

9. Limita funkce

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - x - 6) =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - x - 6) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - x - 6) =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 3}{1 + 2x^6} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^4 + 3}{4x^4 - 1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5}{3 - x^3} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^5 + x}{3x^2 + 1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{36x^2 + 2}}{5x - 1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{81x^2 - 3} + 2x}{2 + 5x} =$$

odstranitelná nespojitost – úprava výrazu

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x - 6}{x^2 - 36} =$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - x} =$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x + 5} - 2}{x + 1} =$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 - 2x} - x =$$

jednostranné limity (počítají se v bodech nespojitosti funkce)

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 1}{x - 3} = -$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x + 1}{x - 3} = (\text{dosadíme } 3, 1) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x + 1}{x - 3} = (\text{dosadíme } 2, 9) =$$

$$\text{b) Dokažte, že } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{(x - 2)^2} = \infty.$$

Asymptoty funkce

Svislá asymptota:

v bodech nespojitosti funkce, $x = c$

Vodorovná asymptota:

je-li limita v nevlastním bodě vlastní, pak existuje **vodorovná asymptota** a má rovnici

$$y = a, \quad \text{resp.} \quad y = b.$$

Šikmá asymptota: $y = kx + q$ (počítáme, jestliže neexistuje vodorovná asymptota)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = k \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = q$$

Příklad. Vypočítejte všechny asymptoty funkce, vypočítejte průsečíky s osami a načrtněte graf:

$$\text{a) } f(x) = \frac{x + 2}{x - 4}$$

$$\text{b) } f(x) = \frac{2x^2}{x + 1}$$

Derivace funkce (10. a 11. kapitola-pouze průběh funkce)

$$(k)' = 0 \quad (x^n)' = nx^{n-1} \quad (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \Rightarrow (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \Rightarrow (e^x)' = e^x$$

$$(\sin x)' = \cos x \quad (\cos x)' = -\sin x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x} \quad (\operatorname{cotg} x)' = \frac{-1}{\sin^2 x}$$

$$[f \cdot g]' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

$$\left[\frac{f}{g} \right]' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}; \quad g \neq 0$$

a) $(3x^4 - 4x^2 + x - 10)' =$

b) $\left(\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x} + \sqrt{x} - \sqrt[3]{x} \right)' =$

c) $((2x + 3) \cdot \sin x)' =$

d) $(\ln(\cos(3x + 4)))' =$

e) Vypočtěte extrémy funkce $y = \frac{x^2 + 1}{x}$.

f) Vypočtěte extrémy funkce $y = x^3 - 3x - 2$.

g) Vypočtěte extrémy funkce $y = \frac{x^3}{3} + x^2 - 3x - 6$.