

**náhodná veličina**

**diskrétná a spojitá náhodná veličina**

**rozdělení náhodné veličiny**

**pravděpodobnostní funkce a hustota pravděpodobnosti**

**distribuční funkce**

**charakteristiky náhodné veličiny**

# NÁHODNÁ VELIČINA

1. Rozhodněte, které z následujících předpisů představují diskrétní rozdělení pravděp

$x$	$p(x)$
0	-0.2
1	0.9
2	0.3

$x$	$p(x)$
-2	0.4
-1	0.3
0	0.2
1	0.3

$x$	$p(x)$
-1	0.4
0	0.3
1	0.3

## 7.1 Spojitá náhodná veličina

Jak jste se dozvěděli již v 5. kapitole, **spojitou náh** nazveme takovou náhodnou veličinu, jejímiž možným všechna reálná čísla z daného intervalu (omezeného nel Jsou to například výsledky různých testů, rozměry souč hromadném výrobním procesu, čekací doby ve frontách jiné.



podobnosti.

$$p(x) \geq 0, x \in X$$
$$\sum_{x \in X} p(x) = 1$$

**rozdílnou veličinou**  
i hodnotami jsou  
bo neomezeného).  
části vyráběných v  
i, chyby měření a

# DISKRÉTNÍ PRAVDĚPODOBNOSTNÍ MODEL Y

Stejněměrné  
Binomické  
Poissonovo

## STEJNOMĚRNÉ ROZDĚLENÍ

(náhodná veličina nabývá  $k$  různých hodnot se stejnou pravděpodobností)

Například hod kostkou.

**1. Určete střední hodnotu a rozptyl  
náhodné veličiny popisující hod kostkou**

$$E(X) = \frac{k+1}{2}$$

$$Var(X) = \frac{k^2 - 1}{12}$$

## HOD KOSTKOU

1. Určete, s jakou pravděpodobností padne při hození kostkou trojka.
2. Určete, s jakou pravděpodobností padne při hození kostkou nejvýše trojka.
3. Určete střední hodnotu.
4. Určete rozptyl.

$$P(x) = \frac{1}{k}$$

$$E(X) = \frac{k+1}{2}$$

$$\text{Var}(X) = \frac{k^2 - 1}{12}$$

## BINOMICKÉ ROZDĚLENÍ

(2 navzájem se vylučující alternativy)

=BINOM.DIST

Na 1000 novorozenců se narodí 515 chlapců a 485 dívek.

Předpokládáme rodinu se 4 dětmi.

1. Určete pravděpodobnost, že se v rodině narodí právě 4 chlapci.
2. Určete pravděpodobnost, že se v rodině narodí alespoň 2 dívky.
3. Určete střední hodnotu počtu dívek narozených v rodině se 4 potomky.
4. Určete rozptyl počtu chlapců narozených v rodině se 4 potomky.

funkce BINOMDIST

$$P(X = x) = \frac{n!}{(n-x)!x!} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$E(X) = n \cdot p$$

$$Var(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$$

### K procvičení (s řešením):

Úloha 1: Určete pravděpodobnost všech jevů, které mohou nastat při hození 3 mincemi.

Úloha 2: Střelec má 80% pravděpodobnost, že zasáhne cíl. Určete pravděpodobnost, že:

- a) z 5 pokusů zasáhne cíl 5 krát
- b) z 6 pokusů zasáhne cíl 3 krát
- c) z 8 pokusů zasáhne cíl přesně 4 krát

Úloha 3: Jistá mezinárodní marketingová laboratoř odhaduje, že pouze 50 procent výrobků daného podniku je schopno konkurovat zahraniční produkci. Jaká je pravděpodobnost, že právě 4 ze 6 výrobků této firmy jsou úspěšné? Určete střední hodnotu a rozptyl.

$$E(x) = n \cdot p$$

$$Var(x) = np(1-p)$$

Úloha 4:

Z každé stokusové zásilky kontroluje odběratel kvalitu 5 náhodně vybraných kusů. Je známo, že každá zásilka obsahuje 10% zmetků.

- a. Jakým typem rozdělení pravděpodobnosti se řídí počet zjištěných zmetků?
- b. Vypočtete pravděpodobnost zjištění právě 4 zmetků. 0.00045
- c. Jaká je pravděpodobnost zjištění nejvýše 2 zmetků? 0.99144
- d. Jaká je pravděpodobnost zjištění alespoň 2 zmetků? 0.08146
- e. Vypočtete střední hodnotu a rozptyl množství zjištěných zmetků.



0 lică	0.1250	P(0 lică) = 0,125	0.125
1 lic	0.3750	P(1 lic) = 0,375	0.375
2 lice	0.3750	P(2 lice) = 0,375	0.375
3 lice	0.1250	P(3 lice) = 0,125	0.125
	0.33	P = 0,328	0.32768
	0.08	P = 0,046	0.0458752
	0.05		

0.234375

P(4) = 0,234	0.234375
	3
	1.5

$$E(x) = n \cdot p$$

$$Var(x) = np(1-p)$$

P = 0,00045	0.00045
P = 0,99	0.99144
P = 0,082	0.08146
E(x) = 0,5, Var(x) = 0,4	0.5
	0.45





## POISSONOVO ROZDĚLENÍ

(jevy nastávají během určitého časového intervalu s danou intenzitou)

=POISSON.DIST

Do prodejny přicházejí průměrně 3 zákazníci během hodiny.

1. S jakou pravděpodobností přijde během následující hodiny právě 1 zákazník?
2. S jakou pravděpodobností přijde během následujících 20 minut právě 1 zákazník?
3. S jakou pravděpodobností přijdou během následujících 20 minut alespoň 2 zákazníci?
4. S jakou pravděpodobností přijde během následujících 90 minut více než 5 zákazníků?
5. S jakou pravděpodobností přijdou během následujících 90 minut nejvíce 2 zákazníci?

funkce POISSON

$$P(x | \lambda, t) = \frac{(\lambda t)^x e^{-\lambda t}}{x!}$$

### K procvičení (s řešením):

**Úloha 1:**

**Zákazníci přicházejí náhodně do opravy obuvi s průměrnou intenzitou 4 za hodinu. Zjistěte pravděpodobnost, že do opravy přijdou za hodinu právě 2 zákazníci, vypočtete střední hodnotu, rozptyl a směrodatnou odchylku.**

**Úloha 2:**

**Dispečink taxislužby registruje požadavky klientů, které přicházejí v náhodných časových okamžicích. Dlouhodobým pozorováním se zjistilo, že průměrná četnost požadavků v průběhu intervalu 20 minut je 2.**

- a. Jakým typem rozdělení pravděpodobnosti se řídí zmíněný počet požadavků?
- b. Vypočtete střední hodnotu a rozptyl počtu požadavků za časový interval jedné hodiny.
- c. Vypočtete pravděpodobnost, že během časového intervalu jedné hodiny taxislužba zaregistruje alespoň 3 požadavky na své služby.

0.9380312

$$E(x) = \lambda \cdot t$$

intenzita\*délka časového intervalu

$$Var(x) = \lambda \cdot t$$

P = 0,146                      0.1465251  
E(x) = Var(x) = 4                      4

E(x) = Var(x) = 6                      6

P = 0,94                      0.9380312



za 60 minut

Podmínky pro pravděpodobnostní funkci:

$$p(x_i) \geq 0 \quad \sum_{i=1}^n p(x_i) = 1$$

Střední hodnota diskrétní náhodné veličiny:

$$E(X) = \sum_x xp(x)$$

Rozptyl diskrétní náhodné veličiny:

$$Var(X) = \sum_x [x - E(X)]^2 p(x)$$

Střední hodnota spojité náhodné veličiny:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$$

Rozptyl spojité náhodné veličiny:

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - E(X)]^2 f(x)dx$$

## Binomické rozdělení

pravděpodobnost

$$P(X = x) = \frac{n!}{(n-x)!x!} p^x (1-p)^{n-x}$$

## 6.2 Ste

Mějme disk

se stejnou p

Říkáme, že  
**podobnosti**

Snadno lze

a pro rozpty

střední hodnota

$$E(X) = n \cdot p$$

n ... počet opakování  
p ... pravděpodobnost ú

rozptyl

$$Var(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$$

### Poissonovo rozdělení

Pravděpodobnost

$$P(x | \lambda, t) = \frac{(\lambda t)^x e^{-\lambda t}}{x!}$$

střední hodnota

$$E(X) = \lambda \cdot t$$

$\lambda$  ... intenzita  
t ... časový úsek  
e ... Eulerovo číslo; přit

rozptyl

$$Var(X) = \lambda \cdot t$$

## Stejněoměrné rozdělení

Uvažujme reálnou náhodnou veličinu  $X$ , která nabývá právě  $k$  různých hodnot:

$$1, 2, 3, \dots, k$$

s rovinnými pravděpodobnostmi

$$P(x) = \frac{1}{k} \quad \text{pro } x = 1, \dots, k.$$

Je-li náhodná veličina  $X$  má **stejněoměrné rozdělení pravděpodobnosti**.

Ukážeme, že střední hodnota je (podle vzorce (5.7))

$$E(X) = \frac{k+1}{2},$$

tedy dostáváme (podle vzorce (5.10) - zkuste si to sami!)

$$\text{Var}(X) = \frac{k^2 - 1}{12}.$$

spěchu

služně 2,7183





**SPOLEČNÝ VÝZKUM NAJDETE NA NÍŽE UVEDENÉ ADRESE:**

<https://docs.google.com/spreadsheets/d/1dWMuNrCunWcTusfM9iTVqPSQpMPhNnTJZ6ULMCC>



0qwL4/edit#gid=0