

**CVIČENÍ č. 10: Integrální počet funkcí jedné proměnné**

1. Vypočítejte pomocí základních integračních vzorců a pravidel následující neurčité integrály:

$$\begin{array}{lll}
 a) \int (6x^2 - 2x + 1) dx, & b) \int \left( \frac{1}{x^2} - x^2 - \frac{1}{3} \right) dx, & c) \int \left( x^4 - 3x^3 + \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} + 5 \right) dx, \\
 d) \int \left( 3x^2 + \frac{x}{2} \right) dx, & e) \int (x^2 + x^{-2}) dx, & f) \int 2^x \cdot 3^x dx, \\
 g) \int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx, & h) \int (\sqrt{x} - 6\sqrt[3]{x}) dx, & i) \int \left( \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{1}{3\sqrt[3]{x}} \right) dx, \\
 j) \int \left( 6x + \frac{1}{x^2 + 1} + \frac{4}{x} \right) dx, & k) \int (4\sin x + 5\cos x) dx, & l) \int \left( e^x + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx.
 \end{array}$$

2. Integrace lineární substituční metodou. Vypočítejte následující neurčité integrály:

$$\begin{array}{lll}
 a) \int \frac{1}{x+1} dx, & b) \int \frac{1}{3x+9} dx, & c) \int \frac{1}{2-5x} dx, \\
 d) \int \frac{2x}{x^2+1} dx, & e) \int \frac{3x^2}{x^3+1} dx, & f) \int \operatorname{tg} x dx.
 \end{array}$$

3. Vypočítejte následující neurčité integrály:  $\int \frac{dx}{ax^2+bx+c}; D < 0$

$$\begin{array}{lll}
 a) \int \frac{dx}{x^2+1}, & b) \int \frac{dx}{64x^2+1}, & c) \int \frac{dx}{5x^2+1}, \\
 d) \int \frac{dx}{x^2+5}, & e) \int \frac{dx}{x^2-12x+42}, & f) \int \frac{dx}{x^2+4x+10}.
 \end{array}$$

4. Vypočítejte následující neurčité integrály:  $\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a} F(ax+b) + C$

$$\begin{array}{lll}
 a) \int \sin(5x-1) dx, & b) \int \cos(3x+1) dx, & c) \int e^{3x-1} dx, \\
 d) \int e^{1-5x} dx, & e) \int \frac{dx}{2x-1}, & f) \int \sin(x-\pi) dx.
 \end{array}$$

5. Integrace obecnou substituční metodou. Pomocí vhodné substituce vypočítejte následující neurčité integrály:

$$\begin{array}{lll}
 a) \int (x^3+1) \cdot 3x^2 dx, & b) \int x \cdot e^{-2x^2} dx, & c) \int \frac{\ln^2 x}{x} dx, \\
 d) \int \frac{\sqrt{5\ln x + 7}}{x} dx, & e) \int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx, & f) \int \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx, \\
 g) \int \frac{e^x}{\sqrt{e^x+1}} dx, & h) \int \frac{x^4}{\sqrt{3+x^5}} dx, & i) \int \frac{6x^2}{x^3+3} dx.
 \end{array}$$

6. Integrace metodou per partes. Vypočítejte následující neurčité integrály:

$$\begin{array}{lll}
 a) \int x \cdot e^x dx, & b) \int (4x + 2) \cdot \sin 2x dx, & c) \int (3x - 4) \cdot \cos\left(\frac{x}{2}\right) dx, \\
 d) \int x \cdot \ln(x) dx, & e) \int x^2 \cdot \ln(x) dx, & f) \int \arcsin(x) dx, \\
 g) \int \ln(x) dx, & h) \int x \cdot \sin(x) dx, & i) \int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx.
 \end{array}$$

### Základní integrály

1.  $\int 0 dx = c$
2.  $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
3.  $\int e^x dx = e^x + c$
4.  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$
5.  $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$
6.  $\int \sin x dx = -\cos x + c$
7.  $\int \cos x dx = \sin x + c$
8.  $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$
9.  $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$
10.  $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + c$
11.  $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + c$
12.  $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c$   
 $f = f(x) \quad g = g(x)$
13.  $\int (f \pm g) dx = \int f dx \pm \int g dx$
14.  $\int (k \cdot f) dx = k \int f dx, k \in \mathbb{R}$