

## CVIČENÍ č. 4: Matice

0. Co jsou to matice? Jaké druhy matic existují?

1. Jsou dány matice  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$  a  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$ . Určete:

- a)  $A+B$       b)  $A-B$       c)  $2A+3B$       d)  $AB$       e)  $BA$       f)  $A^T$   
g)  $AE$

2. Jsou dány matice  $C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ -1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$  a  $D = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ . Určete: a)  $4C-D$ , b)  $CD$ , c)  $DC$

3. Vypočtete součin matic  $AB$ :  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 6 \\ 3 & -5 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ .

4. Převeďte dané matice na horní trojúhelníkový tvar:

a)  $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$       b)  $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

5. Určete hodnotu následujících matic (které matice jsou regulární a které singulární?):

a)  $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$       b)  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$       c)  $C = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$       d)  $D = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 5 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$

e)  $E = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 5 & 5 \end{pmatrix}$       f)  $F = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 1 \\ 0 & 5 & 2 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$       g)  $G = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$ .

6. Najděte inverzní matice k těmto maticím:

a)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$       b)  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$       c)  $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ ,      d)  $D = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

7. Jsou dány matice  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ . Určete matici  $X$ :

- a)  $X-2A=B$       b)  $AX=B$       c)  $XA^T=2C+XB^T$       d)  $AX+BX=C$

8. Řešte soustavy lineárních rovnic užitím matic:

a) $x + y + z = 6$	b) $x - y + 2z = 2$	c) $x - 4y + z = 4$
$2x - 4y + z = -3$	$2x + 4y - z = 11$	$3x + y - 2z = 7$
$3x - y - z = -2$	$-x - y + 3z = -1$	$x - 2y - z = 2$

**Samostatné cvičení:**

1. Jsou dány matice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$  a  $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ . Určete:

- a)  $A+B$       b)  $2A - B$       c)  $AB$       d)  $A^T - 2B^T$

2. Určete hodnotu následujících matic (které matice jsou regulární a které singulární?), převed'te je na trojúhelníkový tvar.

a)  $A = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$       b)  $B = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$       c)  $C = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

3. Určete inverzní matici  $A^{-1}$  k matici  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$ .

4. Jsou dány matice  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ .

Určete matici  $X$ :  $BX = A - CX$

Výsledky:

1. a)  $\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ -1 & 9 \end{pmatrix}$     b)  $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$     c)  $\begin{pmatrix} 5 & 12 \\ -2 & 16 \end{pmatrix}$     d)  $\begin{pmatrix} -5 & -4 \\ -2 & -6 \end{pmatrix}$

2. a)  $\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  sing.    b)  $\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 0 & -14 \end{pmatrix}$  reg.    c)  $C = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & -25 \end{pmatrix}$  (není určeno

jednoznačně), reg.

3.  $A^{-1} = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$

4.  $X = D^{-1}A$