = n \cdot p$$

rozptyl $$Var(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$$

Poissonovo rozdělení

Pravděpodobnost $$P(x \mid \lambda, t) = \frac{(\lambda t)^x e^{-\lambda t}}{x!}$$

střední hodnota $$E(X) = \lambda . t$$

λ … intenzita
t … časový úsek
e … Eulerovo číslo; při

rozptyl $$Var(X) = \lambda . t$$

noměrné rozdělení

ní náhodnou veličinu X, která nabývá právě k různých hodı

1, 2, 3, ..., k

vděpodobností

$$P(x) = \frac{1}{k} \quad \text{pro } x = 1,\ldots,k.$$

náhodná veličina X má **stejnoměrné rozdělení prav**

vodit, že střední hodnota je (podle vzorce (5.7))

$$E(X) = \frac{k+1}{2} \ ,$$

lostáváme (podle vzorce (5.10) - zkuste si to sami!)

$$Var(X) = \frac{k^2 - 1}{12} \quad .$$

úspěchu

bližně 2,7183

not:

dě-