Seminář č. 5 – 27.10.-2.11.2022

1. Derivujte (použijte Tabulku 1):

a) $y = 5 + x^1 + x^2 + x^3$

b) $y = 24x^5 - 3x^2 + 8x - 4$

c) $y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$

d) $y = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}}$

e) $y = 2\ln x + 5\sin x - \cos x + e^x$

f) $y = \frac{3}{x^4} - 2\sqrt[5]{x} + \frac{4}{\sqrt[4]{x^5}}$

g) $y = 3^x + 2\log x + \sqrt{\sqrt[3]{x^2}}$

h) $y = 4tgx - \cot gx$

i) $y = 2arctgx + 5arc\sin x$

2. Derivujte součin funkcí:

a) $y = x \cdot e^x$

b) $y = \left(x^2 + 1\right) \cdot e^x$

c) $y = x^3 \cdot \ln x$

d) $y = \left(x^2 + 4\right) \cdot \sin x$

e) $y = x^2 \cdot arctgx$

3. Derivujte podíl funkcí:

a) $y = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x}$

b) $y = \frac{x}{\ln x}$

c) $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

d) $y = \frac{\sin x}{\cos x}$

e) $y = \dfrac{e^x + 3}{e^x}$

4. Derivujte složené funkce:

a) $y = \left(x^2 + 2\right)^6$

b) $y = \ln\left(4x + 1\right)$

c) $y = 3\sin(x^2 + 3)$

d) $y = \sqrt{x^2 + 4x}$

e) $y = \dfrac{5}{\left(2x + 4\right)^3}$

f) $y = tg^3 4x$

g) $y = \ln^n x^2$

5. Vypočtěte první, druhou a třetí derivaci funkce:

a) $y = x^4 - 5x^3 + 2x + 1$

b) $y = \ln x$

c) $y = \cos x$

d) $y = 2\sqrt{x}$

Tabulka 1. Přehled derivací elementárních funkcí.

$f(x)$	$f'(x)$
konstanta	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
a^x	$a^x \cdot \ln a$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$
sin$x$	cos$x$
cos$x$	–sin$x$
tg$x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
cotg$x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
arcsin$x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
arccos$x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
arctg$x$	$\frac{1}{1+x^2}$
arccotg$x$	$-\frac{1}{1+x^2}$

Průběh funkce

Při určování průběhu funkce obvykle postupujeme podle následující osnovy:

1. $D(f)$.
2. Limity (jednostranné) v bodech nespojitosti a v nevlastních bodech.
3. Průsečíky s osami x a y, znaménka funkčních hodnot.
4. První derivace, její nulové body.
5. Lokální extrémy a intervaly monotónnosti.
6. Druhá derivace a její nulové body.
7. ~~Inflexní body, konkávnost, konvexnost.~~
8. ~~Asymptoty.~~
9. Graf funkce.

6. Určete průběh funkce f: $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ a $y = \frac{x^3}{x-1}$